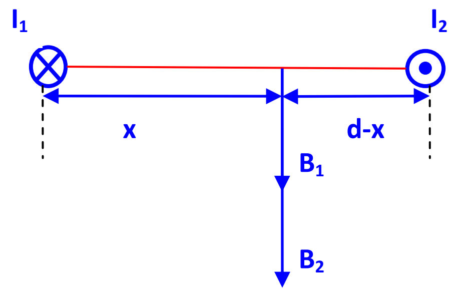
1) Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί διαρρέονται από ρεύμα αντίθετης φοράς και ίδιας έντασης $I_1 = I_2 = I$.
Α. Βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων που βρίσκονται στο επίπεδο των αγωγών και μεταξύ αυτών, στα οποία το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι ελάχιστο.
Β. Ποια η ελάχιστη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Λύση:
Οι αγωγοί είναι κάθετοι στο επίπεδο σχεδίασης
Σε τυχαίο σημείο μεταξύ των δύο αγωγών τα διανύσματα $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ είναι ομόρροπα.

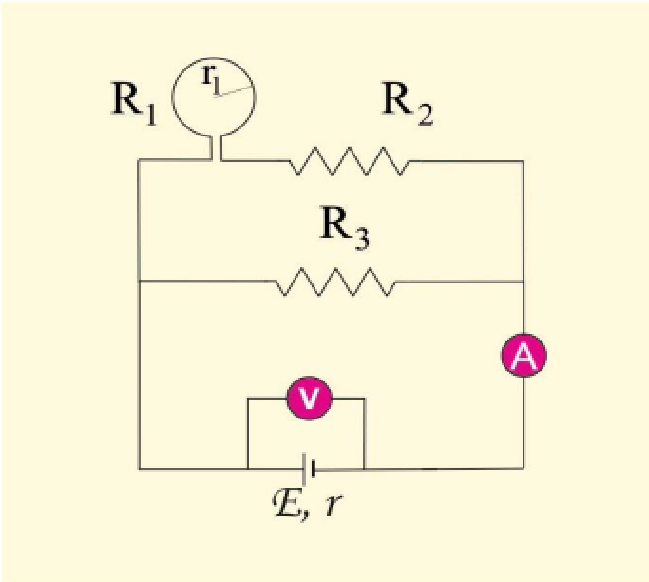


$$B = B_1 + B_1 = K_\mu 2I\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) \Rightarrow$$
$$B = K_\mu 2I\frac{d-x+x}{x(d-x)} \Rightarrow$$
$$B = K_\mu 2I\frac{d}{x(d-x)} \quad (\star)$$

Στον παρονομαστή οι δύο παράγοντες x , (d-x) έχουν σταθερό άθροισμα
$$s = x + (d-x) = d = σταθερό$$
Το γινόμενο $p = x(d-x)$ γίνεται μέγιστο όταν οι δύο παράγοντες γίνουν ίσοι
$$p = (max)\ όταν\ \ x = d - x \Rightarrow 2x = d \Rightarrow x = \frac{d}{2}$$
Άρα ο γεωμετρικός τόπος είναι η μεσοπαράλληλη ευθεία στους 2 αγωγούς .

$$B_{ελ} = K_\mu 2I\frac{d}{\frac{d}{2}\cdot\frac{d}{2}} = 2K_\mu\frac{2I}{\frac{d}{2}} \Rightarrow$$
$$B_{ελ} = 4K_\mu\frac{2I}{d}$$

2) **Στο διπλανό κύκλωμα ο κυκλικός αγωγός έχει ακτίνα r_1 = 0,1 m και αντίσταση $R_1 = 5\ \Omega$ ενώ ο συνδεδεμένος σε σειρά αντιστάτης έχει αντίσταση R_2 = 5 Ω. Ο συνδεδεμένος παράλληλα αντιστάτης έχει αντίσταση $R_3 = 20\ \Omega$. Όλο το σύστημα είναι συνδεδεμένο με πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ε = 112 V και εσωτερικής αντίστασης r. Το ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό δημιουργεί στο κέντρο του μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2\pi\cdot 10^{-5}$ T.**



α. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό.

β. Να υπολογίσετε την πολική τάση της πηγής.

γ. Πόση είναι η ένδειξη του αμπερομέτρου;

δ. Πόση είναι η εσωτερική αντίσταση της πηγής;

ε. Να υπολογίσετε την συνολική ισχύ που προσφέρει η πηγή σε όλο το κύκλωμα.

Δίνεται η σταθερά: $k_\mu = 10^{-7}\dfrac{N}{A^2}$.

Λύση

α. Για το ρεύμα $I_{1,2}$ που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό ισχύει:

$$B = k_\mu \frac{2\pi I_{1,2}}{r} \Rightarrow I_{1,2} = \frac{B \cdot r_1}{k_\mu \cdot 2\pi} = \frac{2\pi \cdot 10^{-5} \cdot 0,1}{10^{-7} \cdot 2\pi}\,A \Rightarrow \mathbf{I_{1,2} = 10\ A}$$

β. Επειδή οι αντιστάτες R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα και στα άκρα τους θα επικρατεί τάση ίση με:

$$V_{1,2} = I_{1,2} \cdot (R_1 + R_2) = 100\ V$$

Όμως η διαφορά δυναμικού $V_{1,2}$ είναι ίση με την πολική τάση της πηγής, επομένως:

$$\mathbf{V_\pi = 100\ V}$$

γ. Η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι ίση με το συνολικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα. Στα άκρα του αντιστάτη R_3 επικρατεί τάση $V_3 = V_{1,2}$ (λόγω παράλληλης σύνδεσης), οπότε το ρεύμα που τον διαρρέει θα είναι:

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{100\ V}{20\ \Omega} \Rightarrow I_3 = 5\ A$$

Επομένως η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι:

$$I_{ολ} = I_{1,2} + I_3 \Rightarrow \mathbf{I_{ολ} = 15\ A}$$

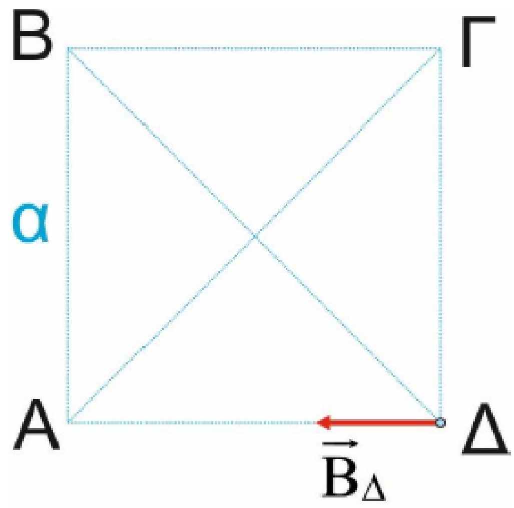
δ. Για την πολική τάση της πηγής ισχύει: $V_\pi = E - I_{ολ}r$. Αντικαθιστώντας $V_\pi = 100$ V, $E = 112$ V και $I_{ολ} = 15$ A προκύπτει:

$$\mathbf{r = 0,8\ \Omega}$$

ε. Η συνολική ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα είναι:

$$P_{ολ} = E \cdot I_{ολ} = (112\ V)\cdot(15\ A) \Rightarrow \mathbf{P_{ολ} = 1.680\ W}$$

3) **Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ του διπλανού σχήματος αποτελούν τις κορυφές ενός τετραγώνου πλευράς α = 0,1 m. Σε κάποιο από τα σημεία Α, Β, Γ υπάρχει ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός πολύ μεγάλου μήκους. Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι και είναι κάθετος στο επίπεδο του τετραγώνου. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ που οφείλεται στον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και μέτρο $B_\Delta = 4 \cdot 10^{-5}$ Τ.**



α. Σε ποιο από τα σημεία Α, Β και Γ βρίσκεται ο ευθύγραμμος αγωγός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Ποια είναι η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ. Ποιο είναι το μέτρο της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό;

δ. Πόσο είναι το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό στις άλλες δύο κορυφές του του τετραγώνου; Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα δύο αυτά σημεία.

Στο σημείο Α τοποθετείται ένας ακόμη ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι΄ και διαπιστώνεται ότι στο σημείο Δ η κατεύθυνση της έντασης του συνολικού μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στους δύο ρευματοφόρους αγωγούς που υπάρχουν τώρα βρίσκεται πάνω στη διαγώνιο ΒΔ με φορά προς το Β.

ε. Ποιο είναι το μέτρο και η κατεύθυνση της έντασης Ι΄ του ρεύματος που διαρρέει τον ρευματοφόρο αγωγό που τοποθετείται στο σημείο Α;

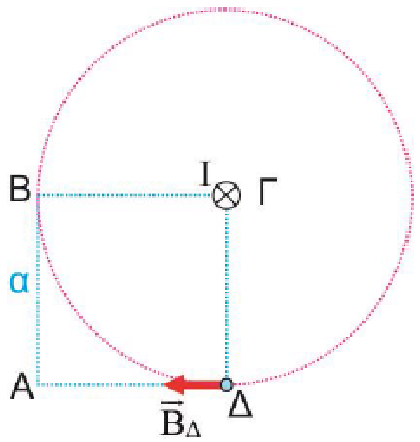
στ. Πόσο είναι το μέτρο της έντασης του συνολικού μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ;

ζ. Πόσο είναι το μέτρο της έντασης του συνολικού μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του τετραγώνου;

Δίνεται η σταθερά: $k_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$.

Λύση

α. Γνωρίζουμε ότι οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο τον αγωγό και το επίπεδό τους είναι κάθετο στον αγωγό. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι εφαπτόμενο της αντίστοιχης δυναμικής γραμμής στο σημείο που μας ενδιαφέρει. Οι προϋποθέσεις αυτές ικανοποιούνται μόνο εφόσον ο **ρευματοφόρος αγωγός βρίσκεται στο σημείο Γ** και κάθετα στο επίπεδο του τετραγώνου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

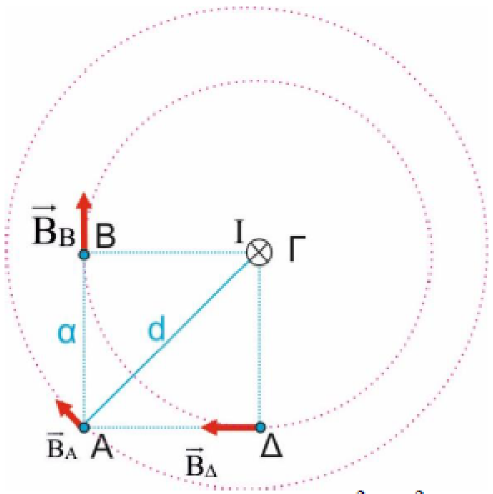


β. Γνωρίζουμε ότι η κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο του πεδίου σχεδιάζεται σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Χρησιμοποιώντας λοιπόν τον κανόνα αυτό, βρίσκουμε ότι το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό έχει **κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.**

