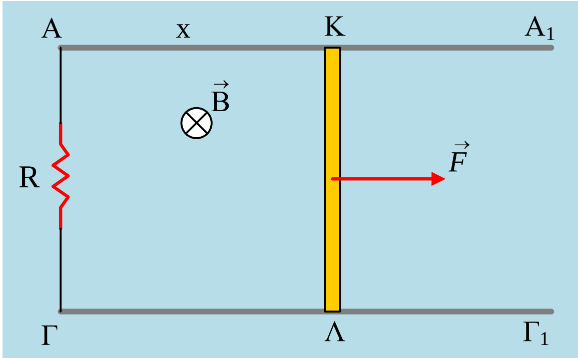
1)Ο αγωγός ΚΛ μήκους ℓ=1m, μάζας 0,4kg και με αντίσταση r=1Ω, μπορεί να κινείται οριζόντια, μέσα σε ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης B=1T, σε επαφή με δυο παράλληλους αγωγούς AA_1 και $ΓΓ_1$, οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση και απέχουν d=1m. Μεταξύ των άκρων Α και Γ συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση R=3Ω. Σε μια στιγμή ασκούμε στον αγωγό ΚΛ μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=0,7N με αποτέλεσμα ο αγωγός να κινείται προς τα δεξιά.



i) Να βρείτε τη ροή που διέρχεται από το ορθογώνιο πλαίσιο ΑΚΛΓ σε συνάρτηση με την απόσταση ΑΚ=x και να εξηγήσετε γιατί ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα.

ii) Να βρείτε τη φορά της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R.

iii) Για τη στιγμή t_1 που ο αγωγός έχει στιγμιαία ταχύτητα $υ_1$=2m/s, να υπολογιστούν:

α) Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο.

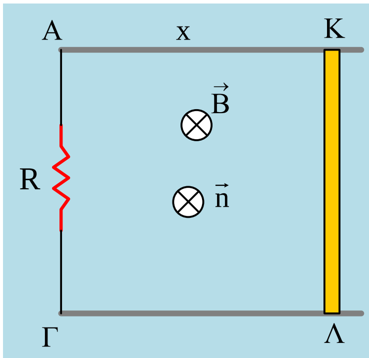
β) Η τάση $V_{ΚΛ}$.

γ) Η επιτάχυνση του αγωγού ΚΛ.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΚΛ, μέσω της δύναμης F και ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε ηλεκτρική. Είναι ή όχι ίσοι οι δυο παραπάνω ρυθμοί; Να εξηγήσετε τις ενεργειακές μετατροπές που εμφανίζονται τη στιγμή αυτή στο πλαίσιο.

Απάντηση:

i) Θεωρώντας την κάθετη στην επιφάνεια του πλαισίου ΑΚΛΓ, να έχει φορά προς τα κάτω, ίδια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, θα έχουμε για την διερχόμενη από αυτό μαγνητική ροή:



$$Φ=B\cdot S=B\cdot \ell\cdot x$$

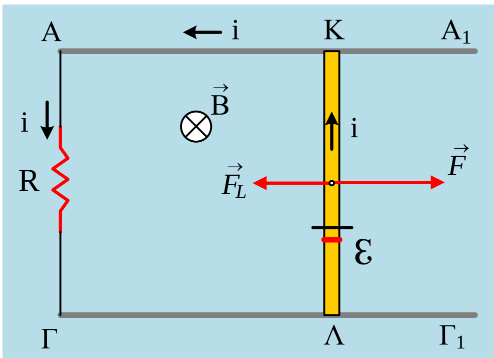
Από την παραπάνω εξίσωση βλέπουμε ότι καθώς κινείται ο αγωγός ΚΛ, μεταβάλλεται (αυξάνεται) η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια ΑΚΛΓ, οπότε εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή με τιμή:

$$\mathcal{E}=-\frac{ΔΦ}{Δt}$$

Οπότε αφού το κύκλωμα είναι κλειστό θα διαρρέεται από (επαγωγικό) ρεύμα με ένταση:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

ii) Η φορά του ρεύματος θα προκύψει με εφαρμογή του κανόνα του Lenz. Το επαγωγικό ρεύμα θα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το δημιουργεί. Εδώ η αιτία είναι η αύξηση της ροής, η οποία οφείλεται στην προς τα δεξιά κίνηση του αγωγού ΚΛ. Αλλά τότε το ρεύμα θα έχει τέτοια φορά, ώστε η δύναμη Laplace, την οποία το μαγνητικό πεδίο θα ασκήσει στον αγωγό ΚΛ, να έχει φορά προς τα αριστερά. Έτσι με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η ένταση του ρεύματος στην πλευρά ΚΛ έχει τη φορά



που είναι σημειωμένη στο σχήμα, προς τα πάνω και αντίστοιχα στον αντιστάτη R, θα έχει φορά προς τα κάτω. (Για να συμβεί αυτό, σημαίνει ότι στο κύκλωμά μας έκανε την εμφάνιση ΗΕΔ από επαγωγή με την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα, η οποία στην πραγματικότητα εμφανίστηκε στον ΚΛ, η κίνηση του οποίου την προκάλεσε…)

iii) Παραπάνω βρήκαμε την πολικότητα της ΗΕΔ που αναπτύσσεται λόγω επαγωγής. Έτσι αυτό που μένει πια είναι να υπολογιστεί η τιμή της.

α) Για την στιγμιαία τιμή της ΗΕΔ, από τον νόμο της επαγωγής παίρνουμε:

$$\mathcal{E} = \left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\mathrm{B}S_2 - \mathrm{B}S_1}{\Delta t} = \frac{\mathrm{B}\ell x_2 - \mathrm{B}\ell x_1}{\Delta t} = B\ell\frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = B\ell\frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow$$

$$\boxed{\mathcal{E} = B\ell\upsilon_1}$$

Με αντικατάσταση:

$$\mathcal{E} = 1 \cdot 1 \cdot 2V = 2V$$

β) Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, παίρνουμε για την στιγμιαία ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στην παραπάνω θέση:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{\mathrm{R}+\mathrm{r}} = \frac{2\mathrm{V}}{(3+1)\Omega} = 0{,}5A$$

Αντιμετωπίζοντας τώρα τον αγωγό ΚΛ ως μια πηγή με ΗΕΔ $\mathcal{E} = 2V$ και εσωτερική αντίσταση r=1Ω, τότε η τάση στα άκρα του θα είναι ίση με την «πολική τάση» της πηγής, με τιμή:

$$V_{K\Lambda}=V_{\pi o\lambda}=\mathcal{E}\text{-}ir=2V\text{-}0{,}5\cdot 1V=1{,}5V.$$

Εναλλακτικά η ζητούμενη τάση είναι και η τάση στα άκρα του αντιστάτη:

$$V_{K\Lambda}=V_{A\Gamma}=iR=0{,}5\cdot 5V=1{,}5V$$

γ) Ο αγωγός ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, οριζόντια με φορά προς τα αριστερά και μέτρο:

$$F_L=B\cdot i\cdot \ell=1\cdot 0{,}5\cdot 1N=0{,}5N$$

Οπότε εφαρμόζοντας το 2^o νόμο το Νεύτωνα για την κίνησή του, έχουμε (το βάρος και η κατακόρυφη αντίδραση από τους αγωγούς στήριξης αλληλοεξουδετερώνονται…):

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{\mathrm{F}-F_L}{\mathrm{m}} \rightarrow$$

$$a = \frac{\mathrm{F}-F_L}{\mathrm{m}} = \frac{0{,}7-0{,}5}{0{,}4} m/s^2 = 0{,}5m/s^2.$$

δ) Ενέργεια μεταφέρεται στη ράβδο (άρα και στο κύκλωμα) μέσω του έργου της ασκούμενης (εξωτερικά) δύναμης $\vec{F}$. Ο ζητούμενος ρυθμός, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$P_F=F\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu 0°=F\cdot\upsilon_1=0{,}7\cdot 2W=1{,}4W$$

Δηλαδή ο ζητούμενος ρυθμός είναι ίσος με 1,4J/s.

Ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική είναι ίσος με την ισχύ της πηγής:

$$P_{\eta\lambda}=P_{\pi\eta\gamma}= \mathcal{E}\cdot i=2\cdot 0{,}5W=1W$$

Βέβαια η ισχύς αυτή είναι τελικά ίση και με την ισχύ που θα εμφανιστεί ως θερμότητα στους αντιστάτες:

$$P_Q=i^2\cdot(R+r) = 0{,}5^2\cdot(3+1)W=1W$$

Αυτή η μετατροπή της ενέργειας μπορεί να εκφραστεί μέσω της ισχύος της δύναμης Laplace:

$$P_{FL}=F_L\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu 180°=-F_L\cdot\upsilon_1=-0,5\cdot 2W=-1W$$

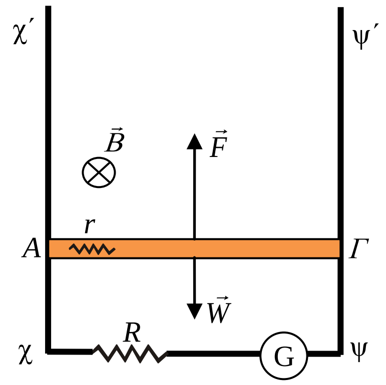
Όπου το αρνητικό πρόσημο, δείχνει την αφαίρεση της μηχανικής ενέργειας από την ράβδο.

Αλλά αν η δύναμη $\vec{F}$ προσφέρει ενέργεια 1,4J/s και η $\vec{F}_L$ αφαιρεί ενέργεια 1J/s, ενώ δεν ασκείται άλλη δύναμη στη ράβδο που να παράγει έργο, σημαίνει ότι η ενέργεια της ράβδου θα αυξάνεται κατά (1,4-1)J/s=0,4J/s και η ενέργεια αυτή (που αυξάνεται), δεν μπορεί παρά να είναι η κινητική ενέργεια της ράβδου…

Πράγματι:

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dw_{o\lambda}}{dt}=(\Sigma F)\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha=(\Sigma F)\cdot\upsilon_1=(0,7-0,5)2J/s=0,4J/s$$

2) Στο κύκλωμα του σχήματος η ράβδος ΑΓ με μήκος $l = 1m$, μάζα $m = 0,4kg$ και αντίσταση $r = 1\Omega$, μπορεί να κινείται χωρίς τριβές σε επαφή με τους δυο κατακόρυφους (χωρίς αντίσταση) αγωγούς χ'χ και ψ΄ψ. Στο χώρο υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 2T$, με φορά όπως στο σχήμα. Η αντίσταση του αγωγού χψ είναι $R = 4\Omega$, ενώ $g = 10m/s^2$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκούμε στη ράβδο εξωτερική δύναμη μέτρου $F > W$, κάθετα στη ράβδο, με κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα πάνω. Η διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$ αυξάνεται διαρκώς και κάποια στιγμή σταθεροποιείται στην τιμή $V_{A\Gamma} = 8V$.



α) Να μελετήσετε ποιοτικά την κίνηση της ράβδου.

β) Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η ράβδος.

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F.

δ) Να βρείτε τη συνάρτηση επιτάχυνσης – ταχύτητας, κατά τη διάρκεια κίνησης της ράβδου, και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες, μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα ο αγωγός.

ε) Αν το βαλλιστικό γαλβανόμετρο G δείξει τη διέλευση ηλεκτρικού φορτίου $q_{\varepsilon\pi} = 4C$, μέχρι τη στιγμή που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα,

ε_1) Πόσο διάστημα θα έχει διανύσει ο αγωγός εκείνη τη στιγμή και

ε_2) Σε πόσο χρόνο αποκτά ο αγωγός την οριακή του ταχύτητα;

στ) Κάποια στιγμή που η ταχύτητα του αγωγού έχει μέτρο $\upsilon = 4m/s$ υπολογίστε:

$\sigma\tau_1$) το ρυθμό παραγωγής έργου της δύναμης F.

$\sigma\tau_2$) το ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.

$\sigma\tau_3$) το ρυθμό παραγωγής θερμικής ενέργειας λόγω φαινομένου Joule.

$\sigma\tau_4$) το ρυθμό παραγωγής έργου της δύναμης Laplace.

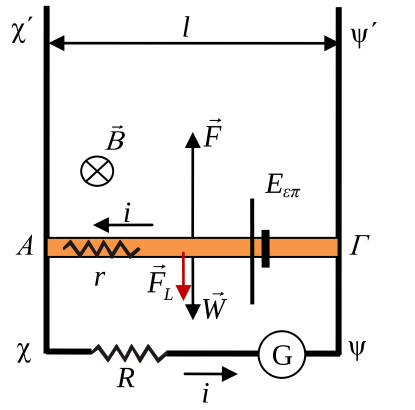
$\sigma\tau_5$) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού.

Απάντηση

α) Τη χρονική στιγμή $t = 0$, $F > W$ και η ράβδος επιταχύνεται, ανέρχεται, η ταχύτητα αυξάνεται και λίγο μετά, μια τυχαία χρονική στιγμή t, αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής στη ράβδο,

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon l$ με πολικότητα, που προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στο σχήμα, η οποία ρευματοδοτεί το κύκλωμα με επαγωγικό ρεύμα έντασης

$$i=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R+r}\Leftrightarrow i=\frac{B\upsilon l}{R+r}\ (1)$$



Τότε ασκείται δύναμη Laplace στον αγωγό, μέτρου

$$F_L=Bil\xrightarrow{(1)}F_L=\frac{B^2l^2}{R+r}\upsilon\ (2)$$

η οποία έχει τη φορά του σχήματος (αντιστέκεται στην κίνηση).

Εφαρμόζουμε το 2ο Νόμο του Newton για τον αγωγό:

$$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}\Leftrightarrow F-W-F_L=ma\xrightarrow{(2)}F-mg-\frac{B^2l^2}{R+r}\upsilon=ma$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{F-mg-\frac{B^2l^2}{R+r}\upsilon}{m}\Leftrightarrow a=\frac{(F-mg)(R+r)-B^2l^2\upsilon}{m(R+r)}\ (3)$$

Παρατηρούμε ότι όσο η ταχύτητα αυξάνεται, η επιτάχυνση μειώνεται και κάποια στιγμή μηδενίζεται. Τότε ο αγωγός αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα, οπότε σταθεροποιείται η ΗΕΔ επαγωγής, η ένταση του επαγωγικού ρεύματος και η τάση στα άκρα του αγωγού.

β) Ο αγωγός συμπεριφέρεται ως γεννήτρια με ΗΕΔ $E_{\varepsilon\pi}$ και εσωτερική αντίσταση r, που τροφοδοτεί κύκλωμα αντίστασης R. Η τάση στα άκρα του αγωγού ΑΓ, όταν αυτός αποκτήσει οριακή ταχύτητα, προκύπτει από το νόμο Ohm σε κλειστό κύκλωμα:

$$V_{A\Gamma}=E_{\varepsilon\pi}-i_{o\rho}r\Leftrightarrow V_{A\Gamma}=B\upsilon_{o\rho}l-\frac{B\upsilon_{o\rho}l}{R+r}r\Leftrightarrow V_{A\Gamma}=B\upsilon_{o\rho}l(1-\frac{r}{R+r})$$

$$\Leftrightarrow 8=2\upsilon_{o\rho}(1-\frac{1}{5})\Leftrightarrow 4=0{,}8\upsilon_{o\rho}\Leftrightarrow\upsilon_{o\rho}=5m/s$$

γ) Η εξίσωση *(3)* για $\alpha = 0$ δίνει

$$\frac{(F-mg)(R+r)-B^2l^2\upsilon_{o\rho}}{m(R+r)}=0\Leftrightarrow(F-mg)(R+r)-B^2l^2\upsilon_{o\rho}=0$$

$$\Leftrightarrow\upsilon_{o\rho}=\frac{(F-mg)(R+r)}{B^2l^2}\ (4)$$

$$\upsilon_{o\rho}=\frac{(F-mg)(R+r)}{B^2l^2}\Leftrightarrow 5=\frac{(F-4)5}{4}\Leftrightarrow F=8N$$

δ) Η εξίσωση *(3)* δίνει

$$a=\frac{(F-mg)(R+r)-B^2l^2\upsilon}{m(R+r)}\Leftrightarrow a=\frac{(8-4)\cdot 5-4\cdot\upsilon}{0{,}4\cdot 5}$$

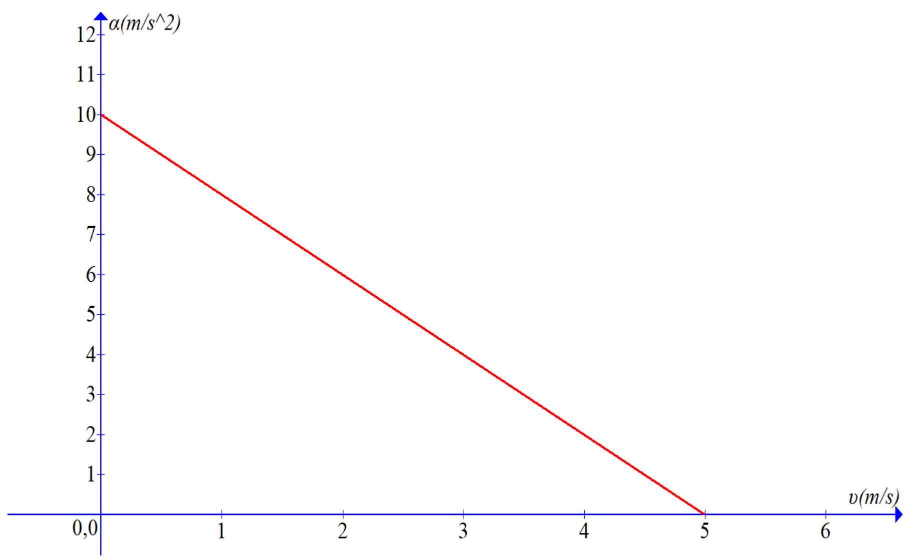
$$\Leftrightarrow a=\frac{20-4\upsilon}{2}\Leftrightarrow\alpha=10-2\upsilon\ (S.I.)$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$, $\upsilon = 0$ και

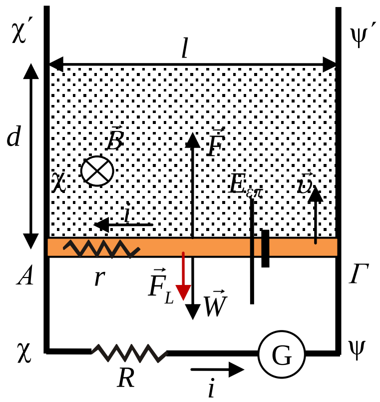
$$a=\frac{F-mg}{m}=\frac{8-4}{0{,}4}=10m/s^2$$

Όταν $\upsilon = \upsilon_{o\rho} = 4m/s$, $a = 0$.