γ. Για το ρεύμα I που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό ισχύει:

$$B_\Delta = k_\mu \frac{2I}{\alpha} \Rightarrow I = \frac{B_\Delta \cdot \alpha}{2k_\mu} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}1}{2 \cdot 10^{-7}} \text{ A} \Rightarrow I = 20 \text{ A}$$

δ. Η κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα σημεία Α και Β φαίνονται στο διπλανό σχήμα σχεδιασμένες σύμφωνα με τους κανόνες που αναφέραμε στο α και β ερώτημα. Για τα μέτρα τους ισχύει:

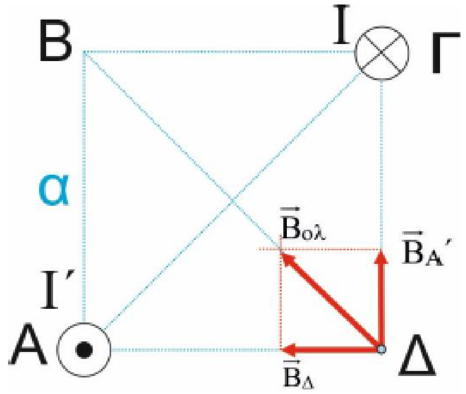


- $B_B = k_\mu \frac{2I}{\alpha} = 4 \cdot 10^{-5} \text{T}$

- $B_A = k_\mu \frac{2I}{d} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 20}{0{,}1\sqrt{2}} \text{T} \Rightarrow B_A = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-5} \text{T}$

όπου d η απόσταση από το σημείο Α (η διαγώνιος στο τετράγωνο) και η οποία προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα $d^2 = \alpha^2 + \alpha^2 \Rightarrow d = \alpha\sqrt{2}$

ε. Προκειμένου η συνολική ένταση $B_{ολ}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ να βρίσκεται πάνω στη διαγώνιο ΒΔ με φορά από το Δ προς το Β, θα πρέπει η κατεύθυνση της έντασης $B_A{'}$ του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στον ρευματοφόρο αγωγό που τοποθετείται στο σημείο Α να είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό να είναι από την σελίδα προς τον αναγνώστη.

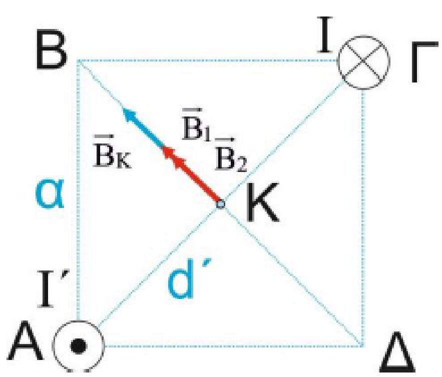
Επιπλέον θα πρέπει και τα μέτρα των εντάσεων B_Δ και $B_A{'}$ να είναι ίδια. Επομένως:

$$B_\Delta = B_A{'} \Rightarrow k_\mu \frac{2I}{\alpha} = k_\mu \frac{2I'}{\alpha} \Rightarrow I' = I = 20 \text{ A}$$

στ. Το μέτρο της έντασης $B_{ολ}$ του συνολικού μαγνητικού πεδίο στο σημείο Β θα είναι:

$$B_{ολ} = \sqrt{B_\Delta{}^2 + B_\Delta{}'^2} \Rightarrow B_{ολ} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

ζ. Η κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του τετραγώνου που οφείλεται στους δύο ρευματοφόρους αγωγούς φαίνονται στο διπλανό σχήμα σχεδιασμένες σύμφωνα με τους κανόνες που αναφέραμε στα προηγούμενα ερωτήματα. Για τα μέτρα τους ισχύει:



- $B_1 = k_\mu \frac{2I}{d'} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 20}{0{,}05\sqrt{2}} \text{T} \Rightarrow B_1 = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-5} \text{T}$

- $B_2 = k_\mu \frac{2I'}{d'} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 20}{0{,}05\sqrt{2}} \text{T} \Rightarrow B_2 = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-5} \text{T}$

όπου d ΄η απόσταση από το σημείο Α μέχρι το κέντρο του τετραγώνου και η οποία προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα $d'^2 + d'^2 = \alpha^2 \Rightarrow d' = \dfrac{\alpha\sqrt{2}}{2} = 0{,}05\sqrt{2}$ m

Άρα το μέτρο της έντασης B_K του συνολικού μαγνητικού πεδίο στο κέντρο του τετραγώνου θα είναι:

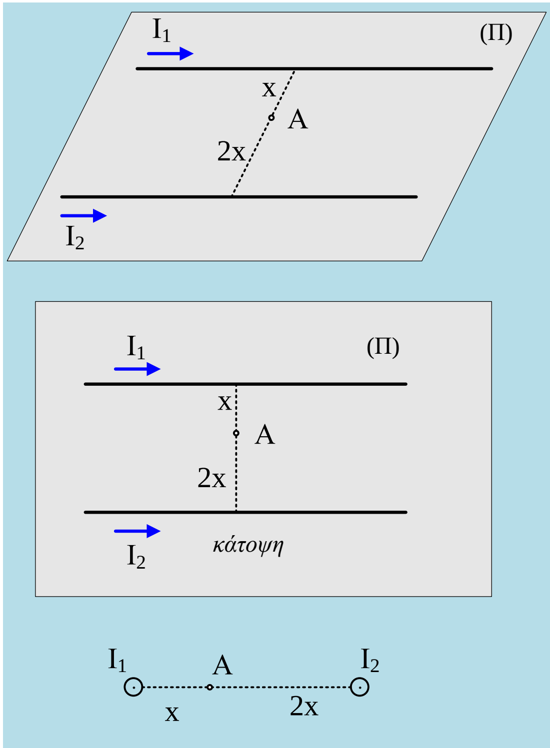
$$B_K = B_1 + B_2 \Rightarrow B_K = 8\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

4) Σε οριζόντιο επίπεδο (Π) βρίσκονται δύο παράλληλοι αγωγοί οι οποίοι διαρρέονται από ρεύματα με την ίδια ένταση $I_1=I_2$, όπως στο σχήμα. Ένα σημείο Α του επιπέδου απέχει κατά x και 2x, από τους δύο αγωγούς. Αν η ένταση στο Α εξαιτίας του πρώτου αγωγού έχει μέτρο $B_1=4\cdot 10^{-4}$T:

i) Να σχεδιάστε στο σημείο Α του σχήματος, τις εντάσεις B_1 και B_2 του μαγνητικού πεδίου εξαιτίας των δύο αγωγών, καθώς και την συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου. Ποιο το μέτρο της έντασης του πεδίου στο σημείο Α;

ii) Θα μπορούσαμε βέβαια να έχουμε την εικόνα σε κάτοψη, όπως στο δεύτερο σχήμα. Να σχεδιάστε ξανά τα παραπάνω διανύσματα, στο σχήμα αυτό.

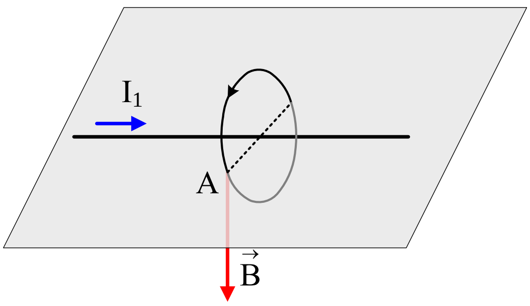
iii) Εναλλακτικά, μας βολεύει συνήθως να σχεδιάζουμε τους δύο αγωγούς κάθετους στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο 3ο σχήμα. Πώς αναπαριστάνονται στην περίπτωση αυτή τα αντίστοιχα διανύσματα που μας ενδιαφέρουν;

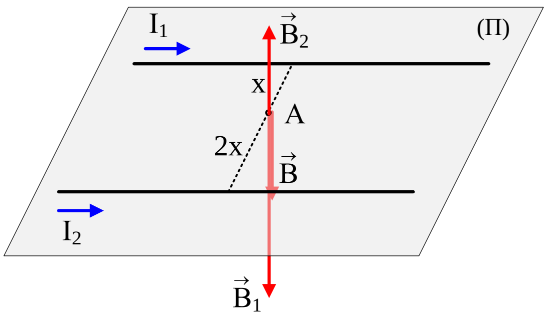


Σχήμα 3ο

Απάντηση:

i) Γύρω από έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι ομόκεντροι κύκλοι, όπου στην περίπτωσή μας που οι αγωγοί είναι οριζόντιοι, θα βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο, όπως στο αριστερό σχήμα.





Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε τη φορά της δυναμικής γραμμής που περνά από το σημείο Α του οριζοντίου επιπέδου, οπότε η ένταση εξαιτίας του πρώτου αγωγού είναι κατακόρυφη με μέτρο:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{x}$$

Και φορά προς τα κάτω.

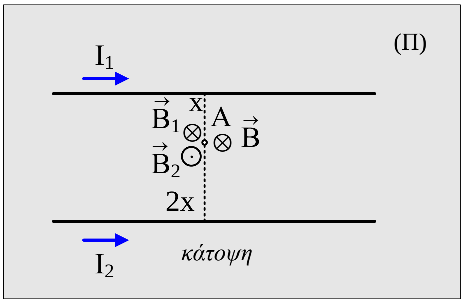
Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε ότι η ένταση B_2 του μαγνητικού πεδίου, η οποία οφείλεται στον δεύτερο αγωγό, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2, είναι επίσης κατακόρυφη, με φορά προς τα πάνω και μέτρο:

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{r} = K_\mu \frac{2I_1}{2x} = \frac{1}{2}K_\mu \frac{2I_1}{x} = \frac{1}{2}B_1 = 2\cdot 10^{-4}\ T$$

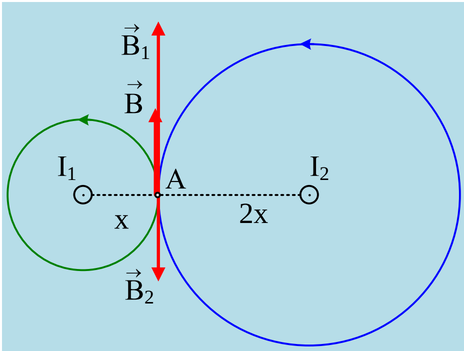
Αλλά τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α είναι κατακόρυφη, με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$B=B_1-B_2=4\cdot 10^{-4}T-2\cdot 10^{-4}T=2\cdot 10^{-4}T$$

ii) Στην περίπτωση που μας έδινα το σχήμα σε κάτοψη (2ο σχήμα, όπου εμείς βλέπουμε το επίπεδο από πάνω…) τότε θα σχεδιάζαμε τα αντίστοιχα διανύσματα, όπως στο σχήμα:

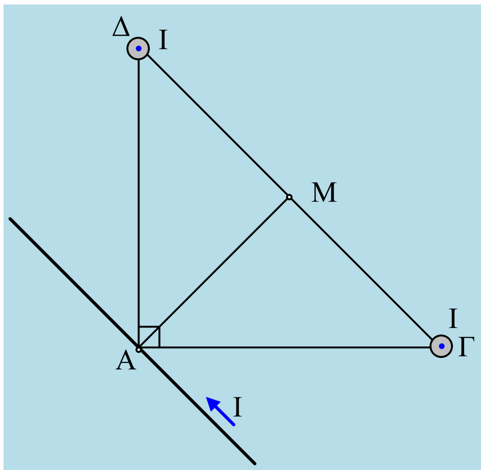


iii) Τέλος αν φανταστούμε ότι έχουμε βάλει το μάτι μας, δεξιά στο πάνω σχήμα, οπότε κοιτάζουμε παράλληλα προς το οριζόντιο επίπεδο, τότε δεν βλέπουμε το επίπεδο αυτό, αλλά ένα αντίστοιχο κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α και το οποίο θα ταυτίζεται με το επίπεδο της σελίδας. Αλλά τότε μπορούμε να σχεδιάσουμε τις (κατακόρυφες) κυκλικές δυναμικές γραμμές, που δημιουργούν οι δυο αγωγοί, όπως στο σχήμα:



Και στη συνέχεια τις εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι οποίες εφάπτονται στις δυναμικές γραμμές και σαν κατακόρυφες ανήκουν στο (κατακόρυφο) επίπεδο της σελίδας. Τέλος δε σχεδιάζουμε και την συνολική ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α.

5) Στο σχήμα βλέπετε ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΓΔ ($\hat{A}$ =90°), στο επίπεδο της σελίδας και τρεις αγωγούς, μεγάλου μήκους, που διαρρέονται από ρεύματα με την ίδια ένταση Ι, οι οποίοι περνούν από τις τρεις κορυφές του τριγώνου. Ο πρώτος αγωγός που περνά από την κορυφή Α, είναι παράλληλος στην πλευρά ΓΔ και δημιουργεί στο μέσον της Μ, μαγνητικό πεδίο έντασης B_1=0,02Τ. Οι άλλοι δύο αγωγοί είναι κάθετοι στο επίπεδο της σελίδας και διαρρέονται από ρεύματα με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα.



i) Να σχεδιάσετε την ένταση B_1 του μαγνητικού πεδίου στο Μ, που οφείλεται στον πρώτο αγωγό.

ii) Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου (μέτρο και κατεύθυνση) στο σημείο Μ που οφείλεται στον αγωγό που περνά από την κορυφή Γ.

iii) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Μ, που οφείλεται και στους τρεις αγωγούς:

α) Βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας.

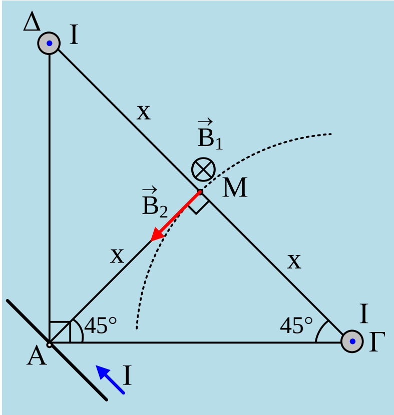
β) Είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας.

γ) Σχηματίζει γωνία με το επίπεδο που βλέπουμε στο σχήμα.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

iv) Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου (μέτρο και κατεύθυνση) στην κορυφή Α του τριγώνου, που οφείλεται στους δύο παράλληλους αγωγούς που περνούν από τις άλλες δύο κορυφές.

Απάντηση:



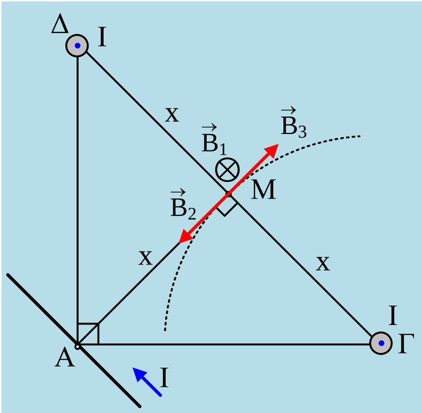
i) Στο ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΓΔ η διάμεσος ΑΜ είναι και ύψος, κάθετη στην ΓΔ, οπότε είναι κάθετη και στον αγωγό που περνά από την κορυφή Α. Αλλά τότε από το Μ διέρχεται μια κυκλική δυναμική γραμμή, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, με κέντρο το Α και ακτίνα ίση με το ύψος (ΑΜ)= x, εφαπτόμενη στην οποία είναι η ένταση $\vec{B}_1$ του παραγόμενου μαγνητικού πεδίου. Εξάλλου με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού η ένταση αυτή, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας έχει φορά προς τα μέσα.

ii) Η γωνία Γ του ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με 45° (ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο), αλλά τότε και στο ορθογώνιο τρίγωνο ΜΑΓ η γωνία ΜΑΓ θα είναι επίσης 45°, οπότε και αυτό το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, συνεπώς (ΓΜ)=x. (Άλλωστε από την Γεωμετρία είναι γνωστό!!! ότι η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου, είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας…).

Εξάλλου ο αγωγός που περνά από την κορυφή Γ δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι κάθετες σε αυτόν. Έτσι υπάρχει και μια δυναμική γραμμή στο επίπεδο της σελίδας που περνά από το Μ, εφαπτόμενη στην οποία θα είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου, όπως στο σχήμα. Για τα μέτρα B_1 και B_2 έχουμε:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I}{r_1} = K_\mu \frac{2I}{x} \quad \text{και} \quad B_2 = K_\mu \frac{2I}{r_2} = K_\mu \frac{2I}{x}$$

Οι δύο εντάσεις δηλαδή είναι ίσες κατά μέτρο, οπότε και B_2=0,02Τ.



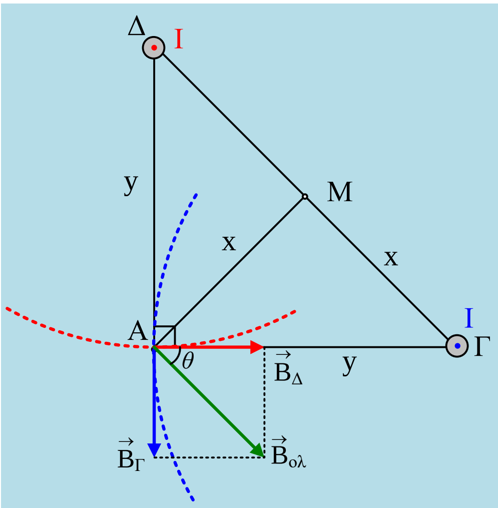
iii) Με την ίδια συλλογιστική, όπως παραπάνω, ο αγωγός που περνά από την κορυφή Δ, δημιουργεί και αυτός μαγνητικό πεδίο στο Μ, με κατεύθυνση, κάθετη στην πλευρά ΑΓ, όπως στο σχήμα και μέτρο

$$B_3 = K_\mu \frac{2I}{r_3} = K_\mu \frac{2I}{x} = B_2$$

Αλλά τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ θα είναι:

$$\vec{B}_M = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \vec{B}_1$$

Αφού οι εντάσεις $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_3$ είναι αντίθετες. Έτσι η συνολική ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα και μέτρο $B_M=B_1$=0,02Τ και σωστό είναι το β.



iv) Το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ έχει πλευρές (ΑΓ)=(ΑΔ)=y, όπου από το πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε:

$$y = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$$

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυναμικές γραμμές που διέρχονται από την κορυφή Α και οφείλονται στους αγωγούς (που περνούν από τα) Γ και Δ. Εξαιτίας του αγωγού στο Γ δημιουργείται μαγνητικό πεδίο στο Α έντασης B_Γ και εξαιτίας του αγωγού στο Δ, ένταση B_Δ, για τα μέτρα των οποίων έχουμε:

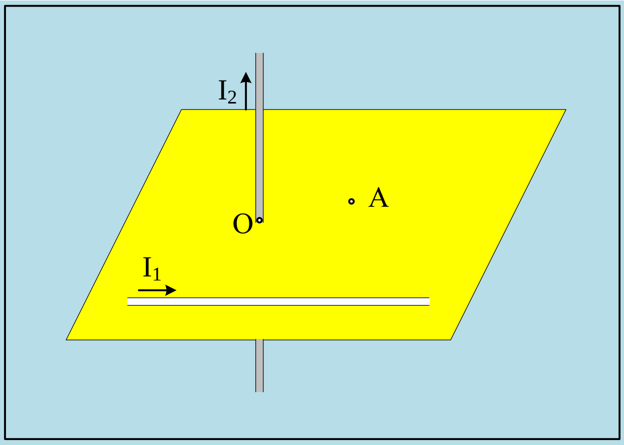
$$B_\Gamma = B_\Delta = K_\mu \frac{2I}{y} = K_\mu \frac{2I}{x\sqrt{2}} = \frac{B_1}{\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$B_\Gamma = B_\Delta = \frac{B_1}{2}\sqrt{2} = 0{,}01\sqrt{2}\,T$$

Έτσι η συνολική ένταση στην κορυφή Α, θα προκύψει με τον κανόνα του παραλληλογράμμου, όπου στην περίπτωσή μας είναι τετράγωνο, με αποτέλεσμα η ολική ένταση $B_{ολ}$ να σχηματίζει γωνία θ=45° με την πλευρά ΑΓ, έχοντας μέτρο:

$$B_{ο\lambda} = \sqrt{(B_\Gamma)^2 + (B_\Delta)^2} = B_\Gamma\sqrt{2} = 0{,}01\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\,T = 0{,}02T$$

6)Ένας ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 και ορίζει με ένα σημείο Α, που απέχει απ' αυτόν απόσταση 10cm, ένα οριζόντιο επίπεδο. Ένας δεύτερος ευθύγραμμος αγωγός είναι κατακόρυφος και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2. Η απόσταση του σημείου Α από τον δεύτερο αγωγό είναι ΟΑ=5cm.



i)Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

α) Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί ο οριζόντιος αγωγός, στο σημείο Α, είναι οριζόντια.

β) Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί ο οριζόντιος αγωγός, στο σημείο Α, είναι κατακόρυφη.

γ)Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί ο κατακόρυφος αγωγός, στο σημείο Α, είναι οριζόντια.

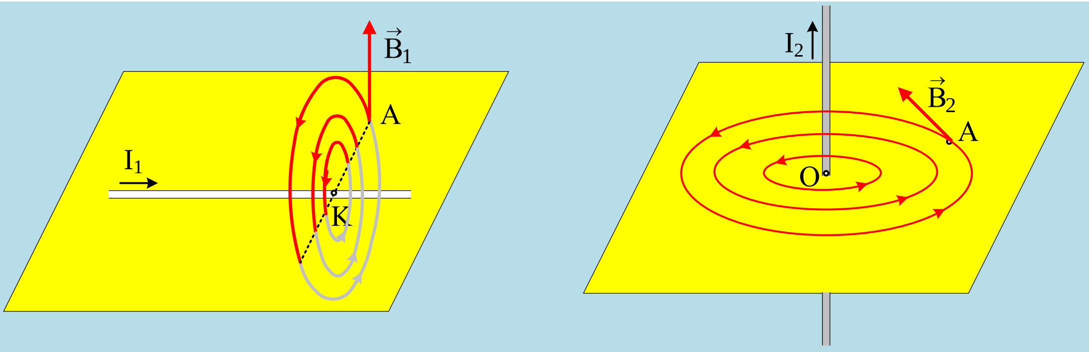
δ) Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί ο κατακόρυφος αγωγός, στο σημείο Α, είναι κατακόρυφη.

ii) Αν $I_1=I_2=10$ Α, να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου στο σημείο Α.