Η γραφική παράσταση θα είναι:



ε) ε$_1$) Ο νόμος Newman δίνει για το επαγωγικό φορτίο



$$q_{επ} = \frac{ΔΦ}{R+r} \Leftrightarrow q_{επ} = \frac{B \cdot ΔS}{R+r}$$
$$\Leftrightarrow q_{επ} = \frac{B \cdot l \cdot d}{R+r} \Leftrightarrow d = \frac{q_{επ}(R+r)}{Bl}$$
$$\Leftrightarrow d = \frac{4 \cdot 5}{2} \Leftrightarrow d = 10m$$

<u>β΄τρόπος</u>

Σε ένα στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt το ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του κυκλώματος είναι

$$dq_{επ} = i \cdot dt \xrightarrow{(1)} dq_{επ} = \frac{Bυl}{R+r} \cdot dt$$

Το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο, που μετατοπίζεται στο κύκλωμα, βρίσκεται αν αθροίσουμε τα στοιχειώδη ηλεκτρικά φορτία που πέρασαν σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού, άρα

$$q_{επ} = \sum dq_{επ} \Leftrightarrow q_{επ} = \sum \frac{Bυl}{R+r} \cdot dt \Leftrightarrow q_{επ} = \frac{Bl}{R+r} \sum υ \cdot dt$$
$$\Leftrightarrow q_{επ} = \frac{Bl}{R+r} \sum dx \Leftrightarrow q_{επ} = \frac{Bl}{R+r} \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{q_{επ}(R+r)}{Bl} \Leftrightarrow d = 10m$$

ε$_2$) Για την εύρεση του χρόνου κίνησης του αγωγού θα χρησιμοποιήσουμε τη γενικευμένη έκφραση του 2^{ου} Νόμου Newton.

Η μεταβολή της ορμής που υφίσταται ο αγωγός σε στοιχειώδες χρονικό διάστημα είναι

$$dp = ΣF \cdot dt \Leftrightarrow dp = (F - W - F_L) \cdot dt \Leftrightarrow dp = (F - W - Bil) \cdot dt$$
$$\Leftrightarrow dp = (F - W) \cdot dt - Bli \cdot dt \Leftrightarrow dp = (F - W) \cdot dt - Bl \cdot dq \quad (4)$$

Η μεταβολή της ορμής του αγωγού στο χρονικό διάστημα $Δt = t - t_0 = t$, που χρειάστηκε μέχρι να αποκτήσει την οριακή ταχύτητα βρίσκεται αν αθροίσουμε τις στοιχειώδεις μεταβολές που δίνει η εξίσωση *(4)*:

$$Δp = \sum dp \Leftrightarrow p_{ορ} - p_0 = \sum \left[(F - W) \cdot dt - Bl \cdot dq\right]$$
$$\Leftrightarrow p_{ορ} - 0 = \sum (F - W) \cdot dt - \sum Bl \cdot dq \Leftrightarrow p_{ορ} = (F - W)\sum dt - Bl \sum dq$$
$$\Leftrightarrow mυ_{ορ} = (F - mg)t - Blq_{επ} \Leftrightarrow 0{,}4 \cdot 5 = (8 - 4)t - 2 \cdot 4 \Leftrightarrow 4t = 2 + 8 \Leftrightarrow t = 2{,}5s$$

στ) στ$_1$) $\frac{dw_F}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F \cdot \frac{dx}{dt} = F \cdot υ = 8 \cdot 4 = 32\frac{J}{s}$

στ$_2$) $\frac{dU_β}{dt} = -\frac{dW}{dt} = -\frac{mg \cdot dx \cdot συν180}{dt} = +mg \cdot υ = +0{,}4 \cdot 10 \cdot 4 = +16\frac{J}{s}$

στ$_3$) Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος έχει εκείνη τη στιγμή τιμή

$$i = \frac{Bυl}{R+r} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 1}{5} = 1{,}6\,A$$

$$\frac{dQ}{dt} = P_{θ(Rολ)} = i^2.R_{ολ} = 1{,}6^2 \cdot 5 = 12{,}8\frac{J}{s}$$

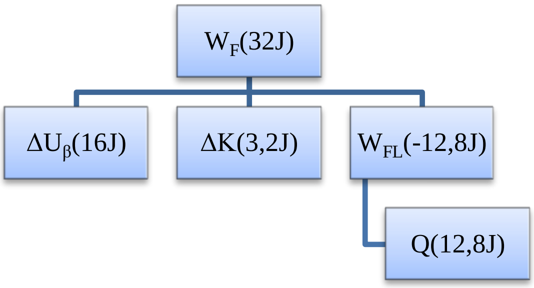
στ$_4$) Η δύναμη Laplace έχει μέτρο $F_L = Bil = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 1 = 3{,}2N$.

$$\frac{dw_{F_L}}{dt} = \frac{F_L \cdot dx \cdot συν180}{dt} = -F_L \cdot υ = -3{,}2 \cdot 4 = -12{,}8\frac{J}{s}$$

στ$_5$) $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ΣF}}{dt} = \frac{ΣF \cdot dx}{dt} = (F - W - F_L) \cdot υ = (8 - 4 - 3{,}2) \cdot 4 = +3{,}2\frac{J}{s}$

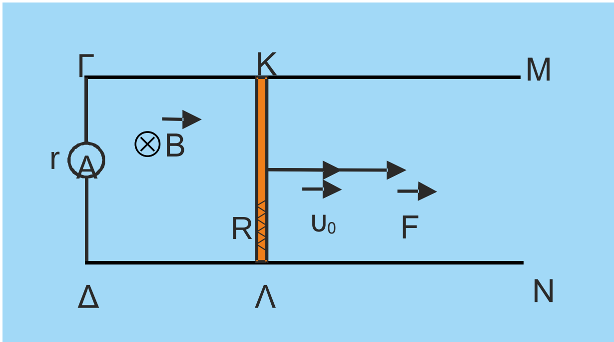
Σχόλια

α) Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα στο ερώτημα (στ) συμφωνούν με την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας, αφού ανά δευτερόλεπτο:



Ας προσέξουμε ότι μέσω του έργου της δύναμης Laplace αφαιρείται ενέργεια από τον αγωγό, η οποία εμφανίζεται ως ηλεκτρική στο κύκλωμα και μετατρέπεται τελικά σε θερμική στις αντιστάσεις του κυκλώματος.

3) Τα άκρα Γ και Δ δύο παράλληλων οριζόντιων αγωγών ΓΜ και ΔΝ, οι οποίοι δεν έχουν ωμική αντίσταση, συνδέονται με ένα αμπερόμετρο εσωτερικής αντίστασης r=2Ω. Επάνω στο επίπεδο των δύο αγωγών είναι τοποθετημένος κάθετα προς τη διεύθυνση τους άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους ℓ = 0,5m, ο οποίος μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές. Η μάζα του αγωγού ΚΛ είναι m = 5kg και η αντίσταση του R = 8Ω. Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η μαγνητική επαγωγή (ένταση) B = 2T είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών. Κατά τη χρονική στιγμή t_0 = 0, κατά την οποία ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα u_o = 12m/s παράλληλη προς τους αγωγούς ΓΜ και ΔΝ, ασκείται εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ ομόρροπη με την ταχύτητα. Ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή επιτάχυνση μέτρου α = 2m/s^2 ομόρροπη με την ταχύτητα.



α. να εξηγήσετε γιατί στα άκρα του αγωγού ΚΛ εμφανίζεται Η.Ε.Δ. από επαγωγή και να την εκφράσετε σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. να σημειώσετε την πολικότητα της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ και τη φορά του ρεύματος, που διαρρέει το αμπερόμετρο και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

γ. να βρείτε το φορτίο που περνά από το αμπερόμετρο στα πρώτα 5s της κίνησής του.

δ. να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t = 5s:

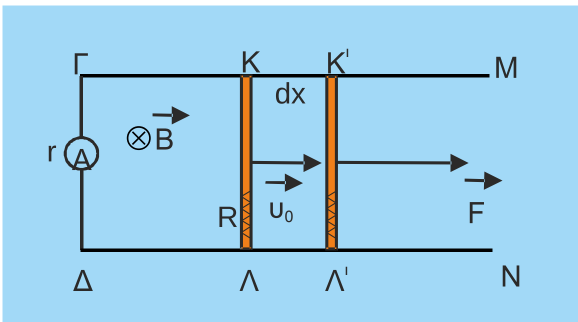
i. την ισχύ της δύναμης $\vec{F}$

ii. τη θερμική ισχύ στο κύκλωμα

iii. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ.

Λύση:

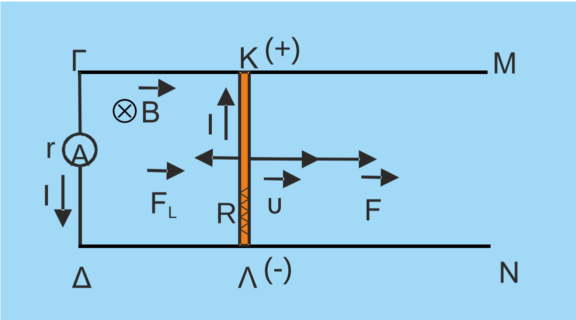
α. Καθώς ο αγωγός μετατοπίζεται, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το επίπεδο κίνησής του, εφόσον μεταβάλλεται το εμβαδόν επιφάνειας που σαρώνει ο αγωγός κατά την κίνησή του. Έτσι σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής θα εμφανιστεί Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του. Έστω μια νέα θέση του αγωγού (Κ'Λ') μετά από μικρή (στοιχειώδη) χρονική διάρκεια dt και μια στοιχειώδη μετατόπισή του κατά dx. Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής θα έχουμε για το μέτρο της εμφανιζόμενης $E_{επ}$:



$$E_{\varepsilon\pi}=\frac{d\Phi}{dt}\rightarrow E_{\varepsilon\pi}=\frac{d(B\cdot A\cdot \sigma\upsilon\nu 0^0)}{dt}\rightarrow E_{\varepsilon\pi}=B\cdot\frac{dA}{dt}\rightarrow$$
$$\rightarrow E_{\varepsilon\pi}=B\cdot\frac{\ell\cdot dx}{dt}\rightarrow E_{\varepsilon\pi}=B\cdot\ell\cdot\upsilon\rightarrow E_{\varepsilon\pi}=B\cdot\ell\cdot[\upsilon_0+\alpha\cdot(t-t_0)]$$

και μετά την αντικατάσταση των τιμών $E_{\varepsilon\pi}=12+2\cdot t \quad (S.I.)$ (1)

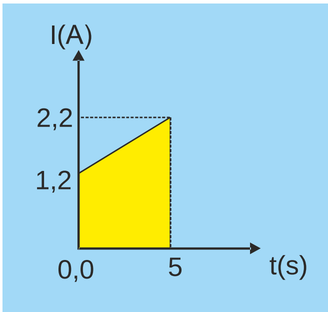
β. Η αιτία που δημιουργεί το φαινόμενο της επαγωγής και την συνεπακόλουθη εμφάνιση Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι η προς τα δεξιά κίνησή του. Επειδή ο αγωγός συμμετέχει σε κλειστό κύκλωμα, αυτό θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, οπότε ο αγωγός θα δεχτεί δύναμη Laplace $\vec{F}_L$, η φορά της οποίας θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, να τείνει να αναιρέσει το αίτιο που δημιούργησε το φαινόμενο της επαγωγής, δηλαδή την προς τα δεξιά κίνηση του αγωγού. Έτσι η φορά της $\vec{F}_L$ θα πρέπει να είναι προς τα αριστερά, οπότε από τον κανόνα των τριών δακτύλων προκύπτει ότι το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό πρέπει να έχει φορά από το Λ προς το Κ (στο εσωτερικό του). Έτσι η πολικότητα της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι Κ(+) και Λ(-) και η φορά του ρεύματος που διαρρέει το αμπερόμετρο είναι προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



γ. Είναι

$$I=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R+r}\xrightarrow{(1)}I=\frac{12+2\cdot t}{10}\rightarrow I=1{,}2+0{,}2\cdot t \quad (S.I.)\ (2)$$

Παριστάνουμε γραφικά την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για τα πρώτα 5s της κίνησής του.



Το εμβαδόν του τραπεζίου, που περικλείεται μεταξύ του διαγράμματος και του άξονα των χρόνων, εκφράζει το φορτίο που πέρασε από το αμπερόμετρο στα πρώτα 5s της κίνησής του αγωγού. Έτσι

$$q=\frac{(2{,}2+1{,}2)\cdot 5}{2}C\rightarrow q=8{,}5C$$

Εναλλακτικά θα είχαμε

$$q=\Sigma I dt\rightarrow q=\Sigma\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R+r}dt\rightarrow q=\Sigma\frac{d\Phi}{(R+r)\cdot dt}dt\rightarrow q=\frac{\Delta\Phi}{R+r}\rightarrow q=\frac{B\cdot\Delta A}{R+r}\rightarrow$$
$$\rightarrow q=\frac{B\cdot\ell\cdot\Delta x}{R+r}\rightarrow q=\frac{B\cdot\ell\cdot(\upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot\Delta t^2)}{R+r}\xrightarrow{\Delta t=5s}q=8{,}5C$$

δ. Είναι

$$\Sigma\vec{F}=m\cdot\vec{\alpha}\rightarrow F-F_L=m\cdot\alpha\rightarrow F=B\cdot I\cdot\ell+m\cdot\alpha\xrightarrow{(2)}$$
$$\rightarrow F=11{,}2+0{,}2\cdot t\xrightarrow{t=5s}F=12{,}2N$$

Επίσης

$$\upsilon=\upsilon_0+\alpha\cdot(t-t_0)\xrightarrow{t=5s}\upsilon=22m/s$$

i. $P_F=F\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu 0^0\xrightarrow{t=5s}P_F=268{,}4W$

ii. $P_{θερμ} = I^2 \cdot (R + r) \xrightarrow{(2)} P_{θερμ} = (1,2 + 0,2 \cdot t)^2 \cdot 10 \xrightarrow{t=5s} P_{θερμ} = 48,4W$

iii.

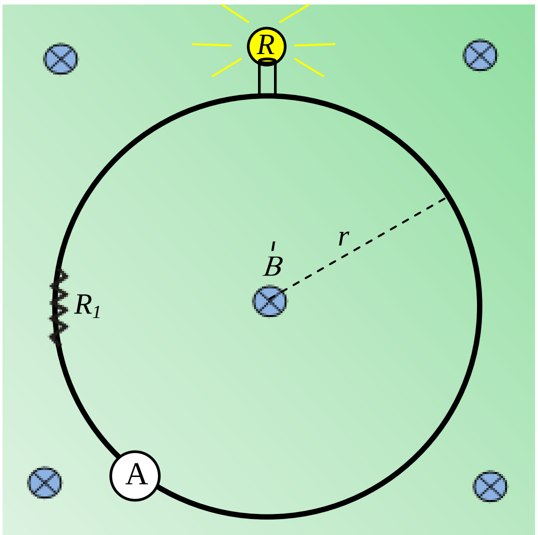
$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ΣF}}{dt} \rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{ΣF \cdot dx}{dt} \rightarrow \frac{dK}{dt} = ΣF \cdot υ \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{dK}{dt} = m \cdot α \cdot υ \xrightarrow{t=5s} \frac{dK}{dt} = 220\frac{J}{s}$$

Παρατηρούμε ότι $P_F = P_{θερμ} + \frac{dK}{dt}$, όπως επιβάλλει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Σε ένα πιο θεωρητικό επίπεδο έχουμε

$$P_F = F \cdot υ \cdot συν0^0 \rightarrow P_F = (B \cdot I \cdot \ell + m \cdot α) \cdot υ \rightarrow P_F = B \cdot I \cdot \ell \cdot υ + m \cdot α \cdot υ \rightarrow$$
$$\rightarrow P_F = E_{επ} \cdot I + ΣF \cdot υ \rightarrow P_F = I^2 \cdot (R + r) + ΣF \cdot υ \rightarrow P_F = P_{θερμ} + \frac{dK}{dt}$$

4) Μια μικρή λάμπα έχει στοιχεία κανονικής λειτουργίας *6W, 12V*. Τη συνδέουμε σε σειρά όπως στο σχήμα, με ιδανικό αμπερόμετρο συνεχούς ρεύματος και κυκλικό αγωγό που έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους *R* = 30/π Ω/m* και ακτίνα *r = 0,6 m*. Το επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι οριζόντιο και στο χώρο δημιουργούμε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με ένταση μεταβλητού μέτρου, που δίνεται από τη σχέση $B = B_0 + α \cdot t$ *(S.I.)*, όπου *α* μία θετική σταθερά σε *T/s*. Παρατηρούμε ότι η λάμπα φωτοβολεί, ενώ το αμπερόμετρο δείχνει ότι η λάμπα λειτουργεί κανονικά.



Κάτοψη

α) Πως εξηγείται η φωτοβολία της λάμπας;

β) Ποια είναι η ένδειξη του αμπερομέτρου και η αντίσταση της λάμπας;

γ) Ποια είναι η ΗΕΔ του κυκλώματος;

δ) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς *α*;

ε) Σχεδιάστε στο σχήμα τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, δικαιολογώντας την επιλογή σας.