Δίνεται $K_\mu=10^{-7}N/A^2$.

Απάντηση:

i) Ο οριζόντιος αγωγός δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι ομόκεντροι κύκλοι σε κατακόρυφο επίπεδο, όπως στο αριστερό (όπως το βλέπουμε) σχήμα. Έτσι στο σημείο Α έχουμε ένταση μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_1$, κατακόρυφη (παράλληλη με τον κατακόρυφο αγωγό) με φορά προς τα πάνω.



Ο δεύτερος κατακόρυφος αγωγός εξάλλου, δημιουργεί δυναμικές γραμμές σε κάθετο προς αυτόν επίπεδο, έτσι εδώ θα έχουμε κυκλικές γραμμές στο οριζόντιο επίπεδο που μας δόθηκε, με αποτέλεσμα στο σημείο Α να έχουμε οριζόντια ένταση μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_2$, όπως στο δεξιό σχήμα.

Με βάση αυτά, έχουμε: i) Λ, ii) Σ, iii) Σ, iv) Λ.

ii) Για τα μέτρα των δύο παραπάνω εντάσεων, έχουμε:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{r_1} \rightarrow$$

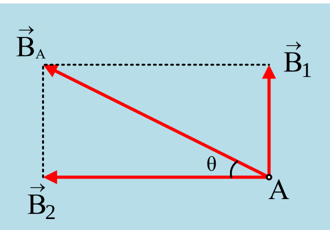
Όπου r_1=10cm, οπότε με αντικατάσταση:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{r_1} = 10^{-7}\frac{2\cdot 10}{0{,}1}T = 2\cdot 10^{-5}T$$

Αντίστοιχα για την ένταση εξαιτίας του κατακόρυφου αγωγού, με r_2=5cm, θα έχουμε με αντικατάσταση:

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{r_2} = 10^{-7}\frac{2\cdot 10}{0{,}05}T = 4\cdot 10^{-5}T$$

Ενώ λαμβάνοντας υπόψη ότι οι δυο αυτές εντάσεις είναι κάθετες μεταξύ τους, μπορούμε να τις σχεδιάσουμε σε νέο σχήμα (όπως στο διπλανό) και από την σύνθεσή τους, θα έχουμε:



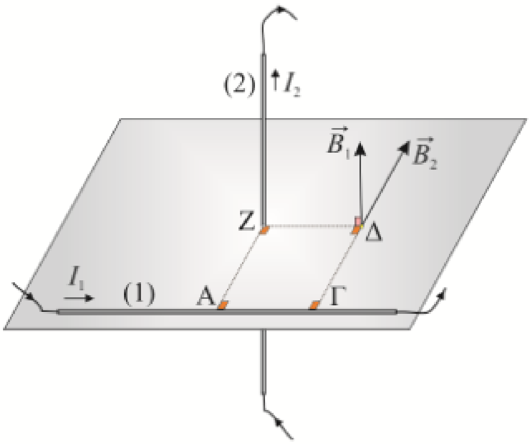
$$B_A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(2\cdot 10^{-5})^2 + (4\cdot 10^{-5})^2}T \rightarrow$$

$$B_A = 2\sqrt{5}\cdot 10^{-5}\ T$$

Με κατεύθυνση που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ, όπου:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{B_1}{B_2} = \frac{1}{2}$$

7) Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης $I_1 = I_2 = I$. Ο αγωγός (1) συμπίπτει με την πλευρά ΑΓ ενός τετραγώνου ΑΓΔΖ, πλευράς α, ενώ ο αγωγός (2) είναι κάθετος στο επίπεδο του τετραγώνου και διέρχεται από το σημείο Ζ.



α. Σχεδιάστε τις εντάσεις του μαγνητικού πεδίου στα σημεία των πλευρών του τετραγώνου στα οποία οι εντάσεις αυτές έχουν ίσα μέτρα.

β. Σχεδιάστε τη συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Δ και υπολογίστε το μέτρο της.

γ. Βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο μέσον της διαγωνίου ΖΓ.

δ. Βρείτε σε ποιο σημείο της διαγωνίου οι συνιστώσες της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλονται στους δύο αγωγούς έχουν ίδιο μέτρο.

ε. Πόση πρέπει να γίνει η ένταση I_2, χωρίς να μεταβληθεί η I_1, ώστε οι συνιστώσες της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλονται στους δύο αγωγούς στο κέντρο Ο του τετραγώνου να έχουν ίδιο μέτρο $B_O = 4\sqrt{2}k_\mu I_1/\alpha$;

Δίνεται η σταθερά k_μ.

ΛΥΣΗ

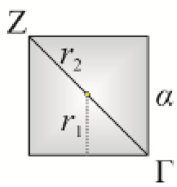
α. Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο αγωγοί έχουν ίσα μέτρα στο σημείο Δ:

$$B_1 = B_2 = k_\mu \frac{2I}{\alpha}$$

β. Η συνισταμένη ένταση στο σημείο Δ έχει μέτρο:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = B_1\sqrt{2} \Rightarrow B = k_\mu \frac{2\sqrt{2}I}{\alpha}$$

γ. Το μέσον της διαγωνίου ΖΓ απέχει $r_2 = \alpha\sqrt{2}/2$ από τον αγωγό (2) και με το Πυθαγόρειο θεώρημα (ή με το θεώρημα του Θαλή) έχουμε:



$$r_1 = \sqrt{\left(\alpha\sqrt{2}/4\right)^2 - (\alpha/2)^2} = \alpha/2$$

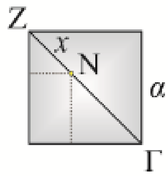
Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο αγωγοί στο μέσον της διαγωνίου ΖΓ έχουν μέτρα:

$$B_1 = k_\mu \frac{2I}{r_1} = k_\mu \frac{4I}{\alpha} \quad \text{και} \quad B_2 = k_\mu \frac{2I}{r_2} = k_\mu \frac{2\sqrt{2}I}{\alpha}$$

Η συνισταμένη ένταση στο μέσον της διαγωνίου ΖΓ έχει μέτρο:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(k_\mu \frac{4I}{\alpha}\right)^2 + \left(k_\mu \frac{2\sqrt{2}I}{\alpha}\right)^2} \Rightarrow B = k_\mu \frac{2\sqrt{6}I}{\alpha}$$

δ. Έστω ότι οι συνιστώσες της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλονται στους δύο αγωγούς έχουν ίδιο μέτρο στο σημείο Ν της διαγωνίου ΖΓ, που απέχει x από τον αγωγό (2). Ισχύει:



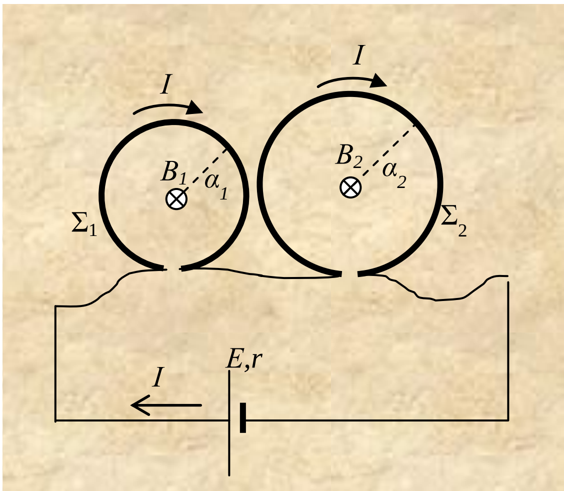
$$B_1 = B_2 \Rightarrow k_\mu \frac{2I}{\alpha - \frac{\sqrt{2}x}{2}} = k_\mu \frac{2I}{x} \Rightarrow x = \frac{2\alpha}{2+\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$x = \left(2-\sqrt{2}\right)\alpha$$

ε. Στο κέντρο Ο του τετραγώνου πρέπει να ισχύει:

$$B_2 = B_O \Rightarrow k_\mu \frac{2I_2}{\alpha\sqrt{2}/2} = 4\sqrt{2}k_\mu \frac{I_1}{\alpha} \Rightarrow I_2 = \sqrt{2}I_1$$

8) Διαθέτουμε ένα λεπτό, ομογενές και ισοπαχές σύρμα και αφού το κόψουμε σε δυο κομμάτια μήκους L_1 και L_2, με λόγο μηκών $\frac{L_1}{L_2} = 4$, φτιάχνουμε με αυτά δυο επίσης λεπτά στεφάνια Σ_1 και Σ_2, με αριθμό σπειρών N_1 και N_2 αντίστοιχα. Συνδέουμε τα στεφάνια σε σειρά με πηγή συνεχούς ρεύματος και με τη βοήθεια ενός ευαίσθητου μαγνητόμετρου, βρίσκουμε ότι στο κέντρο των στεφανιών τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούνται έχουν σχέση $B_1 = 9B_2$, όπου B_1' η ένταση του μαγνητικού πεδίου αποκλειστικά του Σ_1 και B_2' η ένταση του μαγνητικού πεδίου αποκλειστικά του Σ_2.



i) Ο λόγος των σπειρών θα είναι τότε

α) $\frac{N_1}{N_2} = 2$ β) $\frac{N_1}{N_2} = 6$ γ) $\frac{N_2}{N_1} = 6$

ii) Ο λόγος των ακτίνων πρέπει να είναι

α) $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{2}{3}$ β) $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{3}{2}$ γ) $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{2}{3}$

Απάντηση

i) Αν οι ακτίνες των δυο στεφανιών είναι αντίστοιχα α_1 και α_2, από τη Γεωμετρία έχουμε $L_1 = N_1 2\pi\alpha_1 \Leftrightarrow \alpha_1 = \frac{L_1}{2\pi N_1}$ (1) και

$$L_2 = N_2 2\pi\alpha_2 \Leftrightarrow \alpha_2 = \frac{L_2}{2\pi N_2} \quad (2)$$

Αφού τα δύο στεφάνια συνδέονται σε σειρά, η ένταση του ρεύματος που τα διαρρέει είναι η ίδια.
Τα μαγνητικά πεδία στο κέντρο των στεφανιών θα έχουν μέτρα

$$B_1 = k_\mu \frac{2\pi N_1 I}{\alpha_1} \xrightarrow{(1)} B_1 = k_\mu \frac{2\pi N_1 I}{\frac{L_1}{2\pi N_1}} \Leftrightarrow B_1 = k_\mu \frac{4\pi^2 N_1^{\,2} I}{L_1} \quad (3)$$

$$B_2 = k_\mu \frac{2\pi N_2 I}{\alpha_2} \xrightarrow{(2)} B_2 = k_\mu \frac{2\pi N_2 I}{\frac{L_2}{2\pi N_2}} \Leftrightarrow B_2 = k_\mu \frac{4\pi^2 N_2^{\,2} I}{L_2} \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (3), (4) προκύπτει

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{k_\mu \frac{4\pi^2 N_1^{\,2} I}{L_1}}{k_\mu \frac{4\pi^2 N_2^{\,2} I}{L_2}} \Leftrightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1^{\,2} L_2}{N_2^{\,2} L_1} \Leftrightarrow 9 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \frac{L_2}{L_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{9\frac{L_1}{L_2}} \Leftrightarrow \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{9 \cdot 4} \Leftrightarrow \frac{N_1}{N_2} = 6$$

Σωστή απάντηση → **β**

ii) Από τις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{L_1}{2\pi N_1}}{\frac{L_2}{2\pi N_2}} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{L_1 N_2}{L_2 N_1} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = 4 \cdot \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}$$

Σωστή απάντηση → **α**

9)Ένα σωληνοειδές έχει μήκος *l = 0,5m* και η κυκλική διατομή του σύρματος που χρησιμοποιήσαμε, έχει διάμετρο *δ = 0,5mm*. Η διάμετρος κάθε σπείρας του σωληνοειδούς είναι *Δ = 2cm* και όλες οι σπείρες τυλίγονται ώστε να εφάπτονται μεταξύ τους. Αν στα άκρα του σωληνοειδούς συνδέσουμε πηγή με ΗΕΔ *E = 45V* και εσωτερική αντίσταση *r = 2Ω*, στο κέντρο του η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 2\pi \cdot 10^{-3} T$.

α) Πόσες σπείρες χρησιμοποιήσαμε;

β) Υπολογίστε την ειδική αντίσταση του υλικού του σύρματος.

γ) Αν κόψουμε το σωληνοειδές σε δύο κομμάτια, δημιουργώντας έτσι δυο νέα σωληνοειδή Σ_1 και Σ_2, με μήκη l_1 και l_2, όπου $\frac{l_1}{l_2} = 3$ και τα συνδέσουμε παράλληλα με τους πόλους της ίδιας πηγής,

γ$_1$) βρείτε τις αντιστάσεις R_1 και R_2 των σωληνοειδών Σ_1 και Σ_2.

γ$_2$) υπολογίστε τις εντάσεις των ρευμάτων που θα διαρρέουν τα σωληνοειδή Σ_1 και Σ_2.

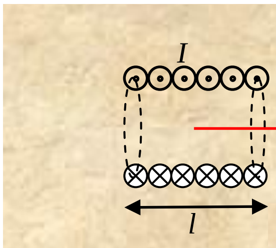
γ$_3$) ποιο θα είναι το πηλίκο $\frac{B_1}{B_2}$ των μέτρων των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στα κέντρα των δύο σωληνοειδών Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα;

Το σύρμα που χρησιμοποιούμε έχει περαστεί με κατάλληλο μονωτικό βερνίκι και τα σωληνοειδή θεωρούνται μεγάλου μήκους.

Απάντηση

α) Όπως φαίνεται στο σχήμα 1, από μια επιμήκη τομή του σωληνοειδούς, αν *N* ο αριθμός των σπειρών, το μήκος του σωληνοειδούς θα είναι

$$l = N \cdot \delta \Leftrightarrow N = \frac{l}{\delta} \Leftrightarrow N = \frac{0{,}5}{0{,}5 \cdot 10^{-3}} \Leftrightarrow N = 1000 \text{ σπείρες.}$$



σχήμα 1

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα θα υπολογιστεί από τον τύπο που δίνει την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς:

$$B=4\pi k_\mu \frac{N}{l}I \Leftrightarrow I=\frac{Bl}{4\pi k_\mu N} \Leftrightarrow I=\frac{2\pi\cdot 10^{-3}\cdot 0,5}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1\cdot 10^{3}}$$

$$\Leftrightarrow I=\frac{1\cdot 10^{-3}}{4\cdot 10^{-4}} \Leftrightarrow I=2,5A$$

Η αντίσταση του σύρματος που χρησιμοποιήσαμε, θα υπολογιστεί από το νόμο του Ohm στο κλειστό κύκλωμα:

$$I=\frac{E}{R+r} \Leftrightarrow R+r=\frac{E}{I} \Leftrightarrow R=\frac{E}{I}-r$$

$$\Leftrightarrow R=\frac{45}{2,5}-2 \Leftrightarrow R=18-2 \Leftrightarrow R=16\Omega$$

Το μήκος του σύρματος που χρησιμοποιήσαμε θα είναι

$$L=N\cdot\pi\cdot\Delta=1\cdot 10^{3}\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}=20\pi\, m$$

Από τη σχέση που συνδέει την αντίσταση με τα γεωμετρικά στοιχεία του σύρματος έχουμε

$$R=\rho\frac{L}{S} \Leftrightarrow \rho=\frac{R\pi\frac{\delta^2}{4}}{L} \Leftrightarrow \rho=\frac{16\pi\cdot\frac{\left(5\cdot 10^{-4}\right)^2}{4}}{20\pi} \Leftrightarrow \rho=\frac{4\pi\cdot 25\cdot 10^{-8}}{20\pi} \Leftrightarrow \rho=5\cdot 10^{-8}\,\Omega.m$$

γ) γ$_1$) Έστω N_1, N_2 οι σπείρες και L_1, L_2 τα μήκη των συρμάτων των δύο νέων σωληνοειδών.

Ισχύει $\frac{l_1}{l_2}=\frac{N_1\delta}{N_2\delta}$

Από αυτή τη σχέση προκύπτει ότι

$\frac{N_1}{N_2}=3$ (1)

και επίσης

$\frac{l_1}{N_1}=\frac{l_2}{N_2} \Leftrightarrow n_1=n_2$ (2)

δηλαδή ο αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους και στα δύο σωληνοειδή που προέκυψαν, είναι ίδιος.

Επειδή $L_1=N_1\cdot\pi\cdot\Delta$ και $L_2=N_2\cdot\pi\cdot\Delta$, άρα $\frac{L_1}{L_2}=\frac{N_1}{N_2}\xrightarrow{(1)}\frac{L_1}{L_2}=3 \Leftrightarrow L_1=3L_2$ (3)

Όμως $L_1+L_2=L\xrightarrow{(3)}4L_2=20\pi \Leftrightarrow L_2=5\pi\, m$ οπότε $L_1=15\pi\ m$.

Η αντίσταση του σωληνοειδούς Σ$_1$ θα είναι $R_1=\rho\frac{L_1}{S}=2\cdot 10^{-7}\frac{15\pi}{\pi\frac{\left(0,5\cdot 10^{-3}\right)^2}{4}}=\frac{30\cdot 10^{-7}}{25\cdot 10^{-8}}=12\Omega$

Η αντίσταση του σωληνοειδούς Σ$_2$ θα είναι $R_2=\rho\frac{L_2}{S}=2\cdot 10^{-7}\frac{5\pi}{\pi\frac{\left(0,5\cdot 10^{-3}\right)^2}{4}}=\frac{10\cdot 10^{-7}}{25\cdot 10^{-8}}=4\Omega$

γ$_2$) Το κύκλωμα που θα κατασκευάσουμε φαίνεται στο σχήμα 2. Οι αντιστάσεις των δυο σωληνοειδών είναι συνδεδεμένες παράλληλα.

Η εξωτερική αντίσταση που «βλέπει» η πηγή είναι

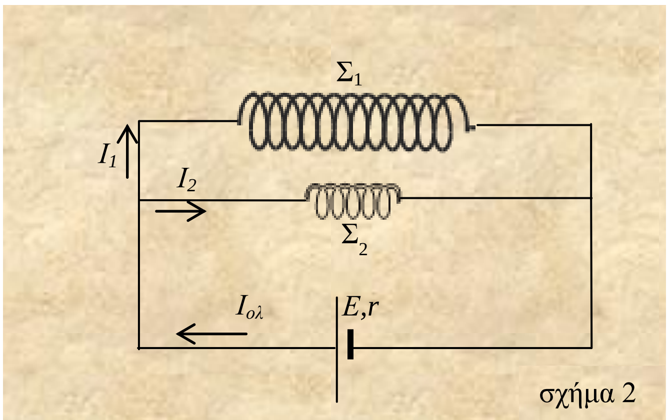
$$R_{\varepsilon\xi}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \Leftrightarrow R_{\varepsilon\xi}=\frac{12\cdot 4}{12+4} \Leftrightarrow R_{\varepsilon\xi}=3\Omega$$

Το ρεύμα που δίνει η πηγή είναι

$$I_{o\lambda}=\frac{E}{R_{\varepsilon\xi}+r} \Leftrightarrow I_{o\lambda}=\frac{45}{3+2} \Leftrightarrow I_{o\lambda}=9A$$

και η πολική τάση της πηγής γίνεται

$$V_\pi=E-I\cdot r \Leftrightarrow V_\pi=45-9\cdot 2 \Leftrightarrow V_\pi=27V$$



σχήμα 2

Από το νόμο Ohm για την αντίσταση του κάθε σωληνοειδούς υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος που τα διαρρέει:

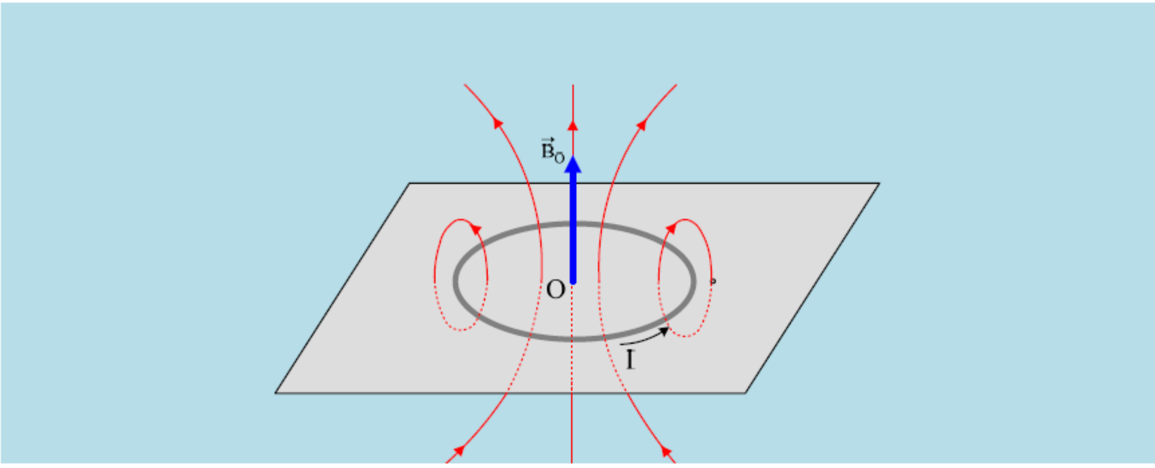
$I_1 = \frac{V_\pi}{R_1} \Leftrightarrow I_1 = \frac{27}{12} \Leftrightarrow I_1 = 2,25A$ και $I_2 = \frac{V_\pi}{R_2} \Leftrightarrow I_2 = \frac{27}{4} \Leftrightarrow I_2 = 6,75A$

γ3) Τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στα κέντρα των σωληνοειδών Σ_1 και Σ_2 θα είναι αντίστοιχα $B_1 = 4\pi k_\mu n_1 I_1$ και $B_2 = 4\pi k_\mu n_2 I_2$

Αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη βρίσκουμε

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{4\pi k_\mu n_1 I_1}{4\pi k_\mu n_2 I_2} \xrightarrow{(1)} \frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2} \Leftrightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{4,5}{13,5} \Leftrightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{1}{3}$$

10)



Έχουμε έναν λεπτό, ομογενή και σταθερής διατομής αγωγό μήκους L. Με τον αγωγό αυτό φτιάχνουμε έναν κυκλικό αγωγό ακτίνας r, τον οποίο τροφοδοτούμε με ρεύμα έντασης I. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού έχει μέτρο 8 10^{-3} T.