Απάντηση

α) Για να φωτοβολεί η λάμπα, πρέπει να διαρρέεται από ρεύμα, άρα στο κύκλωμα να εμφανιστεί ΗΕΔ. Ο κυκλικός βρόγχος όμως βρίσκεται μέσα σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, άρα μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του βρόγχου. Σύμφωνα με το νόμο Faraday, αυτή η μεταβολή θα προκαλέσει την εμφάνιση ΗΕΔ, η οποία θα ρευματοδοτήσει το κλειστό κύκλωμα και το λαμπτήρα.*

β) Το ότι λειτουργεί το αμπερόμετρο συνεχούς ρεύματος, δείχνει ότι η ένταση του ρεύματος και η ΗΕΔ που δημιουργήθηκε στο κύκλωμα είναι χρονικά σταθερές, άρα το ρεύμα καλής λειτουργίας του λαμπτήρα προκύπτει από τον τύπο της ισχύος

$$P = V \cdot i \Leftrightarrow i = \frac{P}{V} \Leftrightarrow i = \frac{6}{12} \Leftrightarrow i = 0,5A$$

και η αντίστασή του θα είναι $R=\frac{V}{i}=\frac{12}{0,5}=24\Omega$

γ) Ο κυκλικός αγωγός έχει αντίσταση

$$R_1=R^*\cdot 2\pi r=\frac{30}{\pi}\cdot 2\pi\cdot 0,6=36\Omega$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Ohm στο κλειστό κύκλωμα

$$E=i\cdot(R_1+R)=0,5\cdot(36+24)=30V$$

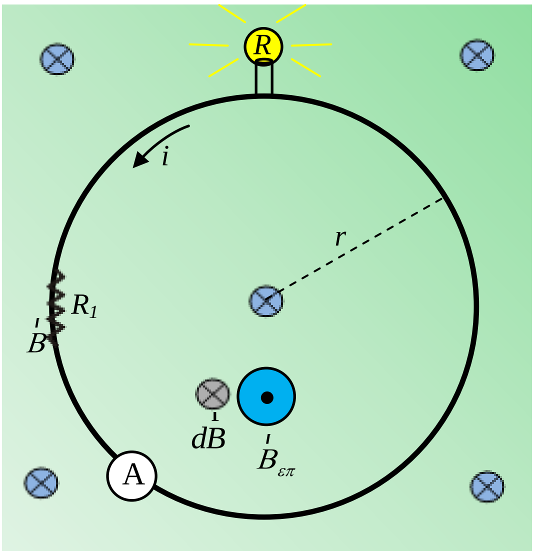
δ) Η σχέση που δίνει τη μεταβολή του B, είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου, άρα η σταθερά a εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του μεγέθους (κλίση της γραφικής παράστασης $B\rightarrow t$), δηλαδή $\frac{dB}{dt}=a$

Ο νόμος του Faraday δίνει

$$|E|=\frac{d\Phi}{dt}\Leftrightarrow|E|=\frac{d(B\cdot S)}{dt}\Leftrightarrow|E|=\frac{S\cdot dB}{dt}$$

$$\Leftrightarrow|E|=S\cdot a\Leftrightarrow a=\frac{|E|}{S}\Leftrightarrow a=\frac{|E|}{\pi r^2}$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{30}{0,36\pi}\Leftrightarrow a=\frac{250}{3\pi}T/s$$

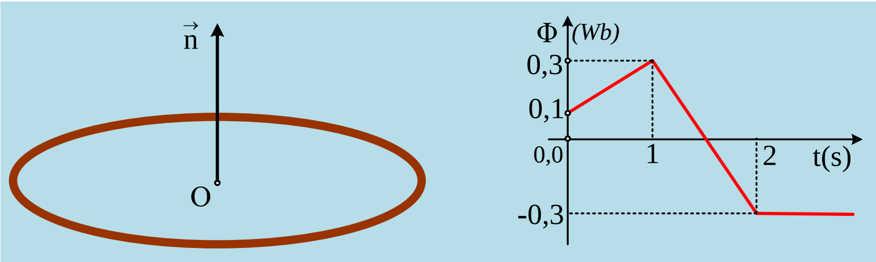


ε) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα αυξάνεται χρονικά, άρα ο ρυθμός μεταβολής της είναι $\frac{d\Phi}{dt}>0$.

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το επαγωγικό ρεύμα θα έχει τέτοια φορά ώστε το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$, να αντισταθεί στην αύξηση της ροής, δηλαδή να εξασθενίσει την υπάρχουσα μαγνητική ροή. Άρα οφείλει να έχει φορά αντίθετη του υπάρχοντος μαγνητικού πεδίου. Αν χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα του δεξιού χεριού, με τον αντίχειρα να δείχνει προς τον αναγνώστη, προκύπτει ότι η φορά του επαγωγικού ρεύματος πρέπει να είναι αριστερόστροφη (αντιωρολογιακή).

- Μπορούμε να σχεδιάσουμε επίσης το $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$ και με άλλο τρόπο. Σχεδιάζουμε το διάνυσμα $d\vec{B}$ της μεταβολής του μαγνητικού πεδίου και στη συνέχεια το $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$ θα είναι <u>πάντα αντίρροπο</u> με αυτό.

5) Στο σχήμα βλέπετε έναν οριζόντιο κυκλικό αγωγό (ένα κυκλικό πλαίσιο) με αντίσταση R=2Ω και την κάθετο στο επίπεδό του $\vec{n}$, στο κέντρο του Ο. Ο αγωγός αυτός βρίσκεται μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B_o=0,5Τ. Κάποια στιγμή (t_0=0) η ένταση του πεδίου αρχίζει να αλλάζει (ομοιόμορφα σε όλη την επιφάνεια του αγωγού), με αποτέλεσμα η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο να μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διπλανό διάγραμμα.

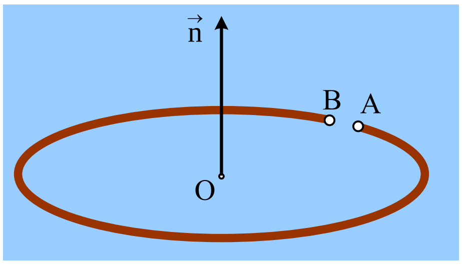


i) Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου τις χρονικές στιγμές t_1=0,5s και t_2=1,8s και να σχεδιάστε στο σχήμα το διάνυσμά της.

ii) Να βρεθεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο τη χρονική στιγμή t_1, καθώς και τη στιγμή που μηδενίζεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου.

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv) Αν ο παραπάνω αγωγός είχε ένα άνοιγμα, όπως στο σχήμα, να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης V_{AB} σε συνάρτηση με το χρόνο.

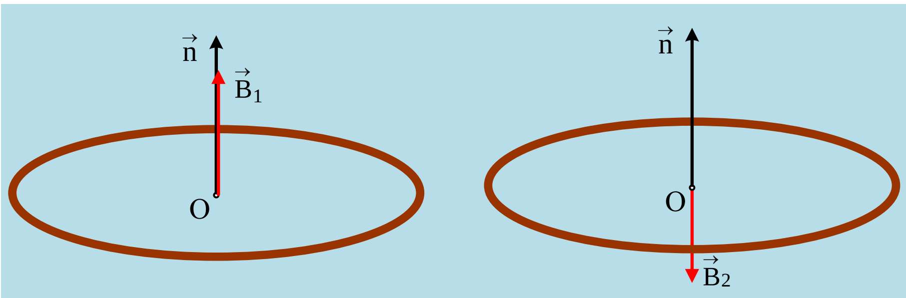


Απάντηση:

i) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλικού αγωγού δίνεται από τη σχέση:

$$Φ=B·S·συνα$$

Όπου α η γωνία μεταξύ της κάθετης στο πλαίσιο και της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Αλλά τότε τη στιγμή t_1 όπου Φ>0 η ένταση έχει την ίδια φορά με την κάθετη $\vec{n}$, ενώ αντίθετα τη στιγμή t_2 όπου Φ<0 η ένταση έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κάθετη.



Όσον αφορά το **μέτρο** της έντασης, για τη στιγμή t_o=0 έχουμε:

$$Φ_o=B_o·S \rightarrow S=\frac{Φ_o}{B_o}=\frac{0,1}{0,5}m^2=0,2m^2$$

Εξάλλου από 0-1s η ροή δίνεται από την εξίσωση:

$$Φ=αt+β$$

Όπου για t=0 → β=$Φ_o$=0,1Wb και για t=1s παίρνουμε 0,3=α·1+0,1 ή α=0,2 Wb/s, οπότε τελικά:

$$Φ=0,1+0,2t \text{ (S.I.)}$$

Οπότε τη στιγμή t_1=0,5s, $Φ_1$=0,2Wb και $B_1=\frac{Φ_1}{S}=\frac{0,2}{0,2}T=1T$

Σημείωση: Με ελάχιστη Γεωμετρία προκύπτει ότι τη στιγμή t_1 αντιστοιχεί η διάμεσος του τραπεζίου, άρα ροή 0,2Wb που αντιστοιχεί και σε ένταση 2·0,5T=1T…

Με την ίδια συλλογιστική για το χρονικό διάστημα από 1s - 2s θα έχουμε:

$$\Phi=\alpha' t+\beta' \text{ και με αντικατάσταση:}$$

$$0{,}3=\alpha'\cdot 1+\beta' \quad \text{και} \quad -0{,}3=\alpha'\cdot 2+\beta'$$

Από όπου βρίσκουμε α΄= -0,6 Wb/s και β΄=0,9Wb, οπότε και Φ=0,9-0,6·t (S.I.)

Έτσι τη στιγμή t_2=1,8s θα έχουμε:

$$\Phi_2=(0{,}9-0{,}6\cdot 1{,}8)Wb=-0{,}18Wb \text{ και}$$

$$|B_2|=\frac{\Phi_2}{S\sigma\upsilon\nu 180°}=\frac{-0{,}18}{0{,}2(-1)}T=0{,}9T$$

ii) Στο χρονικό διάστημα από 0-1s η ροή αυξάνεται γραμμικά, πράγμα που σημαίνει ότι η κλίση της ευθείας παραμένει σταθερή ή ισοδύναμα ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής, παραμένει σταθερός και ίσος με το μέσο ρυθμό μεταβολής της. Δηλαδή ισχύει ότι, για κάθε t έχουμε:

$$\frac{d\Phi}{dt}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Αλλά τότε και η εμφανιζόμενη ΗΕΔ από επαγωγή παραμένει σταθερή, σε όλο αυτό το χρονικό διάστημα, με τιμή:

$$E_1=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{0{,}3-0{,}1}{1}V=-0{,}2V$$

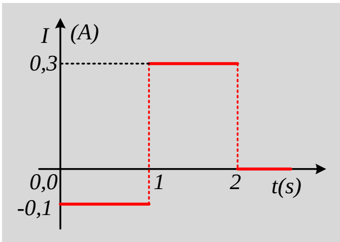
Με την ίδια λογική και στο χρονικό διάστημα από 1s-2s η εμφανιζόμενη ΗΕΔ παραμένει σταθερή, οπότε και τη στιγμή t΄=1,5s (γιατί;) , όπου μηδενίζεται η ένταση του πεδίου, θα έχουμε:

$$E_2=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{-0{,}3-0{,}3}{1}V=+0{,}6V$$

iii) Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, έχουμε για τα δύο παραπάνω χρονικά διαστήματα:

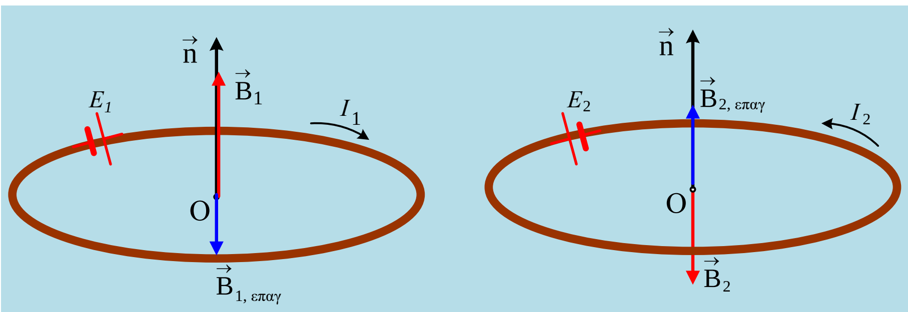
$$I_1=\frac{E_1}{R}=\frac{-0{,}2}{2}A=-0{,}1A$$

$$I_2=\frac{E_2}{R}=\frac{0{,}6}{2}A=+0{,}3A$$



Με αποτέλεσμα η ζητούμενη γραφική παράσταση να είναι αυτή του διπλανού σχήματος.

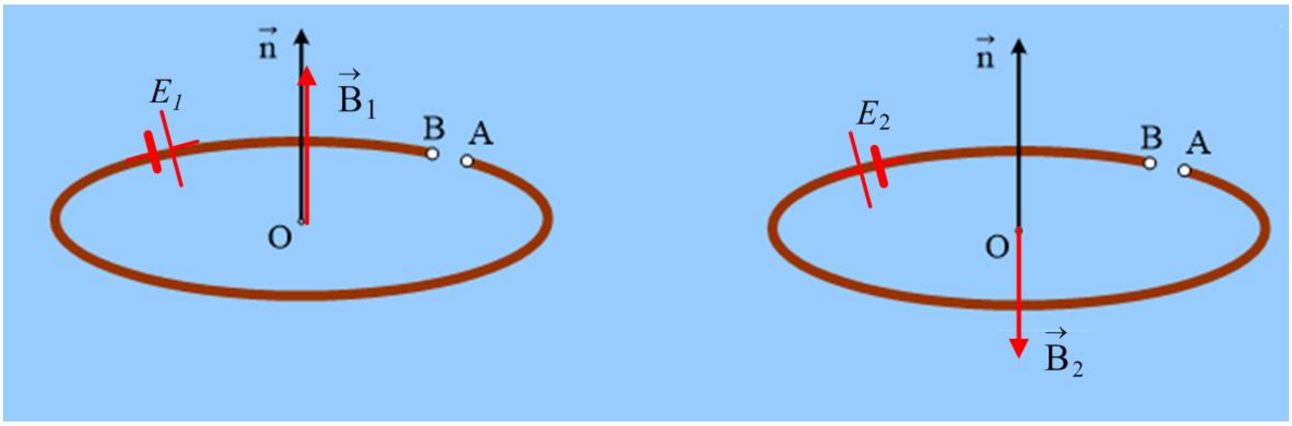
iv) Τι ακριβώς σημαίνει θετική και τι αρνητική ένταση ρεύματος στην παραπάνω περίπτωση; Στο πρώτο χρονικό διάστημα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου B_1 είχε φορά προς τα πάνω και αυξάνεται. Αλλά τότε με βάση τον κανόνα του Lenz, στον αγωγό θα δημιουργηθεί ρεύμα τέτοιας φοράς, που να αντιστέκεται στην αύξηση του B. Πώς θα αντισταθεί; Θα δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο αντίθετης κατεύθυνσης, όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα.



Αλλά για να δημιουργηθεί ένταση μαγνητικού πεδίου $B_{1,επ}$ με φορά προς τα κάτω, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1, όπως στο σχήμα, το οποίο οφείλεται στην ΗΕΔ από επαγωγή E_1 που έχει σημειωθεί πάνω στο σχήμα. (προσοχή η ΗΕΔ αυτή δεν παρουσιάζεται στη θέση που έχει σχεδιαστεί, αλλά σε όλον τον κυκλικό αγωγό…). Αυτή η ΗΕΔ λοιπόν και αυτή η ένταση του ρεύματος, υπολογίστηκαν παραπάνω με αρνητικές τιμές.

Όμοια βρίσκουμε ότι από 1s-2s η κατάσταση είναι αντίθετη, όπως φαίνεται στο 2^o σχήμα, όπου η E_2 και η ένταση του ρεύματος I_2 υπολογίζονται με θετικές τιμές.

Τι θα αλλάξει τώρα αν ο αγωγός έχει μια εγκοπή, οπότε δεν θα έχουμε επαγωγικό ρεύμα; Φαινόμενο επαγωγής θα έχουμε και ο νόμος της επαγωγής προβλέπει ανάπτυξη ΗΕΔ από επαγωγή και όχι ρεύμα. Έτσι τώρα θα έχουμε ξανά εμφάνιση ΗΕΔ, όπως στα σχήματα:



Αλλά τότε στο αριστερό κύκλωμα θα έχουμε:

$$V_{BA}=|E_1| \rightarrow V_{AB} = -|E_1| = -0{,}2V$$

Ενώ για το 2^o χρονικό διάστημα, με βάση το δεξιό σχήμα:

$$V_{AB}=|E_2| = 0{,}6V$$

6) Δύο μικροί όμοιοι μαγνήτες αφήνονται ταυτόχρονα από ύψος h από το έδαφος, να πέσουν. Στην πορεία τους περνούν από δύο οριζόντιους σταθερούς κυκλικούς αγωγούς, όπου ο δεύτερος παρουσιάζει μια μικρή εγκοπή.

i) Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες; Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις:

α) Φαινόμενο επαγωγής εμφανίζεται μόνο κατά την πτώση του Α μαγνήτη.

β) Μόνο ο Β μαγνήτης εκτελεί ελεύθερη πτώση.

γ) Πρώτος θα φτάσει στο έδαφος ο Β μαγνήτης.

ii) Αν η μάζα κάθε μαγνήτη είναι 200g και οι μαγνήτες φτάνουν στο έδαφος με ταχύτητες $υ_1$=4m/s και $υ_2$=4,2m/s αντίστοιχα, να υπολογιστεί η θερμότητα που εμφανίζεται στο πρώτο κυκλικό αγωγό, κατά το πέρασμα του μαγνήτη από το εσωτερικό του.

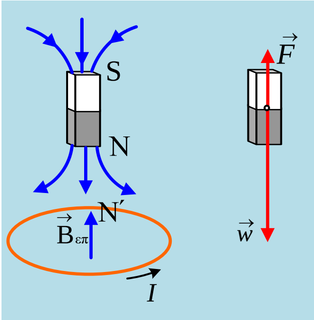
Απάντηση:

i) α) Καθώς οι μαγνήτες πέφτουν, μεταβάλλεται ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που περνούν από την επιφάνεια κάθε κυκλικού αγωγού, οπότε μεταβάλλεται και η μαγνητική ροή.

Αποτέλεσμα θα εμφανιστεί ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή και στους δύο κυκλικούς αγωγούς, απλά μόνο ο πρώτος, που είναι κλειστός, θα διαρρέεται από ηλεκτρικό (επαγωγικό) ρεύμα.

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

β) Έστω ότι οι μαγνήτες πέφτουν με το βόρειο πόλο προς τα κάτω. Τότε στον πρώτο κλειστό κυκλικό αγωγό, θα εμφανιστεί επαγωγικό ρεύμα, όπου με βάση τον κανόνα του Lenz, θα έχει φορά που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα μαγνητικό πεδίο με ένταση στο κέντρο του $B_{επ}$ με φορά προς τα πάνω. Αλλά τότε απέναντι στο βόρειο πόλο N του μαγνήτη, δημιουργείται ένας άλλος βόρειος πόλος N΄ με αποτέλεσμα ο μαγνήτης να απωθείται δεχόμενος δύναμη F, με φορά προς τα πάνω. Έτσι από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:



$$w\text{-}F=m\cdot α \;\rightarrow\; α<g$$

ο πρώτος δηλαδή μαγνήτης έχει επιτάχυνση μικρότερη από την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Αντίθετα στο Β μαγνήτη ασκείται μόνο το βάρος και εκτελεί ελεύθερη πτώση κινούμενος με επιτάχυνση g. Η πρόταση είναι σωστή.

γ) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα ο Α μαγνήτης κινείται με μικρότερη επιτάχυνση από τον Β και θα χρειαστεί περισσότερο χρόνο να φτάσει στο έδαφος. Η πρόταση είναι σωστή.

ii) Ο Β μαγνήτης εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h, οπότε θεωρώντας μηδενική τη δυναμική του ενέργεια στο έδαφος, θα έχουμε με εφαρμογή της ΑΔΜΕ:

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ} \rightarrow$$

$$mgh=\frac{1}{2}mv_2^2 \quad (1)$$

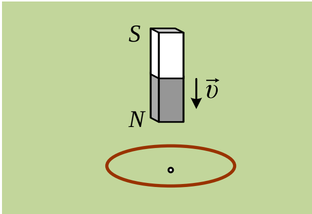
Αντίθετα η μηχανική ενέργεια κατά την πτώση του Α μαγνήτη δεν διατηρείται, αφού η δύναμη F που ασκείται πάνω του, αφαιρεί μηχανική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα και τελικά εμφανίζεται με τη μορφή της θερμότητας. Αλλά τότε με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας θα πάρουμε:

$$E_{αρχ}=E_{τελ}+Q \rightarrow$$

$$mgh=\frac{1}{2}mv_1^2+Q \rightarrow$$

$$Q=mgh-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}0{,}2(4{,}2^2-4^2)J=0{,}164J$$

7)Ένας ραβδόμορφος μαγνήτης πέφτει κατακόρυφα πλησιάζοντας έναν κυκλικό αγωγό, ο οποίος συγκρατείται με το επίπεδό του οριζόντιο, όπως στο σχήμα.