Με τον ίδιο αγωγό αν τον περιελίξουμε, σχηματίζουμε **κυκλικό αγωγό N=5 ίσων σπειρών** ακτίνας r_1, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα ίδιας έντασης I με τον αρχικό κυκλικό αγωγό. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού των N=5 σπειρών, έχει μέτρο:

α) 4 10^{-2} T β) 2 10^{-1} T γ) 8T

Επιλέξτε και δικαιολογείστε

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού δίνεται από τη σχέση:

$$B_o = K_\mu \frac{2\pi I}{r}$$

Το μήκος του αγωγού και η ακτίνα του κυκλικού συνδέονται με τη σχέση: $L = 2\pi r$

Όταν με το ίδιο μήκος φτιάξουμε N κυκλικούς αγωγούς, θα ισχύει: $L = N \cdot 2\pi r_1$

Προφανώς θα ισχύει: $L = N \cdot 2\pi r_1 = 2\pi r \Rightarrow r_1 = \frac{r}{N}$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί κάθε ένας αγωγός στο κέντρο του, δίνεται από τη σχέση:

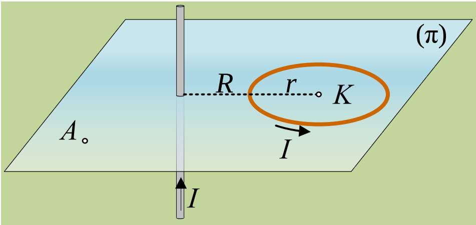
$$B_1 = K_\mu \frac{2\pi I}{r_1} = N \cdot K_\mu \frac{2\pi I}{r} \Rightarrow B_1 = N \cdot B_o$$

Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ είναι συγγραμμικά και ομόρροπα, οπότε εφόσον υπάρχουν Ν κυκλικοί αγωγοί, στο κέντρο τους η ένταση του μαγνητικού πεδίου, έχει μέτρο:

$$B_{o(N)} = N \cdot B_1 \Rightarrow B_{o(N)} = N(N \cdot K_\mu \frac{2\pi I}{r}) \Rightarrow B_{o(N)} = N^2 \cdot K_\mu \frac{2\pi I}{r}$$

$$\Rightarrow B_{o(N)} = N^2 \cdot B_o \Rightarrow B_{o(N)} = 5^2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} T \Rightarrow B_{o(N)} = 2 \cdot 10^{-1} T$$

11)Σε ένα οριζόντιο επίπεδο (π) βρίσκεται ένας κυκλικός αγωγός, ακτίνας r, ο οποίος διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I. Ένας ευθύγραμμος κατακόρυφος αγωγός απέχει κατά R=2r από το κέντρο K του κυκλικού αγωγού και διαρρέεται από ρεύμα της ίδιας έντασης I, όπως φαίνεται στο σχήμα.

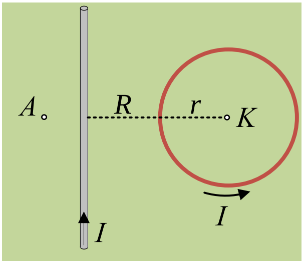


i) Στο κέντρο του κυκλικού αγωγού, ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί:
   α) ο κυκλικός αγωγός,   β) ο ευθύγραμμος αγωγός.

ii) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου B_α, στο κέντρο K του κυκλικού αγωγού:
   α) Είναι οριζόντια, κάθετη στην ακτίνα R.
   β) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.
   γ) Είναι πλάγια πάνω από το επίπεδο (π).

iii) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο A του επιπέδου (π):
   α) Είναι οριζόντια.
   β) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.
   γ) Είναι πλάγια στο κάτω μέρος του επιπέδου (π).

Περιστρέφουμε τον κυκλικό αγωγό, ώστε το επίπεδό του να γίνει κατακόρυφο, όπως στο διπλανό σχήμα.



iv) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου B_β, στο κέντρο K του κυκλικού αγωγού:
   α) Είναι κατακόρυφη
   β) Είναι οριζόντια, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος.
   γ) Είναι πλάγια, σχηματίζοντας γωνία με το επίπεδο του σχήματος, με φορά προς τον αναγνώστη.

v) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο A του κατακορύφου επιπέδου:
   α) Είναι κατακόρυφη
   β) Είναι οριζόντια, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος.

vi) Για τα μέτρα των εντάσεων B_α και B_β, στις δύο αναφερόμενες περιπτώσεις των σχημάτων, ισχύει:

α) $B_\alpha < B_\beta$,   β) $B_\alpha = B_\beta$,   γ) $B_\alpha > B_\beta$,

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

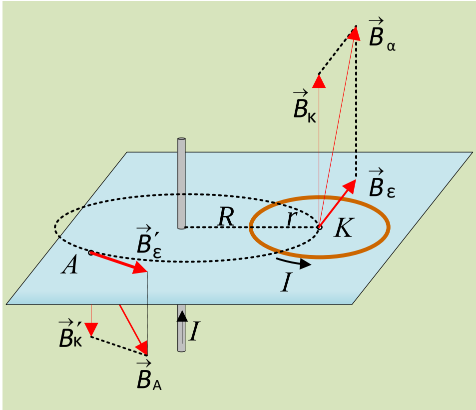
Απάντηση:

i) Στο σημείο K, ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός, (σωστό το α) όπως προκύπτει από τις εξισώσεις υπολογισμού του μέτρου της έντασης, για ευθύγραμμο και κυκλικό αγωγό:

$$B_\varepsilon = k_\mu \frac{2I}{R} = k_\mu \frac{2I}{2r} = k_\mu \frac{I}{r} \quad (1)$$

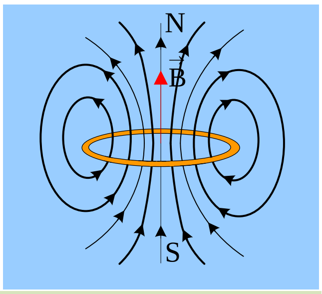
$$B_\kappa = k_\mu \frac{2\pi I}{r} = 2\pi k_\mu \frac{I}{r} = 2\pi \cdot B_\varepsilon \quad (2)$$

Η τελευταία σχέση μας λέει ότι το μέτρο της έντασης που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός είναι 2π φορές μεγαλύτερο από το αντίστοιχο μέτρο της έντασης που οφείλεται στον ευθύγραμμο αγωγό.

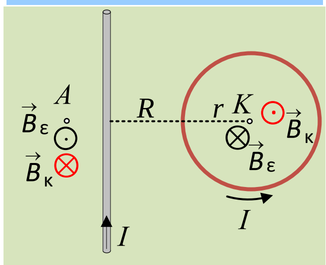


ii) Σωστή πρόταση είναι η γ). Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων B_ε και B_κ που δημιουργεί ο ευθύγραμμος και ο κυκλικός αγωγός αντίστοιχα. Η συνολική ένταση προκύπτει με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, όπου με βάση το σχήμα προκύπτει διάνυσμα, πλάγιο στο οριζόντιο επίπεδο, με φορά προς τα πάνω.

iii) Ξανά η γ) πρόταση είναι σωστή για την ένταση του πεδίου στο σημείο Α. Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, η ένταση του κυκλικού αγωγού, στο κέντρο Κ έχει φορά προς τα πάνω. Αυτό ισχύει για όλα τα σημεία στο εσωτερικού του κύκλου. Αλλά οι δυναμικές γραμμές είναι κλειστές και σε όλα τα σημεία του επιπέδου, εξωτερικά του κύκλου, έχουν φορά προς τα κάτω, με αποτέλεσμα η ένταση B_κ' να είναι κατακόρυφη, με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε η ολική ένταση στο σημείο Α, η B_A, θα είναι πλάγια στο επίπεδο, προς τα κάτω.



Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί τώρα τα αντίστοιχα διανύσματα για τις εντάσεις του ευθύγραμμου και του κυκλικού αγωγού, τόσο στο Κ, όσο και στο σημείο Α, με βάση όσα ειπώθηκαν και προηγουμένως.



iv) Στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού, με βάση το σχήμα η ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο του σχήματος (άρα οριζόντια…) με φορά προς τα έξω, αφού, όπως αποδείξαμε στο i) υποερώτημα $B_\kappa > B_\varepsilon$. Σωστό το β).

v) Αλλά και στο σημείο Α, οι δυο εντάσεις είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος, συνεπώς και η συνολική ένταση θα είναι επίσης κάθετη στο επίπεδο, άρα οριζόντια και σωστό το β).

vi) Για το μέτρο της έντασης στο Κ, στο πρώτο σχήμα, παίρνουμε από το πυθαγόρειο θεώρημα:

$$B_\alpha = \sqrt{B_\varepsilon^2 + B_\kappa^2} = \sqrt{\left(k_\mu \frac{I}{r}\right)^2 + \left(k_\mu \frac{2\pi I}{r}\right)^2} = k_\mu \frac{I}{r}\sqrt{4\pi^2 + 1}$$

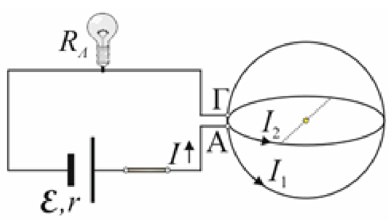
Ενώ για το β σχήμα θα έχουμε, για το αντίστοιχο μέτρο της έντασης B_β:

$$B_\beta = B_\kappa - B_\varepsilon = k_\mu \frac{2\pi I}{r} - k_\mu \frac{I}{r} = k_\mu \frac{I}{r}(2\pi - 1)$$

Από την σύγκριση των παραπάνω, (αφού $\sqrt{4\pi^2 + 1} > 2\pi$) προκύπτει ότι $B_\alpha > B_\beta$.

Σωστό το γ).

12) Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή έχει ΗΕΔ $\mathcal{E}$, εσωτερική αντίσταση $r = 2\ \Omega$ και τροφοδοτεί έναν λαμπτήρα με στοιχεία κανονικής λειτουργίας «40 W, 20 V». Το ρεύμα σε κάποιο σημείο διακλαδίζεται σε δύο όμοιους κυκλικούς αγωγούς, με ακτίνες $\alpha = 0{,}2$ m, που έχουν τα επίπεδά τους κάθετα. Η αντίσταση ανά μονάδα μήκους κάθε κυκλικού αγωγού είναι $R^\star = 100/\pi\ \Omega/\mathrm{m}$. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο των κυκλικών αγωγών έχει μέτρο $\pi\sqrt{2}\cdot 10^{-6}$T. Βρείτε:



α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αγωγό.
β. Αν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.
γ. Την ΗΕΔ της πηγής.
δ. Τον ρυθμό με τον οποίο η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα.
ε. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού αν διακόψουμε το ρεύμα στον έναν από τους δύο κυκλικούς αγωγούς.

Δίνεται $k_\mu = 10^{-7}\mathrm{N/A^2}$.

ΛΥΣΗ

α. Οι κυκλικοί αγωγοί είναι όμοιοι, άρα θα έχουν ίδια αντίσταση και θα διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης. Έτσι, οι εντάσεις του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί κάθε αγωγός στο κοινό κέντρο θα έχουν ίδιο μέτρο, $B_1 = B_2$, ενώ τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ θα είναι κάθετα μεταξύ τους. Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ έχει μέτρο:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow B = B_1\sqrt{2} \Rightarrow B_1 = B_2 = 2{,}5\pi \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αγωγό υπολογίζεται από τον τύπο της έντασης του μαγνητικού πεδίου:

$$B_1 = k_\mu \frac{2\pi I_1}{\alpha} \Rightarrow I_1 = \frac{B_1 \alpha}{k_\mu 2\pi}$$

Επομένως:

$$I_1 = I_2 = 1\ \mathrm{A}$$

β. Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας του λαμπτήρα βρίσκουμε το ρεύμα κανονικής λειτουργίας και την αντίσταση του λαμπτήρα:

$$P_\kappa = V_\kappa I_\kappa \Rightarrow I_\kappa = \frac{P_\kappa}{V_\kappa} = 2\ \mathrm{A}\ \text{ και }\ R_\Lambda = \frac{V_\kappa}{I_\kappa} = 10\ \Omega$$

Το ρεύμα που διαρρέει τον λαμπτήρα έχει ένταση:

$$I = I_1 + I_2 = 2\ \mathrm{A}$$

Άρα ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.

γ. Κάθε κυκλικός αγωγός έχει μήκος: $l = 2\pi\alpha = 2\pi \cdot 0{,}2 = 0{,}4\pi$ m και αντίσταση

$$R = R^* l = \frac{100}{\pi} \cdot 0{,}4\pi = 40\ \Omega$$

Επομένως η ΗΕΔ της πηγής είναι:

$$\mathcal{E} = I\left(R_\Lambda + \frac{R}{2} + r\right) = 2 \cdot (10 + 20 + 2) \Rightarrow \mathcal{E} = 64\ \mathrm{V}$$

δ. Η ισχύς της πηγής δίνεται από τον τύπο:

$$P_{\eta\lambda} = \mathcal{E} I = 64 \cdot 2 \Rightarrow P_{\eta\lambda} = 128\ \mathrm{W}$$

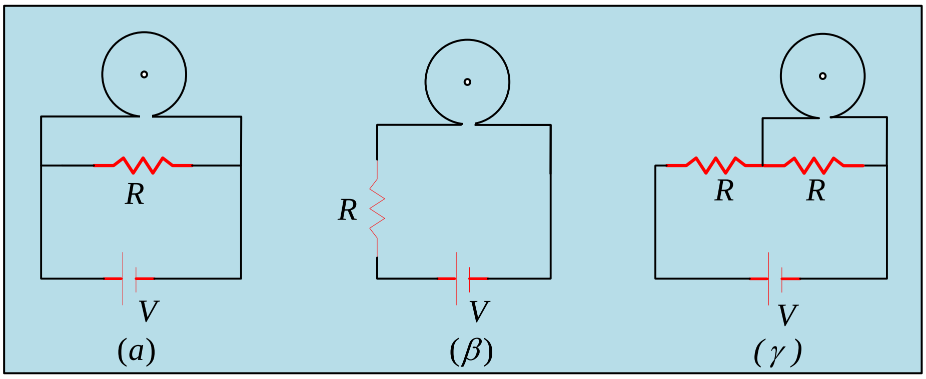
ε. Αν διακόψουμε το ρεύμα στον ένα κυκλικό αγωγό, τότε ο άλλος διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R_\Lambda + r + R} = \frac{64}{10 + 2 + 40} = \frac{64}{52} \approx 1{,}2\ \mathrm{A}$$

Επομένως για την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού έχουμε:

$$\frac{B'}{B_1} = \frac{I'}{I_1} = \frac{1{,}2}{1} \Rightarrow B' = 1{,}2 B_1 = 1{,}2 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \Rightarrow B' = 3{,}9 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

13) **Α.** Ο **κυκλικός** αγωγός αποτελείται από σύρμα **αντίστασης R**. Τα τρία κυκλώματα τροφοδοτούνται από την **ίδια τάση V**.

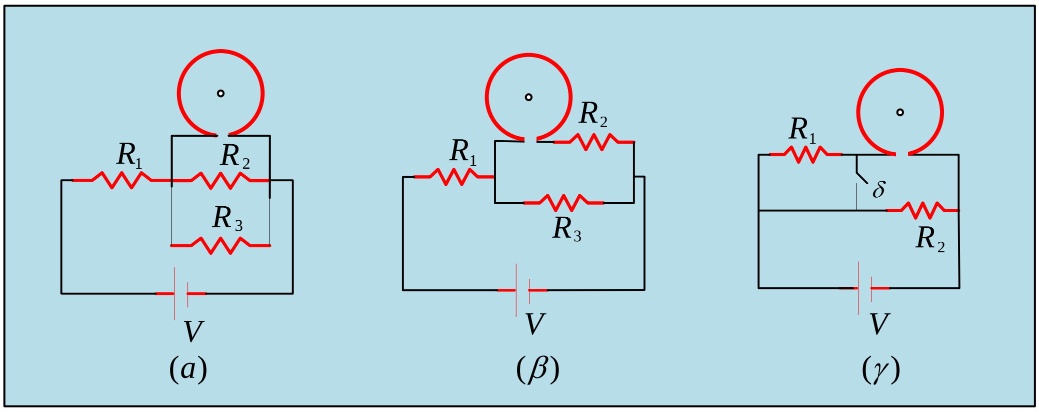


Να κατατάξετε τα **μέτρα των εντάσεων** του μαγνητικού πεδίου **στο κέντρο του κυκλικού** αγωγού στα τρία κυκλώματα κατά **αύξουσα** σειρά.

Ποιο από τα τρία κυκλώματα **καταναλώνει ενέργεια με μεγαλύτερο ρυθμό** οπότε θα πάψει ο αγωγός να διαρρέεται από ρεύμα, άρα θα καταργηθεί το μαγνητικό πεδίο νωρίτερα;

Ποιο αποτελεί την καλύτερη **επιλογή** κατανάλωσης-απόδοσης;

Β. Στα επόμενα κυκλώματα, οι αντιστάτες έχουν **ίσες** αντιστάσεις: **R_1=R_2=R_3=R**

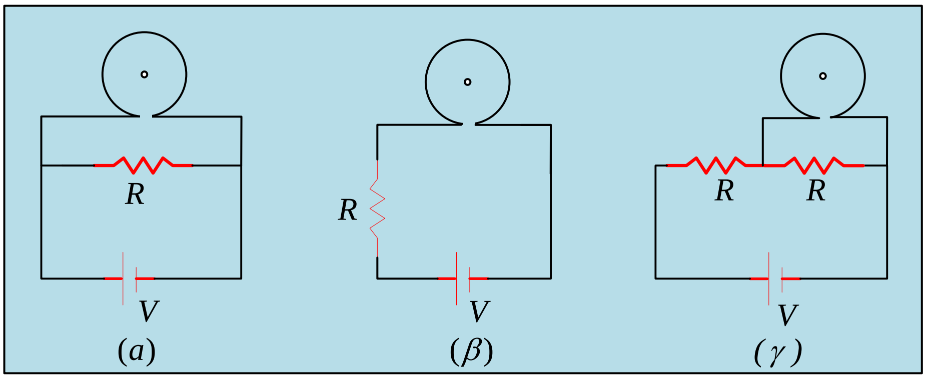


Να κατατάξετε τα **μέτρα των εντάσεων** του μαγνητικού πεδίου **στο κέντρο του κυκλικού** αγωγού στα τρία κυκλώματα κατά **αύξουσα** σειρά, θεωρώντας το **διακόπτη** στο **κύκλωμα (γ)** αρχικά ανοικτό και μετά κλειστό

Απάντηση

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού δίνεται από τη σχέση: $B = K_\mu \dfrac{2\pi I}{r}$, δηλαδή είναι **ανάλογο της έντασης του ρεύματος που διαρρέει** τον κυκλικό αγωγό.

Α. Ας δούμε τα πρώτα τρία απλά κυκλώματα



Στο κύκλωμα **(α)** ο κυκλικός αγωγός **συνδέεται στους πόλους της πηγής**, οπότε η τάση στα άκρα του είναι ίση με την τάση της πηγής V και **διαρρέεται από ρεύμα** έντασης: $I_1 = \dfrac{V}{R}$

Το γεγονός ότι είναι **παράλληλα συνδεδεμένος** με τον αντιστάτη R , **δεν** επηρεάζει τα ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό. Η πηγή **διαρρέεται** από ρεύμα $I_\alpha = \frac{2V}{R}$ και **παρέχει ενέργεια** στο κύκλωμα με **ρυθμό**:

$$P_a = V \cdot I_a = V \cdot \frac{2V}{R} \Rightarrow P_a = \frac{2V^2}{R}$$

Στο κύκλωμα **(β)** ο κυκλικός αγωγός **συνδέεται σε σειρά με τον αντιστάτη R**, οπότε το κύκλωμα εμφανίζει αντίσταση: R_2=R+R=2R. Ο κυκλικός αγωγός **διαρρέεται από ρεύμα ίδιας** έντασης με το **ρεύμα που διαρρέει την πηγή**: $I_2 = \frac{V}{2R}$

Η πηγή **παρέχει ενέργεια** στο κύκλωμα με **ρυθμό** : $P_\beta = V \cdot I_\beta = V \cdot \frac{V}{2R} \Rightarrow P_\beta = \frac{V^2}{2R}$

Στο κύκλωμα **(γ)** ο κυκλικός αγωγός συνδέεται **παράλληλα στον αντιστάτη R** οπότε το κύκλωμα εμφανίζει αντίσταση: $R_3 = R + \frac{R \cdot R}{R+R} = R + \frac{R}{2} \Rightarrow R_3 = \frac{3R}{2}$ και η **πηγή διαρρέεται** από ρεύμα έντασης:

$$I_\gamma = \frac{V}{\frac{3R}{2}} \Rightarrow I_\gamma = \frac{2V}{3R}$$

Η **τάση στα άκρα του κυκλικού** αγωγού είναι: $V_3 = I_\gamma \frac{R}{2} = \frac{2V}{3R}\frac{R}{2} \Rightarrow V_3 = \frac{V}{3}$ και ο **κυκλικός** αγωγός **διαρρέεται** από ρεύμα: $I_3 = \frac{V_3}{R} \Rightarrow I_3 = \frac{V}{3R}$