Σε μια στιγμή ο μαγνήτης, με μάζα m=0,1kg, έχει ταχύτητα υ=2m/s, ενώ ο κυκλικός αγωγός ο οποίος έχει αντίσταση R=0,2Ω, διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=1A. Για την στιγμή αυτή:

i) Να σχεδιάστε στο σχήμα την φορά της έντασης του ρεύματος, που διαρρέει τον αγωγό, δίνοντας και μια σύντομη ερμηνεία.

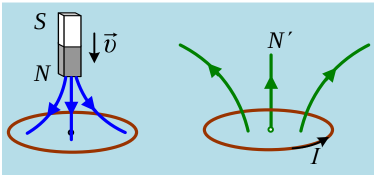
ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής, η οποία διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλικού αγωγού.

iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική στον αγωγό, καθώς και η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό από το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη.

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του μαγνήτη.

Δίνεται $g=10m/s^2$

Απάντηση:



i) Καθώς πέφτει ο μαγνήτης, αυξάνεται ο αριθμός των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού του πεδίου, που περνούν από την επιφάνεια του κυκλικού αγωγού, όπως φαίνεται στο πρώτο σχήμα. Αλλά τότε μεταβάλλεται (αυξάνεται) η μαγνητική ροή και θα εμφανιστεί ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής στον αγωγό, ο οποίος θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, με φορά όπως στο δεύτερο σχήμα, αφού μόνο τότε θα δημιουργήσει ένα δεύτερο μαγνητικό πεδίο με δυναμικές γραμμές προς τα πάνω, τείνοντας να αντισταθεί στην αύξηση της μαγνητικής ροής. Ισοδύναμα, καθώς πλησιάζει ο βόρειος πόλος του μαγνήτη, ο κυκλικός αγωγός θα διαρρέεται από ρεύμα με τέτοια φορά, ώστε να δημιουργήσει έναν νέο βόρειο πόλο (N΄) απέναντι από τον αντίστοιχο πόλο (N) του μαγνήτη και έτσι να τον απωθήσει (μη επιτρέποντας το πλησίασμα του μαγνήτη, το οποίο είναι και η αιτία εμφάνισης της ΗΕΔ).

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής, είναι ίσος με την αναπτυσσόμενη ΗΕΔ στο κυκλικό αγωγό, οπότε αφήνοντας το πρόσημο (-) το οποίο συνδέεται με τον προσανατολισμό του πλαισίου, έχουμε:

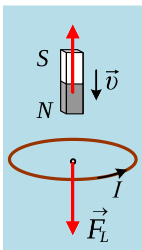
$$\frac{d\Phi}{dt} = E = IR = 1 \cdot 0{,}2\frac{Wb}{s} = 0{,}2\, Wb/s$$

(Στην πραγματικότητα, παραπάνω θεωρήσαμε την κάθετη στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού, να έχει φορά προς τα κάτω, ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας του μαγνήτη….)

iii) Ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική στον αγωγό, είναι ίσος με την ηλεκτρική ισχύ στον (κύκλωμα) αγωγό. Έτσι έχουμε:

$$P_{\eta\lambda}=E\cdot I=I^2\cdot R=1^2\cdot 0{,}2W=0{,}2W$$

Όμως η παραπάνω ισχύς είναι ίση και με το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη F που ασκείται στο μαγνήτη από το μαγνητικό πεδίο του κυκλικού αγωγού, του αφαιρεί ενέργεια. Έχουμε δηλαδή:



$$P_{\eta\lambda}=|P_F|$$

Αφού

$$P_F = \frac{dW}{dt} = \frac{F \cdot dy \cdot \sigma\upsilon\nu 180°}{dt} = -F \cdot \upsilon$$

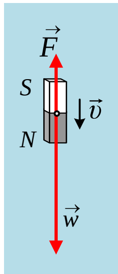
Όπου το αρνητικό πρόσημο απλά μας λέει ότι η δύναμη αφαιρεί ενέργεια από το μαγνήτη. Έτσι παίρνουμε:

$$F = \frac{P_{\eta\lambda}}{\upsilon} = \frac{0,2}{2} N = 0,1N$$

Αλλά η αντίδραση της δύναμης F που υπολογίσαμε παραπάνω, είναι η δύναμη Laplace που ασκείται από τον μαγνήτη στο κυκλικό αγωγό, επειδή διαρρέεται από ρεύμα. Η δύναμη Laplace είναι δηλαδή κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα, ασκείται στο κέντρο Ο του κύκλου, λόγω συμμετρίας και έχει μέτρο:

$$F_L = 0,1N$$

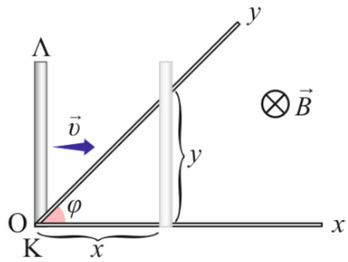
iv) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο μαγνήτη. Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας, θα έχουμε:



$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{(w - F)dy \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{dt} = (mg - F) \cdot \upsilon$$

$$\frac{dK}{dt} = (0,1 \cdot 10 - 0,1) \cdot 2\ \text{J/s} = \ 1,8\ \text{J/s}$$

8) Στη διάταξη του σχήματος, ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος $l = 1$ m, αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 5\ \Omega/\text{m}$ και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 2$ m/s. Το επίπεδο της κίνησης είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου $B = 1$ T. Το άκρο Κ του αγωγού συμπίπτει με το σημείο τομής Ο δύο αγωγών Ox και Oy, που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\varphi = 45°$. Ο αγωγός Oy έχει αμελητέα αντίσταση ενώ ο αγωγός Ox έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 5\ \Omega/\text{m}$. Βρείτε:



α. Τη μαγνητική ροή που διέρχεται από τον βρόχο σαν συνάρτηση του χρόνου και κάντε τη γραφική της παράσταση.

β. Την ΗΕΔ από επαγωγή στον βρόχο σαν συνάρτηση του χρόνου και κάντε τη γραφική της παράσταση.

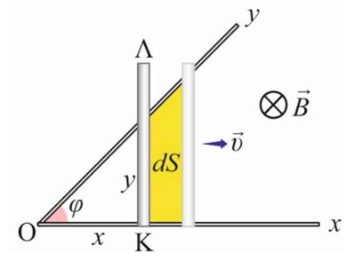
γ. Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει τον βρόχο σαν συνάρτηση του χρόνου και κάντε τη γραφική του παράσταση.

δ. Την εξωτερική δύναμη που πρέπει να ασκούμε στον κινούμενο αγωγό σαν συνάρτηση του χρόνου και κάντε τη γραφική της παράσταση.

ε. Το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε στο κύκλωμα.

Απ.[α. $\Phi = 2t^2$ (SI), **β.** $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = 4t$ (SI), **γ.** $I = 0,2$ A, **δ.** $F = 0,4t$ (SI), **ε.** $q = 0,1$ C**]**

ΛΥΣΗ

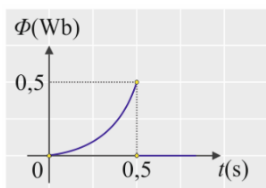


α. Το ορθογώνιο τρίγωνο είναι ισοσκελές. Οι κάθετες πλευρές του τριγώνου έχουν μήκη x και y και ισχύει $x = y$. Όταν το πάνω άκρο Λ του αγωγού έρχεται σε επαφή με το σύρμα Oy τότε οι κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου έχουν μήκος l και η μετατόπιση του αγωγού ΚΛ είναι $x = l$. Ο αγωγός χάνει την επαφή του με τον οδηγό Oy τη χρονική στιγμή:

$$t_1 = l/\upsilon = 0,5\ \text{s}$$

Για $t < t_1$ η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον βρόχο είναι:

$\Phi = BA = B\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}Bx^2 = \frac{1}{2}B\upsilon^2t^2 \Rightarrow \Phi = 2t^2$ (SI)



Η γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

β. Κάποια χρονική στιγμή t ο αγωγός έχει προχωρήσει κατά $x = \upsilon t$ και διέρχεται από το κύκλωμα μαγνητική ροή Φ. Σε χρόνο dt ο αγωγός προχωράει κατά dx και το εμβαδόν του κυκλώματος αυξάνεται κατά:

$$dS = xdx$$

Η επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον βρόχο είναι:

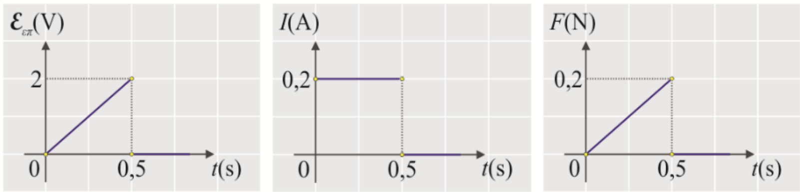
$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{Bxdx}{dt} = Bx\upsilon = B\upsilon^2 t \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = 4t\ \text{(SI)}$$

γ. Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει τον βρόχο υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{B\upsilon^2 t}{2\upsilon t R^*} \Rightarrow I = 0{,}2\ \text{A} = \sigma\tau\alpha\theta.$$

δ. Η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό έχει μέτρο $F_L = BIy$. Η εξωτερική δύναμη που πρέπει να ασκούμε στον κινούμενο αγωγό για να κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι αντίθετη της δύναμης Laplace:

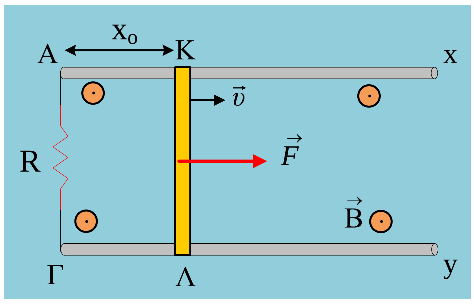
$$F = F_L = BIy \Rightarrow F_L = BI\upsilon t = 0{,}4t\ (\text{SI})$$



ε. Το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε στο κύκλωμα είναι:

$$q = It \Rightarrow q = 0{,}1\ \text{C}$$

9) Ο αγωγός ΚΛ μήκους ℓ=1m, μπορεί να κινείται οριζόντια, σε επαφή με δυο παράλληλους αγωγούς Αx και Γy μήκους d=2m, χωρίς τριβές, μέσα σε ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,3T, το οποίο εκτείνεται στην περιοχή που ορίζεται από τους αγωγούς Αx και Γy. Ο αγωγός ΚΛ και οι δύο αγωγοί Αx και Γy δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ μεταξύ των άκρων Α και Γ συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση R=0,2Ω. Ο αγωγός ΚΛ, με την επίδραση μιας κατάλληλης οριζόντιας δύναμης, κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα υ=2m/s και τη στιγμή t=0 απέχει από τα άκρα ΑΓ απόσταση x_0=0,4m.

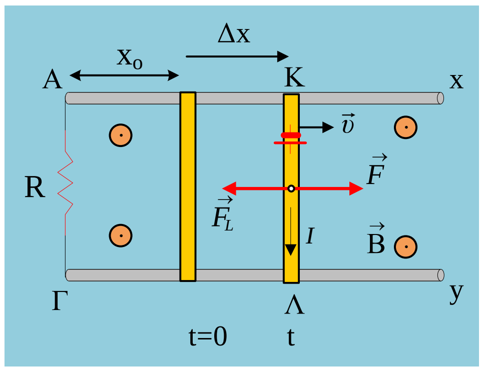


i) Να βρεθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από το ορθογώνιο ΑΚΛΓ σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση, μέχρι ο αγωγός να εγκαταλείψει τους αγωγούς Αx και Γy, θεωρώντας την κάθετη στην επιφάνεια να έχει την ίδια φορά με την ένταση του πεδίου.

ii) Να βρεθούν ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής και η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στο ορθογώνιο, καθώς και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R, σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Να υπολογιστεί η συνολική ηλεκτρική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στον αντιστάτη και να συγκριθεί με το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

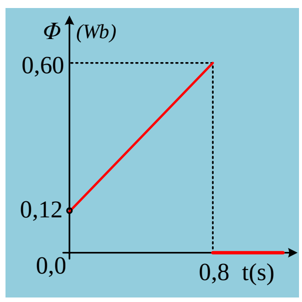
Απάντηση:



i) Έστω ότι τη χρονική στιγμή t, ο αγωγός ΚΛ έχει μετατοπισθεί κατά Δx, ευρισκόμενος στη θέση που δείχνει το σχήμα. Τη στιγμή αυτή, από το σχηματιζόμενο ορθογώνιο ΑΚΛΓ διέρχεται μαγνητική ροή:

$$\Phi = B\cdot S\cdot \sigma\upsilon\nu 0° = B\cdot \ell(x_o + \Delta x) = B\cdot \ell x_o + B\cdot \ell\upsilon\cdot t \rightarrow$$

$$\Phi = 0{,}3\cdot 1\cdot 0{,}4 + 0{,}3\cdot 1\cdot 2t = 0{,}12 + 0{,}6t\ \ (\text{S.I.})$$



Η παραπάνω σχέση ισχύει, μέχρι να φτάσει ο αγωγός ΚΛ στα δεξιά άκρα των αγωγών Αx και Βy, δηλαδή μέχρι τη στιγμή, όπουΔx=d-x_o, οπότε:

$$\Delta x = \upsilon\cdot t_1 \rightarrow t_1 = \frac{d - x_o}{\upsilon} = \frac{2 - 0{,}4}{2} s = 0{,}8s$$

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής, ίσος με την κλίση της διπλανής γραφικής παράστασης Φ=Φ(t), έχει σταθερή τιμή (σταθερή κλίση):

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{0{,}60 - 0{,}12}{0{,}8} Wb/s = 0{,}6\, Wb/s$$

Αξίζει να προσέξουμε ότι η τιμή που βρήκαμε (ως μέση τιμή) δεν είναι τίποτα άλλο, παρά ο συντελεστής του χρόνου στη συνάρτηση της ροής $\Phi=0{,}12+0{,}6\cdot t$ (S.I.).

Η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο κύκλωμα είναι ίση:

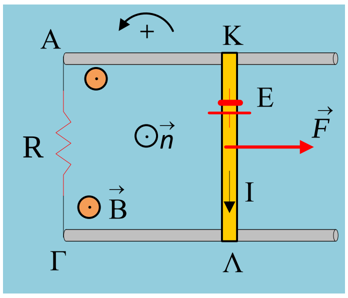
$$E = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -0{,}6\, V$$

Ενώ από τον νόμο του Ohm παίρνουμε:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{-0{,}6V}{0{,}2\Omega} = -3A$$

Σημείωση:

Θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την απόλυτη τιμή της ΗΕΔ και της έντασης του ρεύματος, βρίσκοντας Ε=0,6V και 3 Α αντίστοιχα. Παίρνοντας όμως την κάθετη στην επιφάνεια να έχει φορά προς τα έξω, ίδια με την ένταση του πεδίου, ουσιαστικά έχουμε ορίσει μια θετική φορά διαγραφής του ορθογωνίου, την ΚΑΓΛ, όπως έχει σημειωθεί στο σχήμα, αντίθετη από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Έτσι η τιμή Ε=-0,6V μας δείχνει ότι η πηγή που εμφανίζεται έχει την πολικότητα του σχήματος και θα μας δώσει και αρνητική ένταση ρεύματος (αντίθετης φοράς από αυτήν που ορίσαμε ως θετική).



iii) Η θερμότητα που παράγεται πάνω στον αντιστάτη δίνεται από τον νόμο του Joule:

$$Q=I^2Rt = 3^2\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8J=1{,}44J$$

Για να κινείται με σταθερή ταχύτητα ο αγωγός, πρέπει ΣF=0, όπου οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του στη διεύθυνση τη κίνησης, έχουν σχεδιασθεί στο πρώτο σχήμα. Τότε:

$$F=F_L=B\cdot I\cdot \ell= 0{,}3\cdot 3\cdot 1\ N=0{,}9N$$

Το αντίστοιχο έργο της ασκούμενης δύναμης F, για μετατόπιση της ράβδου κατά:

$\Delta x=d-x_o=2m-0{,}4m=1{,}6m$, είναι:

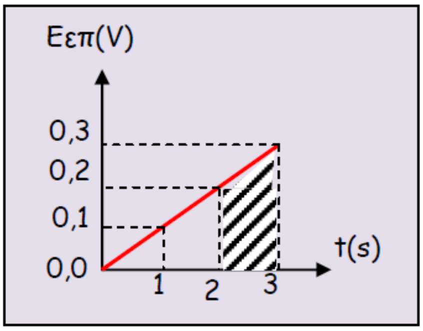
$$W=F\cdot\Delta x=0{,}9\cdot 1{,}6\ J=1{,}44J$$

Με απλή σύγκριση των παραπάνω αποτελεσμάτων, γίνεται φανερόν ότι μέσω του έργου της ασκούμενης εξωτερικής δύναμης F, παρέχεται ενέργεια στον αγωγό 1,44J, η οποία μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα και τελικά σε θερμότητα πάνω στον αντιστάτη.

10) Σε ένα πλαίσιο που βρίσκεται σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή μεταβαλλόμενη με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση Εεπ=0,1 t (S.I) Πόση είναι η μεταβολή της μαγνητικής ροής στη διάρκεια του $3^{ου}$ sec

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Κάνω τη γραφική παράσταση της Εεπ=0,1 t



Θεωρώντας στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt→0 η Εεπ θεωρείται σταθερή οπότε :

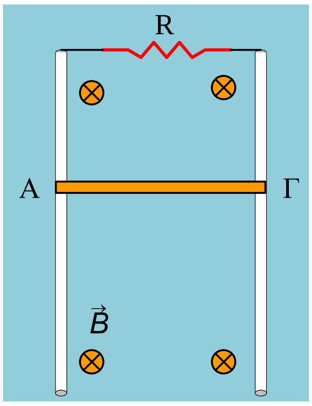
Εεπ dt =dΦ =στοιχειώδες εμβαδόν στο διάγραμμα Εεπ-t.