Ισοδύναμα το κύκλωμα (γ) αποτελεί έναν **διαιρέτη τάσης**, οπότε:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R}{\frac{R}{2}} = 2 \Rightarrow V_1 = 2V_2 \quad \text{και} \quad V = V_1 + V_2 = 3V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{3}$$

Η πηγή **παρέχει ενέργεια** στο κύκλωμα με **ρυθμό**: $P_\gamma = V \cdot I_\gamma = V \cdot \frac{2V}{3R} \Rightarrow P_\gamma = \frac{2V^2}{3R}$

Για τα **μέτρα των εντάσεων** των ΜΠ στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ισχύει:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{K_\mu \frac{2\pi I_1}{r}}{K_\mu \frac{2\pi I_2}{r}} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{V}{R}}{\frac{V}{2R}} = 2 \Rightarrow B_1 = 2B_2 \Rightarrow B_2 = \frac{B_1}{2}$$

$$\frac{B_1}{B_3} = \frac{K_\mu \frac{2\pi I_1}{r}}{K_\mu \frac{2\pi I_3}{r}} = \frac{I_1}{I_3} = \frac{\frac{V}{R}}{\frac{V}{3R}} = 3 \Rightarrow B_1 = 3B_3 \Rightarrow B_3 = \frac{B_1}{3}$$

Συνεπώς η αύξουσα σειρά αυτών είναι: $B_3 = \frac{B_1}{3} < B_2 = \frac{B_1}{2} < B_1$

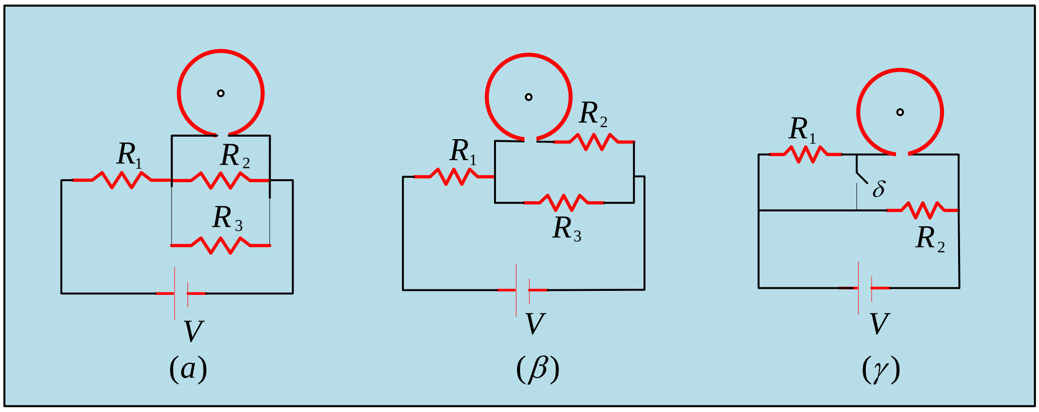
Για τους **ρυθμούς προσφοράς** ενέργειας από την πηγή στα κυκλώματα ισχύει: $P_\beta < P_\gamma < P_\alpha$

Συνεπώς **το πιο ισχυρό** μαγνητικό πεδίο θα **καταργηθεί και πιο γρήγορα**.

Παρατηρούμε ότι: $\dfrac{P_a}{P_\beta} = \dfrac{\dfrac{2V^2}{R}}{\dfrac{V^2}{2R}} = 4 \Rightarrow P_\beta = \dfrac{P_\alpha}{4}$

Παρατηρούμε πως το **κύκλωμα (β)** μάλλον αποτελεί την **καλύτερη επιλογή απόδοσης-κατανάλωσης** αφού δημιουργεί ΜΠ $B_2 = \dfrac{B_1}{2} > B_3$ αλλά ταυτόχρονα καταναλώνει $P_\beta = \dfrac{P_\alpha}{4} < P_\gamma$

Β. Ας δούμε τα επόμενα συνθετότερα κυκλώματα, όπου οι αντιστάτες έχουν **ίσες** αντιστάσεις: **R_1=R_2=R_3=R** και την αντίσταση του κυκλικού θα τη συμβολίζουμε **R_4=R**



Στο κύκλωμα (α) ο κυκλικός αγωγός είναι **συνδεδεμένος παράλληλα** με τους R_2 , R_3 . Η **ισοδύναμη αντίσταση των τριών** είναι: $\dfrac{1}{R_{234}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{3}{R} \Rightarrow R_{234} = \dfrac{R}{3}$

Ενώ η **ολική του κυκλώματος**: $R_a = R + \dfrac{R}{3} = \dfrac{4R}{3}$

Η **πηγή διαρρέεται** από ρεύμα: $I_\alpha = \dfrac{V}{\dfrac{4R}{3}} \Rightarrow I_a = \dfrac{3V}{4R}$

Η **τάση στα άκρα του κυκλικού** αγωγού είναι: $V_{234} = I_\alpha \dfrac{R}{3} = \dfrac{3V}{4R} \cdot \dfrac{R}{3} \Rightarrow V_{234} = \dfrac{V}{4}$

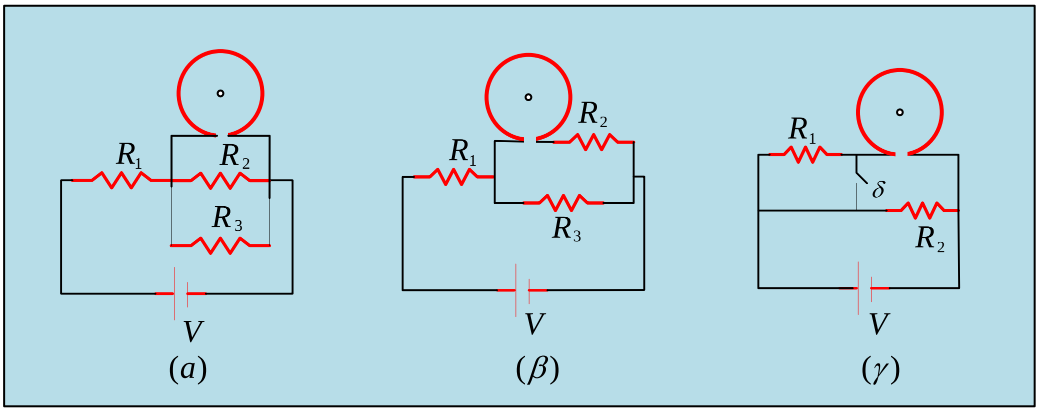
Ισοδύναμα το κύκλωμα (α) αποτελεί έναν **διαιρέτη τάσης**, οπότε:

$$\frac{V_1}{V_{234}} = \frac{R}{\dfrac{R}{3}} = 3 \Rightarrow V_1 = 3V_{234} \quad \text{και} \quad V = V_1 + V_{234} = 4V_{234} \Rightarrow V_{234} = \frac{V}{4}$$

Ο κυκλικός αγωγός **διαρρέεται από ρεύμα**: $I_1=\frac{V_{234}}{R}\Rightarrow I_1=\frac{\frac{V}{4}}{R}\Rightarrow I_1=\frac{V}{4R}$

Στο κύκλωμα (β) ο κυκλικός αγωγός είναι **συνδεδεμένος σε σειρά** με τον R_2, οπότε: $R_{2,4}=R+R=2R$

και ο ισοδύναμος αυτών **παράλληλα** με τον R_3: $R_{234}=\frac{R\cdot 2R}{3R}=\frac{2R}{3}$



Το κύκλωμα (β) αποτελεί έναν **διαιρέτη τάσης**, οπότε:

$$\frac{V_1}{V_{234}}=\frac{R}{\frac{2R}{3}}=\frac{3}{2}\Rightarrow V_1=\frac{3}{2}V_{234}\quad \text{και}\quad V=V_1+V_{234}=\frac{5}{2}V_{234}\Rightarrow V_{234}=\frac{2}{5}V$$

Ο κυκλικός αγωγός **διαρρέεται από ρεύμα**: $I_2=\frac{V_{234}}{R_{24}}\Rightarrow I_2=\frac{\frac{2V}{5}}{2R}\Rightarrow I_2=\frac{V}{5R}$

Στο **κύκλωμα (γ)** όταν **ο διακόπτης (δ)** είναι **ανοικτός**, ο R_1 και ο κυκλικός είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, οπότε: $R_{1,4}=R+R=2R$ και ο **ισοδύναμος αυτών συνδεδεμένος στα άκρα της πηγής**, οπότε ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα: $I_3=\frac{V}{2R}$

Ισχύει δηλαδή το ίδιο με το κύκλωμα (β) των περιπτώσεων (Α) σε σχέση με το ρεύμα στον κυκλικό αγωγό.

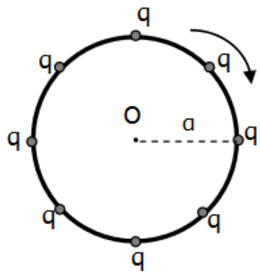
Στο **κύκλωμα (γ)** όταν **ο διακόπτης (δ)** είναι **κλειστός**, ο R_1 **βραχυκυκλώνεται** και **δεν** διαρρέεται από ρεύμα.

Έτσι ο κυκλικός αγωγός συνδέεται στους πόλους της πηγής και διαρρέεται από ρεύμα έντασης: $I_4=\frac{V}{R}$

Συνολικά έχουμε ότι: $I_2=\frac{V}{5R}<I_1=\frac{V}{4R}<I_3=\frac{V}{2R}<I_4=\frac{V}{R}\Rightarrow B_2<B_1<B_3<B_4$

14)

Οκτώ όμοια σημειακά φορτία $q=8\ 10^{-5}C$ είναι τοποθετημένα στην περιφέρεια ενός τροχού ακτίνας $\alpha=0,2$ m, όπως στο σχήμα, δηλαδή έτσι ώστε να διαιρούν την περιφέρεια του τροχού σε οκτώ ίσα τόξα. Ο τροχός περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα f=100 Hz γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του Ο. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο κέντρο του είναι ίση με την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο μέσο σωληνοειδούς που έχει 100 σπείρες/m το ρεύμα από το οποίο διαρρέεται το σωληνοειδές έχει ένταση



α. $8\ 10^{-4}$A **β.** $16\ 10^{-4}$A **γ.** $32\ 10^{-4}$A

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Απάντηση:

β.

Κατά την περιστροφή του τροχού από κάθε σημείο του διέρχεται φορτίο 8q σε χρόνο μιας περιόδου T, αυτό ισοδυναμεί με ρεύμα έντασης $I=\dfrac{8q}{T}\Rightarrow I=8qf\Rightarrow I=64\cdot10^{-3}\,A$ **(1)**

Επειδή η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού, B_K είναι ίση με την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσο του σωληνοειδούς, B_Σ :

$$B_K=B_\Sigma\Rightarrow k_\mu\frac{2\pi I}{\alpha}=k_\mu 4\pi\frac{N}{\ell}I_\Sigma\Rightarrow I_\Sigma=\frac{I\ell}{2N\alpha}\overset{(1)}{\Rightarrow}I_\Sigma=16\cdot10^{-4}\,A\,.$$