Άρα θέλοντας να βρούμε την ΔΦ για ορισμένο χρονικό διάστημα αθροίζουμε τα dΦi δηλαδή , «το συνολικό εμβαδόν μεταξύ της παράστασης Εεπ-t και του άξονα των t εκφράζει αριθμητικά την ΔΦ»

Στο συγκεκριμένο τώρα, η διάρκεια του $3^{ου}$ sec αντιστοιχεί στο μεταξύ $2^{ου}$ και $3^{ου}$ sec διάστημα και η ζητούμενη ΔΦ θα εκφράζεται (αριθμητικά) από το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν. Έτσι:

$\Delta\Phi_{2-3} = \dfrac{0,2+0,3}{2}(3-2) \Rightarrow \Delta\Phi_{2-3} = 0,25$. Άρα $\Delta\Phi_{2-3}$=0,25 Wb και αφού Εεπ>0 θα πρέπει $\Delta\Phi_{2-3}$=-0,25 Wb

11) Ο αγωγός ΑΓ του σχήματος έχει μάζα 0,1kg, μήκος ℓ=1m και αντίσταση r=1Ω. Σε μια στιγμή ο αγωγός αφήνεται να κινηθεί σε επαφή με δύο κατακόρυφους στύλους, μέσα σε ένα οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,5T, όπως στο σχήμα. Τα πάνω άκρα των δύο στύλων συνδέονται μέσω αντίστασης R. Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, ο αγωγός ΑΓ έχει αποκτήσει ταχύτητα υ=2m/s, ενώ ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης i=0,5A. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:



i) Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του ορθογωνίου που σχηματίζεται, καθώς και η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στο κύκλωμα. Θεωρείστε την κάθετη στην επιφάνεια να έχει φορά προς τα μέσα, ίδια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

ii) Η φορά της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ.

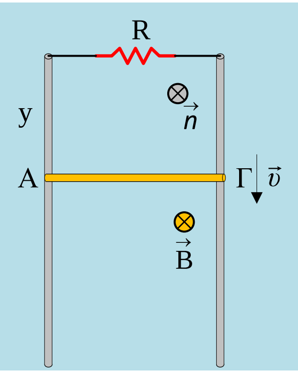
iii) Η επιτάχυνση του αγωγού ΑΓ και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας.

iv) Η ισχύς της ΗΕΔ από επαγωγή. Τι ποσοστό της παραπάνω ισχύος απορροφά ο αντιστάτης R;

v) Τι ενεργειακές μεταβολές εμφανίζονται στο κύκλωμα την παραπάνω στιγμή;

Οι κατακόρυφοι στύλοι δεν εμφανίζουν αντίσταση, ενώ $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



i) Για τη στιγμή t_1 που ο αγωγός ΑΓ έχει ταχύτητα υ, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το σχηματιζόμενο ορθογώνιο, με πλευρές y και ℓ, είναι ίση:

$$Φ=B·S·συν0°=B·\ell·y$$

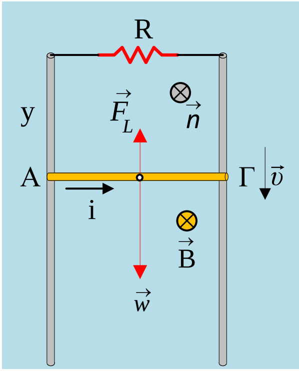
Αλλά τότε, ο ρυθμός μεταβολής της είναι ίσος:

$$\frac{dΦ}{dt}=\frac{d(B\ell y)}{dt}=B\ell\frac{dy}{dt}=B\ell υ\rightarrow$$

$$\frac{dΦ}{dt}=B\ell υ=0{,}5\cdot 1\cdot 2Wb/s=1Wb/s$$

Ενώ από τον νόμο της επαγωγής παίρνουμε:

$$E_{επ}=-\frac{dΦ}{dt}=-1V$$



ii) Η φορά του επαγωγικού ρεύματος θα είναι τέτοια, ώστε η δύναμη Laplace που θα ασκηθεί στον αγωγό ΑΓ να αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού, αφού η κίνηση είναι στην πραγματικότητα η αιτία μεταβολής της μαγνητικής ροής. Αλλά τότε η φορά της έντασης είναι από το Α στο Γ, οπότε πράγματι η δύναμη Laplace έχει φορά προς τα πάνω, αντίθετη της ταχύτητας, όπως στο σχήμα.

iii) Εφαρμόζοντας τον 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα για τον αγωγό ΑΓ, παίρνουμε:

$$α=\frac{ΣF}{m}=\frac{w-F_L}{m}=\frac{mg-Bi\ell}{m}\rightarrow$$

$$α=g-\frac{Bi\ell}{m}=\frac{10m}{s^2}-\frac{0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 1}{0{,}1}\frac{m}{s^2}=7{,}5\,m/s^2$$

Ενώ για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{ολ}}{dt}=\frac{|ΣF|\cdot|dy|\cdot συνα}{dt}=|ΣF|\cdot|υ|\rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt}=|mg-Bi\ell|\cdot|υ|=(0{,}1\cdot 10-0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 1)\cdot\frac{2J}{s}=1{,}5\,J/s$$

iv) Η ισχύς της πηγής (της ηλεκτρεγερτικής δύναμης λόγω επαγωγής) είναι ίση:

$$P_E=|E|\cdot|i|=1\,V\cdot 0{,}5\,A=0{,}5\,W$$

Από τον νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα παίρνουμε:

$$i=\frac{E}{R+r}\rightarrow R+r=\frac{E}{i}=\frac{1}{0{,}5}Ω=2Ω\rightarrow$$

$$R=R_{ολ}-r=2Ω-1Ω=1Ω$$

Οπότε η ισχύς η οποία εμφανίζεται ως θερμότητα στον αντιστάτη είναι ίση:

$$P_R=i^2R=0{,}5^2\cdot 1W=0{,}25W$$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$π=\frac{P_R}{P_E}100\%=\frac{0{,}25}{0{,}5}100\%=50\%\rightarrow$$

v) Ο αγωγός πέφτει, οπότε η δυναμική του ενέργεια μειώνεται. Πράγματι:

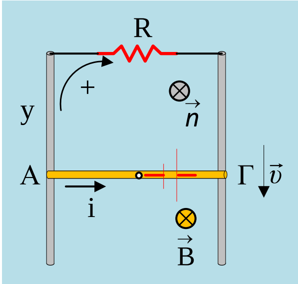
$$\frac{dU}{dt}=-P_w=-mgυ=-0{,}1\cdot 10\cdot 2\frac{J}{s}=-2\,J/s$$

Ένα μέρος της ενέργειας αυτής (τα 0,5 J/s) αφαιρούνται από την δύναμη Laplace, όπου

$$P_{FL}=-|F_L|\cdot|υ|=-\,0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 1\cdot 2\,W=-0{,}5W$$

Και μετατρέπονται σε ηλεκτρική ενέργεια (P_E=0,5W), ενώ τα υπόλοιπα (2J/s-0,5J/s)=1,5J/s αυξάνουν την κινητική ενέργεια του αγωγού (dK/dt=1,5J/s).

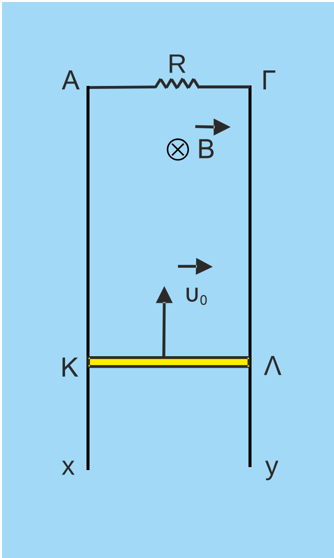
Σχόλιο:



Θεωρώντας την κάθετη στην επιφάνεια να έχει φορά προς τα μέσα, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά διαγραφής που θεωρείται θετική, είναι η φορά η ίδια με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως έχει σημειωθεί στο διπλανό σχήμα.

Αλλά τότε υπολογίζοντας Ε=-1V συμπεραίνουμε ότι η εμφανιζόμενη ΗΕΔ έχει αντίθετη πολικότητα, δημιουργώντας ρεύμα, η ένταση του οποίου επίσης μπορεί να θεωρηθεί αρνητική (i=-0,5A).

12) Οι κατακόρυφοι αγωγοί Αx και Γy του σχήματος έχουν πολύ μεγάλο μήκος, ασήμαντη αντίσταση και τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται με σύρμα αντίστασης R = 40Ω. Επάνω στο επίπεδο των δύο αγωγών είναι τοποθετημένος κάθετα προς τη διεύθυνση τους άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους ℓ = 0,5m, ο οποίος μπορεί να ολισθαίνει σε συνεχή επαφή με αυτούς χωρίς τριβές. Η μάζα του αγωγού ΚΛ είναι m = 0,01kg και η αντίσταση του ασήμαντη. Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η μαγνητική επαγωγή (ένταση) Β = 1Τ είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_ο$ = 10m/s παράλληλη προς τους αγωγούς Αx και Γy. Ο αγωγός σταματά στιγμιαία πριν φτάσει στην κορυφή της διάταξης. Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι g = 10m/s^2.



α. να εξηγήσετε γιατί στα άκρα του αγωγού ΚΛ εμφανίζεται Η.Ε.Δ. από επαγωγή και να βρείτε την πολικότητά της.

β. Κάποιος ισχυρίζεται ότι ο αγωγός επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό. Να εξηγήσετε αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τον ισχυρισμό αυτό.

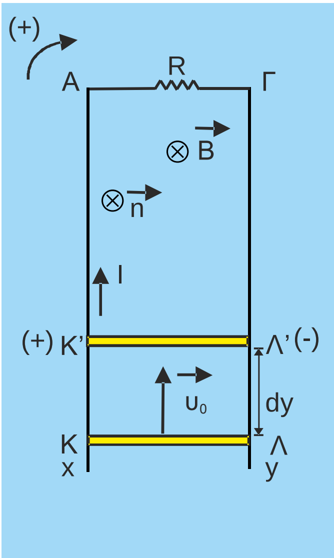
γ. Κατά την άνοδο του αγωγού και τη στιγμή που το μέτρο της ταχύτητάς του έχει γίνει υ = 5m/s να υπολογίσετε:

i. το ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής του ενέργειας

ii. τη θερμική ισχύ στο κύκλωμα

iii. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας

δ. Κάποιος ισχυρίζεται ότι ο αγωγός ΚΛ θα αποκτήσει κατά την κάθοδό του σταθερή (οριακή) ταχύτητα, πριν φτάσει στην αρχική θέση εκτόξευσής του. Να εξηγήσετε αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τον ισχυρισμό αυτό.

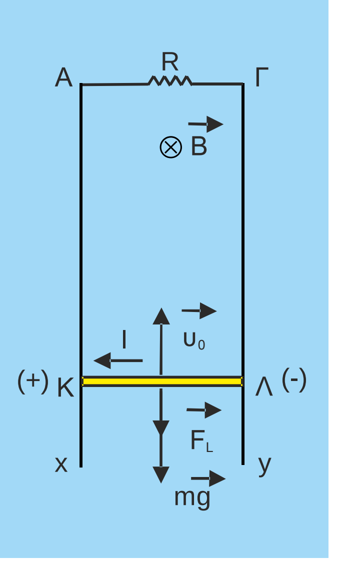


Λύση:

α. Καθώς ο αγωγός μετατοπίζεται, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το επίπεδο κίνησής του, εφόσον μεταβάλλεται το εμβαδόν επιφάνειας που σαρώνει ο αγωγός κατά την κίνησή του. Έτσι σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής θα εμφανιστεί Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του. Θεωρούμε διάνυσμα $\vec{n}$ κάθετο στο επίπεδο κίνησης και ομόρροπο με την ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου (προσανατολίζουμε την επιφάνεια). Με τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η συμβατική φορά του ρεύματος είναι η ωρολογιακή. Έστω μια νέα θέση του αγωγού (Κ'Λ') μετά από μικρή (στοιχειώδη) χρονική διάρκεια dt και μια στοιχειώδη μετατόπισή του κατά dy. Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής θα έχουμε για το μέτρο της εμφανιζόμενης $E_{επ}$:

$$E_{επ} = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow E_{επ} = -\frac{B\cdot(K'A\Gamma\Lambda'K')\cdot συν0^0 - B\cdot(KA\Gamma\Lambda K)\cdot συν0^0}{dt} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_{επ} = -\frac{-B\cdot(KK'\Lambda'\Lambda)}{dt} \rightarrow E_{επ} = B\cdot\frac{dS}{dt} \rightarrow E_{επ} = B\cdot\frac{\ell\cdot dy}{dt} \rightarrow E_{επ} = B\cdot\ell\cdot\upsilon$$



Αφού η $E_{επ}$ προέκυψε θετική σημαίνει ότι το ρεύμα που θα διαρρέει το κύκλωμα θα είναι θετικό, άρα θα έχει ωρολογιακή φορά. Έτσι αν θεωρήσουμε τον αγωγό ΚΛ ως πηγή, ο θετικός της πόλος θα είναι στο Κ και ο αρνητικός στο Λ, έτσι ώστε το ρεύμα να έχει φορά από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο στο εξωτερικό κύκλωμα.

Εναλλακτικά θα μπορούσαμε να σκεφτούμε και ως εξής:

Η αιτία που δημιουργεί το φαινόμενο της επαγωγής και την συνεπακόλουθη εμφάνιση Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι η προς τα πάνω κίνησή του. Επειδή ο αγωγός συμμετέχει σε κλειστό κύκλωμα, αυτό θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι, οπότε ο αγωγός θα δεχτεί δύναμη Laplace $\vec{F}_L$, η φορά της οποίας θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, να τείνει να αναιρέσει το αίτιο που δημιούργησε το φαινόμενο της επαγωγής, δηλαδή την προς τα πάνω κίνηση του αγωγού. Έτσι η φορά της $\vec{F}_L$ θα πρέπει να είναι προς τα κάτω, οπότε από τον κανόνα των τριών δακτύλων προκύπτει ότι το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό πρέπει να έχει φορά από το Λ προς το Κ (στο εσωτερικό του). Έτσι η πολικότητα της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι Κ(+) και Λ(-) και η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι η ωρολογιακή, όπως φαίνεται στο σχήμα.

β. Θεωρώντας θετική φορά την προς τα κάτω έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{\alpha} \rightarrow m\cdot g + F_L = m\cdot\alpha \rightarrow m\cdot g + B\cdot I\cdot\ell = m\cdot\alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow m\cdot g + B\cdot\frac{E_{επ}}{R}\cdot\ell = m\cdot\alpha \rightarrow m\cdot g + B\cdot\frac{B\cdot\upsilon\cdot\ell}{R}\cdot\ell = m\cdot\alpha \rightarrow \alpha = g + \frac{B^2\cdot\upsilon\cdot\ell^2}{m\cdot R} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι καθώς το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο αγωγός ΚΛ επιβραδύνεται με μειούμενο ρυθμό. Ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.

γ.

i.

$$\frac{dU_{BAP}}{dt} = -\frac{dW_{mg}}{dt} \rightarrow \frac{dU_{BAP}}{dt} = -\frac{m\cdot g\cdot dy\cdot συν180^0}{dt} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{dU_{BAP}}{dt} = m\cdot g\cdot\upsilon \xrightarrow{\upsilon=5m/s} \frac{dU_{BAP}}{dt} = 0,5J/s$$

ii.

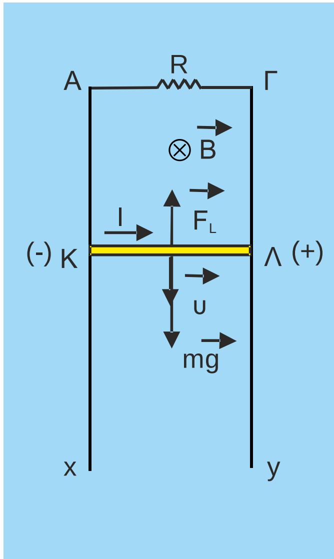
$$P_{θερμ} = I^2\cdot R \rightarrow P_{θερμ} = (\frac{E_{επ}}{R})^2\cdot R \rightarrow P_{θερμ} = \frac{B^2\cdot\upsilon^2\cdot\ell^2}{R} \xrightarrow{\upsilon=5m/s} P_{θερμ} = 0,15625W$$

iii.

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}\rightarrow\frac{dK}{dt}=\frac{-\Sigma F\cdot dy}{dt}\rightarrow\frac{dK}{dt}=-\Sigma F\cdot \upsilon\rightarrow$$
$$\rightarrow\frac{dK}{dt}=-(m\cdot g+F_L)\cdot\upsilon\rightarrow\frac{dK}{dt}=-(m\cdot g+\frac{B^2\cdot\upsilon\cdot\ell^2}{R})\cdot\upsilon\rightarrow$$
$$\xrightarrow{\upsilon=5m/s}\frac{dK}{dt}=-0{,}65625J/s$$

Παρατηρούμε ότι $\left|\frac{dK}{dt}\right|=\frac{dU_{BAP}}{dt}+P_{\theta\varepsilon\rho\mu}$, όπως επιβάλλει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

δ. Αφού ο αγωγός ΚΛ επιβραδύνεται, κάποια στιγμή θα σταματήσει. Στη συνέχεια θα αρχίσει να επιταχύνεται προς τα κάτω, λόγω του βάρους του. Λόγω της κίνησής του θα εμφανιστεί Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του με αντίθετη πολικότητα από αυτή της ανόδου. Έτσι το ρεύμα που θα διαρρέει το κύκλωμα θα έχει αντιωρολογιακή φορά και κατά συνέπεια θα εμφανιστεί δύναμη Laplace με φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα. Έτσι σε μια τυχαία στιγμή κατά την κάθοδο θα ισχύει:



$$\Sigma\vec{F}=m\cdot\vec{\alpha}\rightarrow m\cdot g-F_L=m\cdot\alpha\rightarrow$$
$$\rightarrow m\cdot g-B\cdot I\cdot\ell=m\cdot\alpha\rightarrow m\cdot g-B\cdot\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R}\cdot\ell=m\cdot\alpha\rightarrow$$
$$\rightarrow m\cdot g-B\cdot\frac{B\cdot\upsilon\cdot\ell}{R}\cdot\ell=m\cdot\alpha\rightarrow\alpha=g-\frac{B^2\cdot\upsilon\cdot\ell^2}{m\cdot R}\ (2)$$

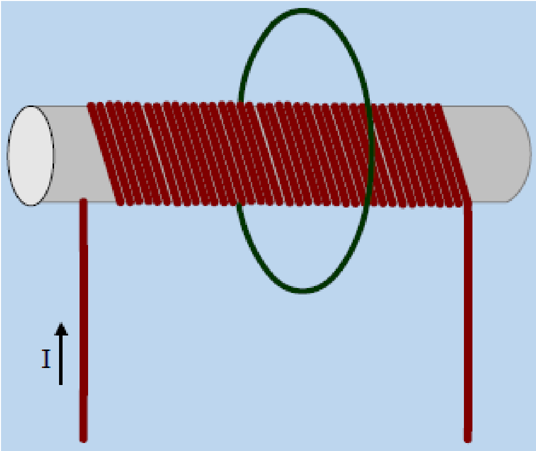
Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι καθώς η ταχύτητα του αγωγού αυξάνεται, η επιτάχυνσή του θα μειώνεται (θα επιταχύνεται με μειούμενο ρυθμό) και κάποια στιγμή θα μηδενιστεί, οπότε από εκεί και μετά ο αγωγός θα κινείται με σταθερή (οριακή ταχύτητα). Θέτοντας στη σχέση (2) α = 0, προκύπτει για το μέτρο της οριακής ταχύτητας $\upsilon_{o\rho}$ = 16m/s. Μένει να εξετάσουμε αν ο αγωγός θα αποκτήσει αυτή την ταχύτητα μέχρι να επιστρέψει στην αρχική θέση εκτόξευσής του.

Από την διατήρηση της ενέργειας προκύπτει ότι από τη στιγμή της εκτόξευσης του αγωγού μέχρι την επιστροφή του στη θέση αυτή, η κινητική ενέργειά του μειώθηκε, αφού ένα μέρος αυτής μετατράπηκε σε θερμότητα στο κύκλωμα, ενώ η βαρυτική δυναμική του ενέργεια δεν μεταβλήθηκε (W_B = 0). Ισχύει δηλαδή:

$$K_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+Q_R\rightarrow\frac{1}{2}m\cdot\upsilon_o^2=\frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2+Q_R$$

Αυτό όμως σημαίνει ότι το μέτρο υ της ταχύτητας του αγωγού όταν θα επιστρέψει στη θέση εκτόξευσής του θα είναι μικρότερο από υ_0, δηλαδή υ < 10m/s. Επομένως ο αγωγός θα αποκτήσει την σταθερή του ταχύτητα χαμηλότερα από την αρχική θέση εκτόξευσής του. Ο ισχυρισμός είναι λάθος.

13) Ένας κυκλικός αγωγός βρίσκεται γύρω από το κεντρικό τμήμα ενός πηνίου, με το επίπεδό του κάθετο στον άξονα του πηνίου. Το εμβαδό κάθε σπείρας του πηνίου είναι $S=30cm^2$. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα $I=12A$ και είναι κατασκευασμένο από **μονωμένο** σύρμα, διαμέτρου $\delta=2mm$, έτσι ώστε οι σπείρες του να **εφάπτονται** μεταξύ τους. Ο κυκλικός αγωγός έχει ακτίνα $r=20cm$ και αποτελείται από χάλκινο σύρμα διατομής $\sigma=0,8mm^2$.



Α) Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στον άξονα και στο κέντρο του πηνίου

Β) Να βρείτε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό, αγνοώντας τις δυναμικές γραμμές που βρίσκονται έξω από το εσωτερικό των σπειρών του πηνίου

Κάποια στιγμή διακόπτουμε το ρεύμα στο πηνίο

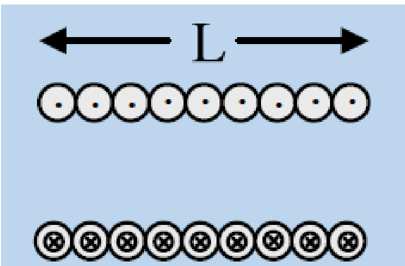
Γ) Να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος στον κυκλικό αγωγό αμέσως μόλις διακοπεί το ρεύμα στο πηνίο, αιτιολογώντας

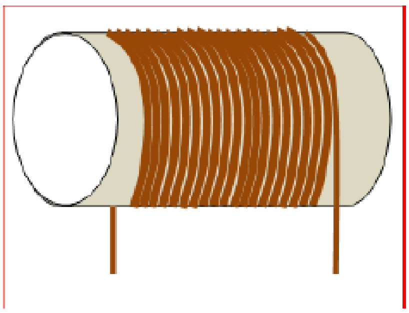
Δ) Να βρεθεί το φορτίο που θα περάσει από τον κυκλικό αγωγό, όταν διακόψουμε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο.

Δίνονται: ειδική αντίσταση χαλκού $\rho=1,6\ 10^{-8}\ \Omega m$ $\quad K_\mu=10^{-7}\ N/A^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α) Εφόσον οι σπείρες του πηνίου εφάπτονται μεταξύ τους, το μήκος του πηνίου υπολογίζεται ως το γινόμενο του αριθμού των τυλιγμένων σπειρών επί τη διάμετρο κάθε σπείρας: $L=N\delta$

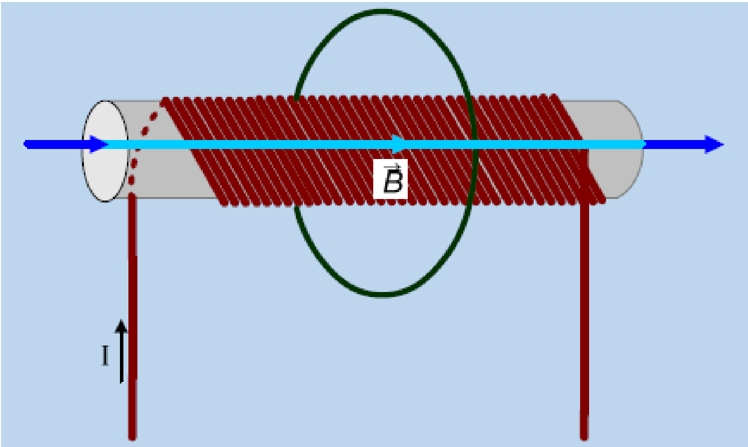




Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στον άξονα και στο κέντρο του πηνίου είναι:

$$B = K_{\mu} 4\pi \frac{N}{L} I = K_{\mu} 4\pi \frac{N}{N\delta} I \Rightarrow B = K_{\mu} 4\pi \frac{1}{\delta} I \Rightarrow B = 10^{-7} 4\pi \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} 12T \Rightarrow B = 24\pi 10^{-4} T$$

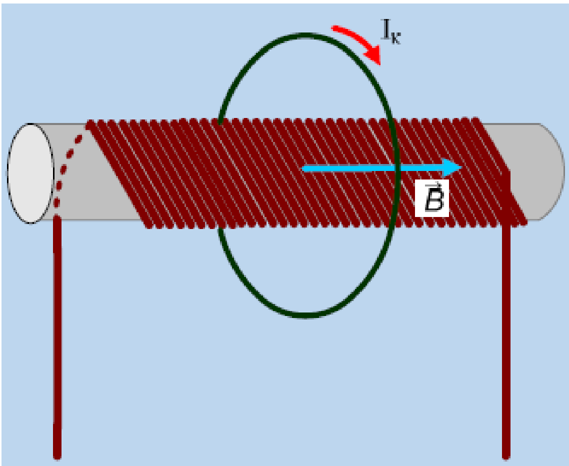
Β) Αγνοώντας τις δυναμικές γραμμές που βρίσκονται έξω από το εσωτερικό των σπειρών του πηνίου, μαγνητική ροή διέρχεται μόνο από το εσωτερικό των σπειρών του πηνίου, δηλαδή από επιφάνεια εμβαδού: $S=30cm^2$



Η μαγνητική ροή από την επιφάνεια του κυκλικού αγωγού είναι:

$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu 0 = BS \Rightarrow \Phi = 24\pi 10^{-4} T \cdot 3 \cdot 10^{-3} m^2 \Rightarrow \Phi = 72\pi 10^{-7} Wb$$

Γ) Μόλις διακοπεί το ρεύμα στο πηνίο, η μαγνητική ροή στον κυκλικό αγωγό τείνει να μηδενιστεί. Δημιουργείται επαγωγική ΗΕΔ και επειδή υπάρχει κλειστό κύκλωμα, ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, τέτοιας φοράς ώστε να αντισταθεί στην ελάττωση της μαγνητικής ροής. Το ρεύμα αυτό δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, το οποίο προκαλεί ροή μέσα από τον κυκλικό αγωγό, την οποία ονομάζουμε ιδιο-ροή . Η ιδιο-ροή «προσπαθεί» να αντισταθμίσει το μηδενισμό της αρχικής ροής. Συνεπώς το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κυκλικού αγωγού, έχει την ίδια φορά με την ένταση του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.



Η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κυκλικού αγωγού, μας επιτρέπει να βρούμε τη φορά του ρεύματος Ικ σε αυτόν, για το απειροελάχιστο χρονικό διάστημα που εμφανίζεται.

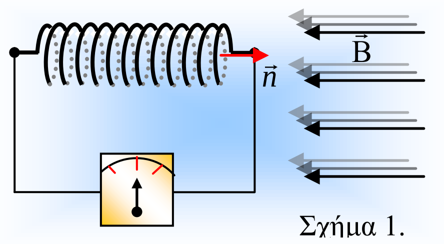
Δ) Το φορτίο που θα περάσει από τον κυκλικό αγωγό, όταν διακόψουμε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι: $q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi}\Delta t \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R}\Delta t \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}{R}\Delta t \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Delta\Phi}{R} = \dfrac{\Phi_{\alpha\rho\chi}}{R}$

Η αντίσταση του κυκλικού αγωγού είναι:

$$R = \rho\frac{2\pi r}{\sigma} \Rightarrow R = 1,6\cdot 10^{-8}\frac{2\pi 2\cdot 10^{-1}}{8\cdot 10^{-7}}\Omega \Rightarrow R = 8\pi\cdot 10^{-3}\Omega$$

Συνεπώς: $q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{72\pi\cdot 10^{-7}}{8\pi\cdot 10^{-3}}C = 900\mu C$

14) Το πηνίο του σχήματος αποτελείται από 100 σπείρες, που η κάθε μία έχει εμβαδόν $S=10cm^2$ και αντίσταση $R_{\sigma\pi.}=0,04\Omega$. Το πηνίο συνδέεται με βαλιστικό γαλβανόμετρο αντίστασης $R_G=2\Omega$. Το σύστημα βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με το επίπεδο των σπειρών κάθετο στις μαγνητικές γραμμές. Αν με περιστροφή του πηνίου κατά 90^0 (ώστε το επίπεδο των σπειρών να γίνει παράλληλο με τις γραμμές), από το γαλβανόμετρο διέρχεται φορτίο 0,05C τότε το μέτρο του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ είναι:



Σχήμα 1.

α. *B=5T* ***β.*** *B=2T* ***γ.*** *B=3T*

Επιλέξτε την απάντησή σας.

Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

Η φορά της καθέτου στον δακτύλιο φαίνεται στο σχήμα 1.

Απάντηση

Σύμφωνα με τον νόμο του Neumann το φορτίο που έχει περάσει από το γαλβανόμετρο είναι:

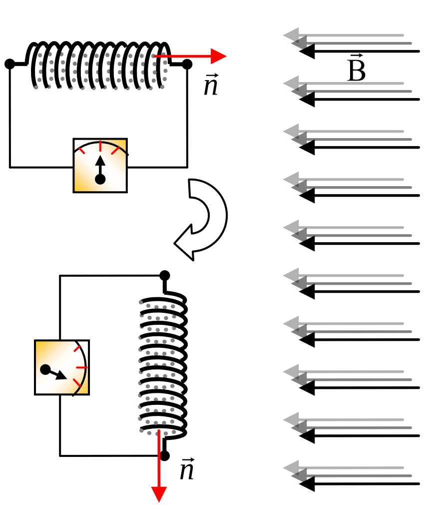
$$Q = N\frac{|\Delta\Phi|}{R_{o\lambda}} \Rightarrow Q = N\frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda.} - \Phi_{\alpha\rho\chi.}|}{R_{o\lambda}} \Rightarrow$$

$$Q = N\frac{|B\cdot S\sigma\upsilon\nu 90^0 - B\cdot S\sigma\upsilon\nu 180^0|}{R_\pi + R_G} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{|N\cdot B\cdot S|}{NR_{\sigma\pi.} + R_G} \Rightarrow B = \frac{Q(NR_{\sigma\pi.} + R_G)}{N\cdot S} \Rightarrow$$

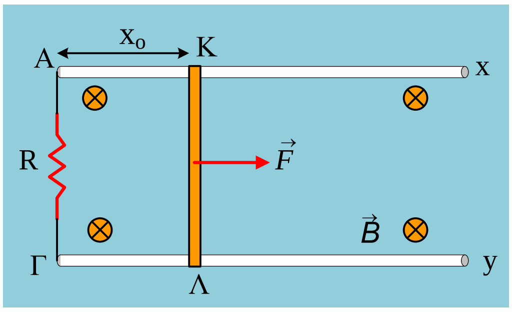
$$B = \frac{0,05\cdot(100\cdot 0,04 + 2)}{100\cdot 10^{-3}}T$$

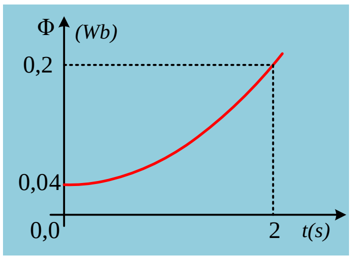
$$\Rightarrow B = 3T$$



Σχήμα 2.

15) Ο αγωγός ΚΛ του σχήματος, μάζας 0,5kg και μήκους ℓ=1m, μπορεί να κινείται οριζόντια, σε επαφή με δυο παράλληλους αγωγούς Αx και Γy χωρίς τριβές, μέσα σε ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης Β, το οποίο εκτείνεται στην περιοχή που ορίζεται από τους αγωγούς Αx και Γy. Ο αγωγός ΚΛ και οι δύο αγωγοί Αx και Γy δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ μεταξύ των άκρων Α και Γ συνδέεται αντιστάτης με αντίσταση R=0,32Ω. Ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται ακίνητος, όπως στο σχήμα απέχοντας κατά (ΑΚ)=(ΓΛ)=x_o=0,2m από τα άκρα Α και Γ των παραλλήλων αγωγών. Σε μια στιγμή t=0, ο αγωγός ΚΛ δέχεται την επίδραση κατάλληλης οριζόντιας (εξωτερικής) δύναμης F, κάθετης στον αγωγό, με αποτέλεσμα να αποκτά σταθερή επιτάχυνση και να κινείται προς τα δεξιά. Στο διάγραμμα φαίνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του ορθογωνίου
ΑΚΛΓ σε συνάρτηση με το χρόνο.





i) Να βρεθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου Β, καθώς και η απόσταση d του άκρου Κ του αγωγού ΚΛ από το σημείο Α τη στιγμή t_1=2s.

ii) Να αποδειχθεί ότι στο ορθογώνιο ΑΚΛΓ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή, ανάλογη του χρόνου και να βρεθεί η τιμή της τη στιγμή t_1.

iii) Να υπολογιστεί το συνολικό φορτίο που περνά από 0-t_1 από μια διατομή του αγωγού ΚΛ.

iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, από 0-t_1 των μεγεθών:

α) Της ΗΕΔ από επαγωγή,

β) Της έντασης του ρεύματος,

γ) Της δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ.

δ) της ασκούμενης (εξωτερικής) δύναμης F.

Δίνεται ότι η προς τα δεξιά κατεύθυνση, θεωρείται θετική, όπως επίσης ότι η κάθετος στην επιφάνεια του ορθογωνίου ΑΚΛΓ έχει την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου

Απάντηση:

i) Θεωρώντας την κάθετη στο ορθογώνιο ΑΚΛΓ να έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, όταν ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος, διέρχεται από το ορθογώνιο μαγνητική ροή:

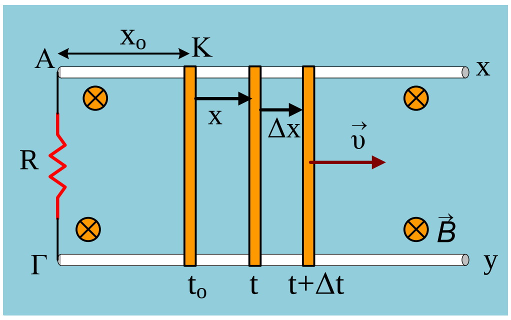
$$\Phi_0 = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu 0° = B \cdot \ell \cdot x_0 \rightarrow$$

$$B = \frac{\Phi_0}{\ell \cdot x_0} = \frac{0{,}04Wb}{1m \cdot 0{,}2m} = 0{,}2T$$

Οπότε τη στιγμή t_1=2s, ο ΚΛ απέχει κατά d από τα άκρα ΑΓ, όπου:

$$\Phi_1 = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu 0° = B \cdot \ell \cdot d \rightarrow$$

$$d = \frac{\Phi_1}{B\ell} = \frac{0{,}2Wb}{0{,}2m \cdot 1m} = 1m$$



ii) Έστω ότι τη χρονική στιγμή t ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται στη θέση x (έχει μετατοπισθεί κατά x από την αρχική του θέση), ενώ τη στιγμή t+Δt έχει μια επιπλέον μετατόπιση Δx, όπως στο σχήμα. Στο χρονικό αυτό διάστημα Δt, αυξήθηκε η ροή που διέρχεται από το ορθογώνιο ΑΚΛΓ κατά:

$$\Delta\Phi=\Delta(B\cdot S)=B\cdot\Delta S=B\cdot\ell\cdot\Delta x$$

Αλλά τότε εμφανίστηκε στο κύκλωμα ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B \cdot \ell \cdot \Delta x}{\Delta t} = -B \cdot \ell \cdot \upsilon = -B \cdot \ell \cdot \alpha t$$

Όμως στο χρονικό διάστημα από 0-t_1 ο αγωγός μετατοπίσθηκε κατά x=d-x_o=1m-0,2m=0,8m, οπότε:

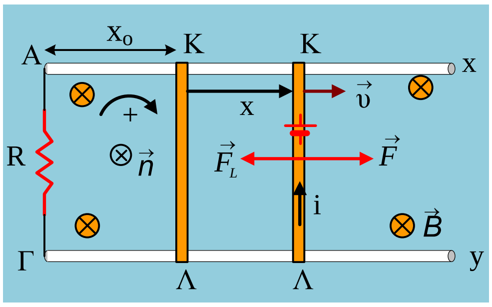
$$x = \frac{1}{2}\alpha t^2 \to \alpha = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 0{,}8}{2^2} m/s^2 = 0{,}4 m/s^2$$

Οπότε τη στιγμή t_1 η εμφανιζόμενη ΗΕΔ έχει τιμή:

$$E_1 = -B \cdot \ell \cdot \alpha t_1 = -0{,}2 \cdot 1 \cdot 0{,}4 \cdot 2V = -0{,}16V$$

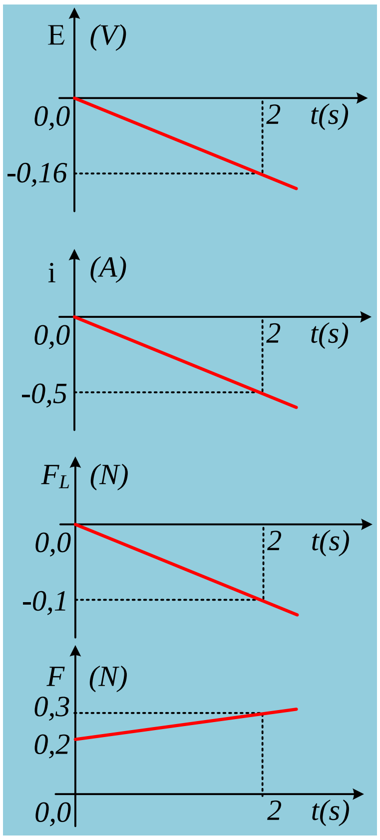
iii) Από τον νόμο του Neumann παίρνουμε για το φορτίο που μετακινήθηκε μέσω μιας διατομής του αγωγού, από t_o=0 έως τη στιγμή t_1:

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B\ell \cdot x}{R} = \frac{0{,}2 \cdot 1 \cdot 0{,}8}{0{,}32} C = 0{,}5C$$



iv) Λαμβάνοντας την κάθετη στο ορθογώνιο να έχει φορά προς τα κάτω, στην πραγματικότητα έχουμε ορίσει θετική φορά διαγραφής, τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε η αρνητική τιμή της ΗΕΔ (E=-0,16V) σημαίνει ότι έχει τον προσανατολισμό του σχήματος, τείνοντας να δώσει ρεύμα με φορά από το Λ στο Κ, συνεπώς και αρνητική ένταση ρεύματος.

Λαμβάνοντας αυτά υπόψη μας θα έχουμε για τα αναφερόμενα μεγέθη και για το χρονικό διάστημα από 0-2s έχουμε:



α) Για την ΗΕΔ από επαγωγή, βρήκαμε παραπάνω ότι:

$$E = -B \cdot \ell \cdot \alpha t = -0{,}2 \cdot 1 \cdot 0{,}4t = -0{,}08t \text{ (S.I.)}$$

Με γραφική παράσταση, όπως στο σχήμα της επόμενης σελίδας.

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα προκύπτει από το νόμο του Ohm:

$$i = \frac{E}{R} = \frac{-0{,}08t}{0{,}32} = -0{,}25t \text{ (S.I.)}$$

γ) Η ασκούμενη δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$|F_L| = B \cdot i \cdot \ell = 0{,}2 \cdot 0{,}25t \cdot 1 = 0{,}05t \text{ (S.I.)}$$

Ενώ η κατεύθυνσή της προκύπτει από τον κανόνα των τριών δακτύλων, να είναι αντίθετη της ταχύτητας, οπότε θεωρώντας θετική την κατεύθυνση προς τα δεξιά, η δύναμη Laplace έχει (αλγεβρική) τιμή:

$$F_L = -0{,}05t \text{ (S.I.)}$$

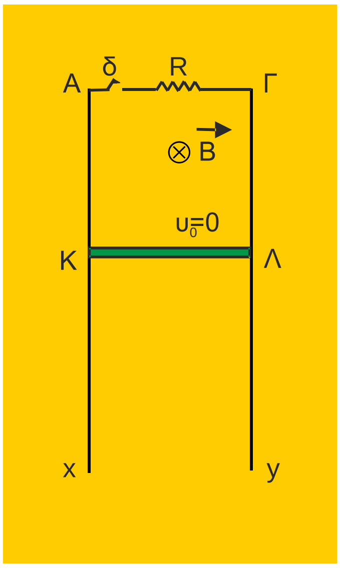
δ) Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, παίρνουμε για τον αγωγό ΚΛ:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \to F - F_L = m \cdot \alpha \to F - 0{,}05t = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \to$$

$$F = 0{,}2 + 0{,}05t \text{ (S.I.)}$$

Με βάση τις παραπάνω συναρτήσεις παίρνουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις του διπλανού σχήματος.

16)Οι κατακόρυφοι αγωγοί Αx και Γy του σχήματος έχουν πολύ μεγάλο μήκος, ασήμαντη αντίσταση και τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται μέσω ανοικτού διακόπτη δ με σύρμα αντίστασης R = 40Ω. Επάνω στο επίπεδο των δύο αγωγών είναι τοποθετημένος κάθετα προς τη διεύθυνση τους άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους ℓ = 0,5m, ο οποίος μπορεί να ολισθαίνει σε συνεχή επαφή με αυτούς χωρίς τριβές. Η μάζα του αγωγού ΚΛ είναι
m = 0,01kg και η αντίσταση του ασήμαντη. Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η μαγνητική επαγωγή (ένταση) B = 1T είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών. Την χρονική στιγμή t_0 = 0 αφήνουμε τον αγωγό ΚΛ να κινηθεί και τη στιγμή t_1 που έχει μετατοπιστεί κατά Δy = 5m κλείνουμε απότομα τον διακόπτη. Να θεωρήσετε γνωστή τη σχέση, που δίνει την Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού $E_{επ} = B \cdot υ \cdot \ell$, όπου υ το μέτρο της ταχύτητάς του και ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι g = 10m/s^2.



α. Κάποιος ισχυρίζεται ότι από τη στιγμή t_0 = 0 έως τη στιγμή t_1 δεν εμφανίζεται Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ. Να εξηγήσετε αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τον ισχυρισμό αυτό.

β. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της έντασης του ρεύματος τη στιγμή t_1 και να δικαιολογήσετε τη φορά του στο κύκλωμα.

γ. Κάποιος ισχυρίζεται ότι αφού από τη στιγμή t_1 και μετά θα εμφανιστεί στον αγωγό δύναμη Laplace με κατεύθυνση προς τα πάνω, ο αγωγός θα αρχίσει να επιβραδύνεται. Να εξηγήσετε αν συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τον ισχυρισμό αυτό.

δ. Κάποια στιγμή t_2 ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή (οριακή ταχύτητα). Να εξηγήσετε γιατί θα συμβεί αυτό και να περιγράψετε τις ενεργειακές μετατροπές που λαμβάνουν χώρα κατά την κίνηση του αγωγού από τη στιγμή t_0 = 0 και μετά.

ε. Να κάνετε ποιοτικό διάγραμμα:

i. της απόλυτης τιμής της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού

ii. της απόλυτης τιμής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα

Λύση:

α. Καθώς ο αγωγός μετατοπίζεται, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το επίπεδο κίνησής του, εφόσον μεταβάλλεται το εμβαδόν επιφάνειας που σαρώνει ο αγωγός κατά την κίνησή του. Έτσι σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής θα εμφανιστεί Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του. Εναλλακτικά, οι δυνάμεις Lorentz που θα ασκηθούν στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού, θα τα ωθήσουν σε ένα από τα άκρα του, οπότε θα εμφανιστεί Η.Ε.Δ. από επαγωγή. Τα παραπάνω ισχύουν ανεξάρτητα από το αν το κύκλωμα στο οποίο συμμετέχει ο αγωγός είναι ανοικτό ή κλειστό. Ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.

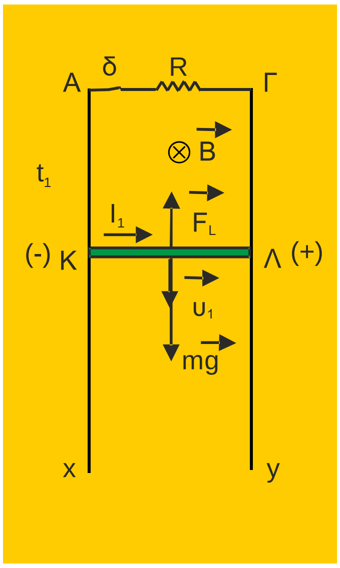
β. Τη στιγμή t_1 ο αγωγός έχει ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Από εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την μετατόπιση Δy του αγωγού έχουμε

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{mg} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot υ_1^2 = m \cdot g \cdot Δy \rightarrow υ_1 = 10m/s$$

Κλείνοντας τον διακόπτη, θα κυκλοφορήσει ρεύμα στο κύκλωμα και η απόλυτη τιμή της έντασής του θα είναι

$$|I_1| = \frac{|E_{επ}|}{R} \rightarrow |I_1| = \frac{B \cdot υ_1 \cdot \ell}{R} \rightarrow |I_1| = 0{,}125A$$

Τη στιγμή t_1 ο αγωγός ΚΛ θα δεχτεί δύναμη Laplace $\vec{F}_L$, η φορά της οποίας θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να τείνει να αναιρέσει την αιτία κυκλοφορίας του ρεύματος στο κύκλωμα, που είναι η προς τα κάτω κίνηση του αγωγού (κανόνας Lenz). Επομένως η φορά της δύναμης Laplace θα είναι προς τα πάνω και με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η φορά του ρεύματος στον αγωγό θα είναι από το Κ στο Λ.



γ. Θεωρώντας θετική φορά την προς τα κάτω έχουμε για τη στιγμή t_1:

$$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{\alpha} \rightarrow m\cdot g - F_L = m\cdot\alpha \rightarrow m\cdot g - B\cdot|I_1|\cdot\ell = m\cdot\alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = 0{,}0375\frac{m}{s^2}$$

γεγονός που σημαίνει ότι ο αγωγός επιταχύνεται, απλά με μικρότερη επιτάχυνση από ότι στο διάστημα t_0 – t_1, όπου επιταχυνόταν με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Έτσι ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.

δ. Είναι

$$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{\alpha} \rightarrow m\cdot g - F_L = m\cdot\alpha \rightarrow m\cdot g - B\cdot|I|\cdot\ell = m\cdot\alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow m\cdot g - B\cdot\frac{B\cdot\upsilon\cdot\ell}{R}\cdot\ell = m\cdot\alpha \rightarrow \alpha = g - \frac{B^2\cdot\upsilon\cdot\ell^2}{m\cdot R} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι καθώς το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται, το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο αγωγός ΚΛ επιταχύνεται με μειούμενο ρυθμό. Κάποια στιγμή η επιτάχυνση θα μηδενιστεί, οπότε από εκεί και μετά ο αγωγός θα κινείται με σταθερή (οριακή ταχύτητα).

Θέτοντας στη σχέση (1) όπου $\alpha = 0$ προκύπτει για το μέτρο της οριακής ταχύτητας $\upsilon_{ορ} = 16$m/s.

Από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή t_1 ο αγωγός ΚΛ πέφτει με την επίδραση του βάρους του. Έτσι η μείωση της βαρυτικής του δυναμικής ενέργειας οδηγεί σε ισόποση αύξηση της κινητικής του ενέργειας. Η μηχανική ενέργεια του αγωγού διατηρείται.

Από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 ο αγωγός κινείται με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης Laplace, το μέτρο της οποίας είναι μικρότερο του βάρους. Έτσι η περαιτέρω μείωση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του αγωγού, οδηγεί σε παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω του έργου της δύναμης Laplace και σε αύξηση της κινητικής του ενέργειας. Η μηχανική ενέργεια του αγωγού μειώνεται, καθώς ένα μέρος της μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα.

Από τη στιγμή t_2 και έπειτα, ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα και επομένως η μείωση της βαρυτικής δυναμικής του ενέργειάς οδηγεί σε ισόποση παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Η μηχανική ενέργεια του αγωγού μειώνεται, καθώς ένα μέρος της μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα.

ε. Από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή t_1 ο αγωγός ΚΛ πέφτει με την επίδραση του βάρους του και το μέτρο της ταχύτητάς του είναι $\upsilon = g\cdot t$. Έτσι η απόλυτη τιμή της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του θα είναι

$$|E_{επ}| = B\cdot\upsilon\cdot\ell \rightarrow |E_{επ}| = B\cdot g\cdot t\cdot\ell$$

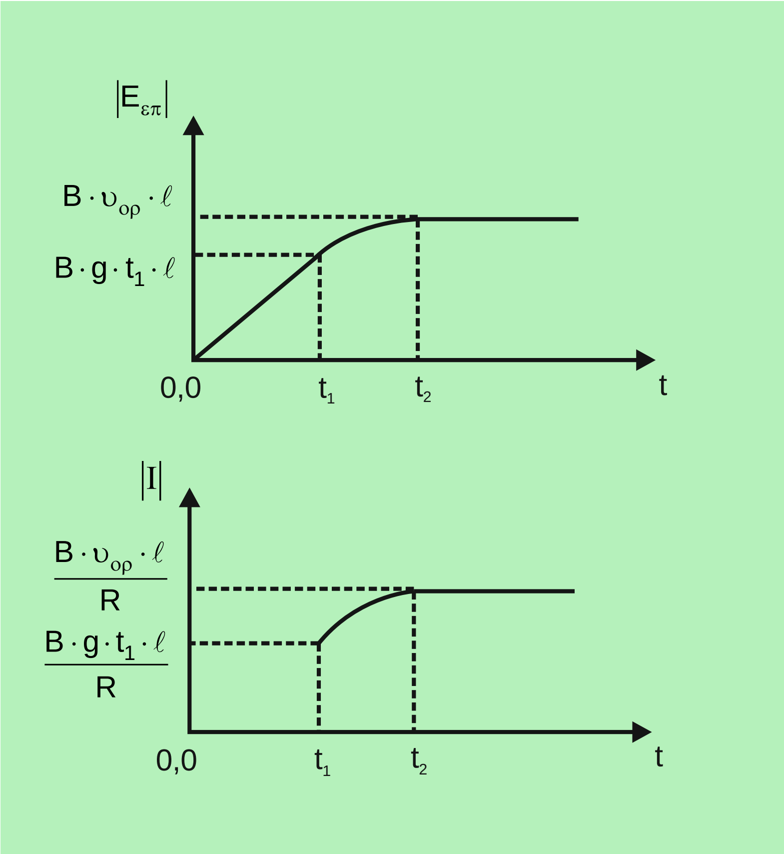
δηλαδή θα έχει σταθερό ρυθμό αύξησης, ενώ η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα είναι ίση με μηδέν.

Από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 ο αγωγός ΚΛ επιταχύνεται με μειούμενο ρυθμό. Έτσι η απόλυτη τιμή της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του θα αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό, με αρχική τιμή $B\cdot g\cdot t_1\cdot\ell$ και τελική τιμή $B\cdot\upsilon_{ορ}\cdot\ell$. Όμοια η απόλυτη τιμή της έντασης του ρεύματοςθα αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό με αρχική τιμή $\frac{B\cdot g\cdot t_1\cdot\ell}{R}$ και τελική τιμή

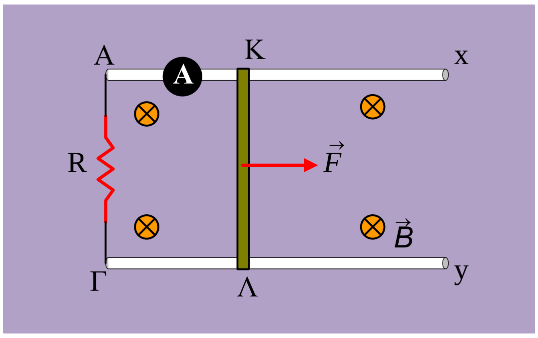
$\dfrac{B \cdot \upsilon_{o\rho} \cdot \ell}{R}$.

Από τη στιγμή t_2 και μετά ο αγωγός ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα. Έτσι η απόλυτη τιμή της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του θα είναι σταθερή και ίση με

$|E_{\varepsilon\pi}| = B \cdot \upsilon_{o\rho} \cdot \ell$ και η απόλυτη τιμή της έντασης του ρεύματος θα είναι επίσης σταθερή και ίση με $|I| = \dfrac{|E_{\varepsilon\pi}|}{R} \rightarrow |I| = \dfrac{B \cdot \upsilon_{o\rho} \cdot \ell}{R}$. Με βάση τα παραπάνω, τα ζητούμενα διαγράμματα θα είναι τα εξής:



17) Ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος 1m και κινείται οριζόντια όπως στο σχήμα, σε επαφή με τους δυο παράλληλους αγωγούς-οδηγούς Αx και Γy, οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ τα άκρα τους συνδέονται μέσω αντιστάτη με αντίσταση R=3Ω. Στο χώρο υπάρχει ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης B=1T και υπό την επίδραση της σταθερής δύναμης F=2N, ο αγωγός έχει σταθερή ταχύτητα υ=4m/s.



i) Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο κύκλωμα, καθώς και η αντίσταση του αγωγού ΚΛ, αν το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη I=1A.

ii) Να αποδειχθεί ότι αναπτύσσεται δύναμη τριβής μεταξύ του αγωγού ΚΛ και των δύο οδηγών Αx και Αy και να υπολογιστεί το μέτρο της.

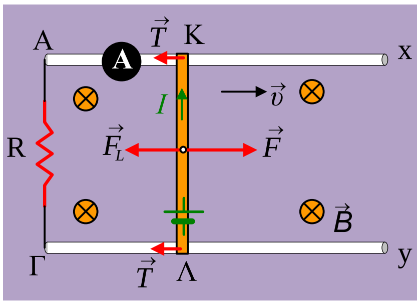
iii) Σε μια στιγμή $t_0=0$, σταματά να ασκείται η δύναμη F, με αποτέλεσμα μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, το αμπερόμετρο να δείχνει ένδειξη $I_1=0{,}75A$. Για τη στιγμή t_1 να υπολογιστούν:

α) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στους αντιστάτες, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις επαφές, λόγω τριβών.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΚΛ.

Απάντηση:

i) Καθώς κινείται ο αγωγός ΚΛ, μεταβάλλεται το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΚΛΓ, οπότε μεταβάλλεται η μαγνητική ροή με αποτέλεσμα να εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή. Θεωρώντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του πεδίου, έχουμε για την απόλυτη τιμή της ΗΕΔ:



$$\mathcal{E} = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{B\ell dx}{dt} = B\ell\upsilon$$

$$\mathcal{E}=B\ell\upsilon=1\cdot1\cdot4V=4V$$

Αλλά τότε από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, παίρνουμε:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad (1)$$

Όπου r η αντίσταση του αγωγού ΚΛ. Λύνοντας ως προς r παίρνουμε:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \rightarrow I(R+r) = \mathcal{E} \rightarrow$$

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R = \frac{4}{1}\Omega - 3\Omega = 1\Omega$$

ii) Η παραπάνω ΗΕΔ από επαγωγή έχει τέτοια πολικότητα (έχει σημειωθεί στο σχήμα) που να δημιουργεί ρεύμα με φορά από το ΛΚ, αφού τότε η ασκούμενη δύναμη Laplace θα έχει κατεύθυνση αντίθετη από την ασκούμενη δύναμη F, τείνοντας να αντισταθεί στην κίνηση του αγωγού ΚΛ. Για το μέτρο της έχουμε:

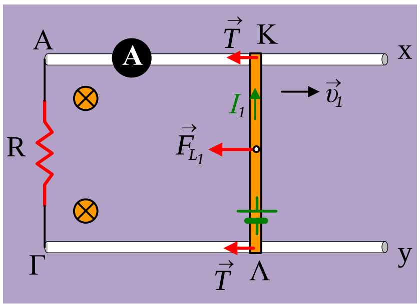
$$F_L=B\cdot I\cdot\ell=1\cdot1\cdot1N=1N$$

Αλλά ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε αφού F=2N, θα πρέπει να ασκούνται στα σημεία επαφής δυνάμεις τριβής, έτσι ώστε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F\text{-}2T\text{-}F_L=0 \rightarrow$$

$$2T= F\text{-}F_L=2N\text{-}1N=1N$$

Όπου T η τριβή σε κάθε επαφή, μέτρου T=0,5N.



iii)Την στιγμή t_1 ο αγωγός κινείται με ταχύτητα υ_1, όπου μπορούμε να υπολογίσουμε από την εξίσωση (1):

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R+r} = \frac{B\ell\upsilon_1}{R+r} \rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \frac{I_1(R+r)}{B\ell} = \frac{0{,}75 \cdot (3+1)}{1 \cdot 1} m/s = 3m/s$$

α) Πάνω στις δυο αντιστάσεις η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική με ρυθμό, ίσο με την αντίστοιχη ισχύ:

$$P_R = I_1^2 R = 0{,}75^2 \cdot 3W = \frac{27}{16} W \approx 1{,}69W$$

και

$$P_r = I_1^2 r = 0{,}75^2 \cdot 1W = \frac{9}{16} W \approx 0{,}56W$$

Ενώ συνολικά στις δύο επαφές της ράβδου, η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική, με ρυθμό:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = |P_{T o\lambda}| = 2T \cdot \upsilon_1 = 1N \cdot 3m/s = 3J/s$$

β) Με την βοήθεια του Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = |2T + F_L| \cdot |\upsilon_1| \cdot \sigma\upsilon\nu 180° = -|2T + F_L| \cdot |\upsilon_1|$$

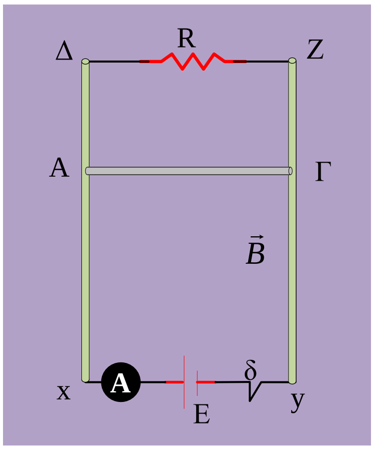
Όπου για το μέτρο της δύναμης Laplace τη στιγμή αυτή, θα έχουμε:

$$F_L = F_{L1} = B \cdot I_1 \cdot \ell = 1 \cdot 0{,}75 \cdot 1N = 0{,}75N \rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = -|2T + F_L| \cdot |\upsilon_1| = -(1+0{,}75) \cdot 3J/s = -5{,}25J/s$$

Εύκολα μπορεί κάποιος να διαπιστώσει ότι ο αγωγός χάνει κινητική ενέργεια 5,25J/s, ίση με το άθροισμα (1,69+0,56+3)J/s, όπου η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε θερμική, σύμφωνα με το προηγούμενο υποερώτημα.

18)Οι δύο κατακόρυφοι αγωγοί Δx και Zy, χωρίς αντίσταση, συνδέονται στα πάνω τους άκρα μέσω αντιστάτη με αντίσταση R=1Ω, ενώ μεταξύ x και y συνδέεται μια πηγή με ΗΕΔ E=4V, χωρίς εσωτερική αντίσταση, ένα ιδανικό αμπερόμετρο, ενώ το κύκλωμα κλείνει με έναν διακόπτη δ. Σε επαφή με του στύλους αυτούς μπορεί να κινείται, χωρίς τριβές, ένας αγωγός ΑΓ, μάζας m=0,2kg και μήκους ℓ=1m, ενώ στο χώρο υπάρχει ένα οριζόντιο μαγνητικό πεδίο με ένταση κάθετη στο επίπεδο των στύλων. Με κλειστό το διακόπτη, ο αγωγός ΑΓ ισορροπεί, ενώ το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη 5A.



i) Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ, καθώς και η αντίστασή του r.

ii) Να σχεδιάσετε στο σχήμα το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου, υπολογίζοντας και το μέτρο της.

iii) Κάποια στιγμή, έστω t_o=0, ανοίγουμε το διακόπτη δ. Αμέσως μετά να βρεθούν η επιτάχυνση του αγωγού ΑΓ, καθώς και η τάση $V_{\Delta Z}=V_\Delta - V_Z$.

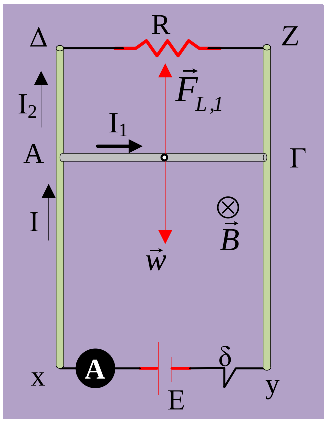
iv) Μια επόμενη χρονική στιγμή t_1 ο αγωγός ΑΓ πέφτει με ταχύτητα υ_1=1m/s. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) Η επιτάχυνση του ΑΓ, καθώς και η τάση $V_{ΔZ}$.

β) Οι ρυθμοί μεταβολής, της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



i)Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος. Από τον 1° κανόνα του Kirchhoff στο κόμβο Α παίρνουμε:

$$I=I_1+I_2 \quad (1)$$

Αλλά αφού η πηγή δεν έχει εσωτερική αντίσταση, η πολική της τάση V_{xy} είναι ίση με την ΗΕΔ Ε, οπότε από τον νόμο του Ohm, παίρνουμε:

$$I_2=\frac{V_{ΔZ}}{R}=\frac{V_{xy}}{R}=\frac{E}{R}=\frac{4}{1}A=4A$$

Οπότε από την (1) βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ:

$$I_1=I-I_2=5A-4A=1A$$

Και από τον νόμο του Ohm:

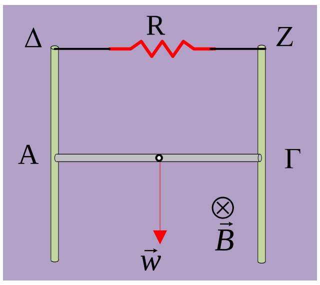
$$I_1=\frac{V_{ΑΓ}}{r}\Rightarrow r=\frac{V_{ΑΓ}}{I_1}=\frac{E}{I_1}=\frac{4}{1}\Omega=4\Omega$$

ii)Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί και οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΑΓ, όπου από την ισορροπία του προκύπτει:

$$ΣF=0 \rightarrow F_{L,1}=w=mg=0,2\cdot 10N=2N \; (2)$$

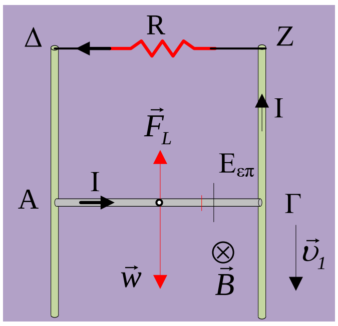
Με κατεύθυνση προς τα πάνω. Αλλά με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, για να έχει η δύναμη Laplace κατεύθυνση προς τα πάνω, η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα πρέπει να έχει φορά κάθετη στο επίπεδο του σχήματος, με φορά προς τα μέσα, όπως έχει σχεδιαστεί στο σχήμα. Τέλος από την (2):

$$F_{L,1}=BI_1\ell\Rightarrow B=\frac{F_{L,1}}{I_1\ell}=\frac{2N}{1A\cdot 1m}=2T$$



iii)Μόλις τη στιγμή $t_0=0$ ανοίξουμε το διακόπτη, θα πάρουμε τη διπλανή εικόνα, όπου ο αγωγός ΑΓ, έχει μηδενική ταχύτητα, συνεπώς δεν έχει αναπτυχθεί ακόμη ΗΕΔ από επαγωγή άρα δεν έχουμε και ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα. Αυτό σημαίνει ότι η μόνη δύναμη που ασκείται στον αγωγό ΑΓ, είναι το βάρος, με αποτέλεσμα να αποκτά επιτάχυνση $g=10m/s^2$.

Εξάλλου $V_{ΔZ}=V_Δ-V_Z=0$.



iv)Έστω υ_1 η ταχύτητα πτώσης του αγωγού ΑΓ, τη στιγμή t_1. Τότε μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το ορθογώνιο ΑΓΖΔΑ, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή και το κύκλωμα να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, με φορά όπως στο σχήμα. Γιατί; Γιατί μόνο τότε ο αγωγός ΑΓ θα δεχτεί δύναμη Laplace με φορά προς τα πάνω, η οποία αντιστέκεται στην κίνηση του αγωγού, η οποία είναι και η αιτία του επαγωγικού ρεύματος. Για την απόλυτη τιμή αυτής της ΗΕΔ έχουμε:

$$\left|E_{\varepsilon\pi}\right| = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{Bdy\ell}{dt} = B\ell\frac{dy}{dt} = B\ell\upsilon_1 = 2\cdot 1\cdot 1V = 2V$$

α) Από τον νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα, παίρνουμε για την ένταση Ι του ρεύματος, τη στιγμή t_1:

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R+r} = \frac{2V}{(1+4)\Omega} = 0,4A$$

Οπότε το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον κινούμενο αγωγό ΑΓ είναι ίσο:

$$F_L = BI\ell = 2T\cdot 0,4A\cdot 1m = 0,8N$$

Με αντικατάσταση στον 2^o νόμο του Νεύτωνα για την επιτάχυνση του αγωγού, παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \ \rightarrow mg\text{-}F_L = ma \ \rightarrow$$

$$a = \frac{mg\text{-}F_L}{m} = \frac{0,2\cdot 10 - 0,8}{0,2}m/s^2 = 6m/s^2.$$

Ενώ για την τάση στα άκρα του αντιστάτη έχουμε:

$$V_{Z\Delta}=I\cdot R \rightarrow V_Z\text{-}V_\Delta=I\cdot R \rightarrow V_\Delta\text{-}V_Z= -\ IR \rightarrow$$

$$V_{\Delta Z}= -\ 0,4\cdot 1V= -0,4\ V$$

β) την ίδια στιγμή έχουμε για τις ενέργειες:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{|\Sigma F|\cdot|dy|\sigma\upsilon\nu 0^o}{dt} = |\Sigma F|\cdot|\upsilon_1| = ma\cdot|\upsilon_1| = 0,2\cdot 6\cdot 1J/s = 1,2J/s$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -mg\cdot|\upsilon_1| = -0,2\cdot 10\cdot 1J/s = -2J/s$$

Ενώ ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική, είναι ίσος και με την ηλεκτρική ισχύ στο κύκλωμα:

$$\frac{dW_{\eta\lambda}}{dt} = P_{E_{\varepsilon\pi}} = E_{\varepsilon\pi}I = 2\cdot 0,4J/s = 0,8J/s.$$

Σχόλια:

2) Κατά την πτώση του αγωγού, έχουμε μείωση της δυναμικής ενέργειας κατά 2J/s, όπου τα 1,2J/s προκαλούν αύξηση της κινητικής ενέργειας του ίδιου του αγωγού, ενώ τα υπόλοιπα 0,8J/s, μετατρέπονται σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα.

3) Τις ενεργειακές αυτές μετατροπές θα μπορούσαμε να τις δούμε και μέσω των έργων των δυνάμεων. Βέβαια αν μας ενδιαφέρουν στιγμιαίοι ρυθμοί, θα χρησιμοποιήσουμε την ισχύ των δυνάμεων:

Η μείωση της δυναμικής ενέργειας, συνδέεται με το έργο του βάρους. Πράγματι:

$$W_w=-\Delta U \rightarrow P_w=mg\upsilon_1 = +2W \ \text{οπότε}\ dU/dt=-2J/s$$

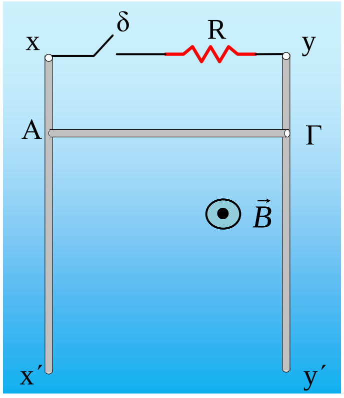
Η δύναμη Laplace αφαιρεί μηχανική ενέργεια από τον αγωγό, αφού:

$$P_{FL}=-F_L\cdot\upsilon_1=-0,8\cdot 1W=-0,8W \ \text{οπότε}\ P_{\eta\lambda}= +\ 0,8J/s$$

Οπότε από την διατήρηση της ενέργειας θα έχουμε ότι η κινητική ενέργεια συνδέεται με τη συνισταμένη ή με άλλα λόγια:

$$dK/dt = P_w+P_{FL}=+2J/s-0,8J/s = +1,2\ J/s.$$

19) Στο διπλανό σχήμα ο αγωγός ΑΓ, μήκους 1m, μάζας 0,3kg και αντίστασης r=1Ω, μπορεί να κινείται σε επαφή με δύο κατακόρυφους αγωγούς, xx΄ και yy΄ οι οποίοι δεν εμφανίζουν αντίσταση. Μια αντίσταση R=3Ω συνδέεται μεταξύ x και y, ενώ παρεμβάλλεται ένας ανοικτός διακόπτης δ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, αφήνουμε τον αγωγό ΑΓ να κινηθεί ελεύθερα, ενώ τη στιγμή $t_1=0,5s$ κλείνουμε το διακόπτη δ. Στο χώρο υπάρχει ένα οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης B=2T, κάθετο στο επίπεδο των αγωγών, όπως στο σχήμα.



i) Για τη στιγμή t_1^-, ελάχιστα πριν το κλείσιμο του διακόπτη δ, να υπολογιστούν η τάση $V_{ΑΓ}$ καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του αγωγού.

ii) Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη να υπολογιστούν ξανά η τάση $V_{ΑΓ}$ καθώς και:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

γ) Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα.

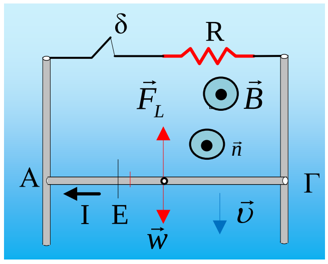
iii) Την ίδια στιγμή t_1^+ να υπολογιστεί η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στον αγωγό.

iv) Αφού αποδείξετε ότι ο αγωγός ΑΓ αποκτήσει οριακή ταχύτητα (πριν φτάσει στο τέλος των κατακόρυφων αγωγών), να υπολογίσετε την τιμή της και να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή t_0, μέχρι την απόκτηση της οριακής ταχύτητας.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

i) Μόλις αφεθεί ο αγωγός να κινηθεί, πέφτει ελεύθερα οπότε τη στιγμή $t_1=0,5s$, έχει ταχύτητα $υ_1=gt=5m/s$, οπότε θεωρώντας την κάθετη στο επίπεδο των αγωγών, να έχει φορά προς τα μέσα, ίδια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, θα έχουμε για την ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό:



$$E_1=-\frac{dΦ}{dt}=-\frac{B\ell dy}{dt}=-Bυ\ell=-2\cdot 5\cdot 1V=-10V$$

Ποια είναι η πολικότητα της ΗΕΔ αυτής; Αν ο διακόπτης ήταν κλειστός τότε ο αγωγός θα δεχόταν δύναμη Laplace η οποία με βάση τον κανόνα του Lenz, θα είχε φορά προς τα πάνω, προσπαθώντας να αντισταθεί στην πτώση του αγωγού. Αλλά για να έχει η δύναμη Laplace φορά προς τα πάνω, θα πρέπει ο αγωγός να διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Γ στο Α, πράγμα που σημαίνει ότι η ΗΕΔ που εμφανίζεται έχει την πολικότητα του σχήματος. Βέβαια το κύκλωμα δεν είναι κλειστό και δεν έχουμε ρεύμα, οπότε η πολική τάση της πηγής είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική της δύναμη. Έχουμε δηλαδή:

$$V_{ΑΓ}=V_Α-V_Γ=|E|=10V$$

Εξάλλου η μόνη δύναμη που ασκείται στον αγωγό ΑΓ, είναι το βάρος, οπότε για τις ενέργειες έχουμε:

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_w}{dt}=\frac{mg\cdot dy}{dt}=mgυ_1=0,3\cdot 10\cdot 5J/s=15J/s$$

$$\frac{dU}{dt}=\frac{-dW_w}{dt}=\frac{-mg\cdot dy}{dt}=-mgυ_1=-0,3\cdot 10\cdot 5J/s=-15J/s$$

Με άλλα λόγια, ελάχιστα πριν κλείσουμε το διακόπτη, ο αγωγός πέφτει ελεύθερα, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, οπότε όσο μειώνεται η δυναμική του ενέργεια, τόσο αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.

ii) Αμέσως μόλις κλείσουμε το διακόπτη Δ, έχουμε ξανά την ίδια ΗΕΔ, αλλά τώρα το κύκλωμα θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, με φορά όπως στο παραπάνω σχήμα, έντασης:

$$I_1 = \frac{|E_1|}{R+r} = \frac{10V}{(3+1)\Omega} = 2,5A$$

Αλλά τότε η πολική τάση της πηγής, η τάση $V_{A\Gamma}$ θα είναι ίση:

$$V_{A\Gamma}=|E_1|-I_1 r = 10V-2,5\cdot 1V=7,5V$$

Εξάλλου η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$F_L=B\cdot I_1\cdot \ell=2\cdot 2,5\cdot 1N=5N$$

α) Για το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ έχουμε, όπως και παραπάνω:

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{-dW_w}{dt} = \frac{-mg\cdot dy}{dt} = -mg\upsilon_1 = -0,3\cdot 10\cdot 5J/s = -15J/s$$

β) Για τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{dK_1}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{dW_w}{dt} + \frac{dW_{F_L}}{dt} = \frac{mg\cdot dy}{dt} + \frac{F_L\cdot dy\cdot \sigma\upsilon\nu 180°}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{dK_1}{dt} = mg\upsilon_1 - F_L\cdot\upsilon_1 = 0,3\cdot 10\cdot 5J/s - 5\cdot 5J/s = -10J/s$$

γ) Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα, μπορεί να υπολογιστεί ως η ισχύς της πηγής:

$$P_{\eta\lambda}=|E_1|\cdot I_1=10\cdot 2,5W= 25W$$

Εναλλακτικά η ηλεκτρική ενέργεια είναι ίση με τον ρυθμό με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις δύο αντιστάσεις R και r:

$$P_Q = I_1^2(R+r) = 2,5^2\cdot(3+1)W = 25W$$

iii) Δύο δυνάμεις ασκούνται στον αγωγό, το βάρος και η δύναμη Laplace, για την ισχύ των οποίων έχουμε:

$$P_w=|w|\cdot|\upsilon_1|\cdot\sigma\upsilon\nu 0°= mg\cdot\upsilon_1=0,3\cdot 10\cdot 5\ W =15W$$

$$P_{FL}=|F_L|\cdot|\upsilon_1|\cdot\sigma\upsilon\nu 180°=-5\cdot 5\ W = -25\ W.$$

iv) Παρατηρούμε με βάση τα παραπάνω ευρήματα, ότι αμέσως μόλις κλείσουμε το διακόπτη ο αγωγός ΑΓ αρχίζει να επιβραδύνεται, αφού $F_L > mg$. Έτσι αν πάρουμε μια τυχαία στιγμή $t > t_1$, θα έχουμε στον αγωγό να αναπτύσσεται μια ΗΕΔ με μέτρο $E=B\upsilon\ell$, οπότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{B\upsilon\ell}{R+r}$$

Και η δύναμη Laplace θα έχει μέτρο:

$$F_L = BI\ell = \frac{B^2\ell^2}{R+r}\upsilon$$

Οπότε παίρνοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για τον αγωγό ΑΓ και δουλεύοντας με **μέτρα** μεγεθών, έχουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F_L - mg = ma \rightarrow$$

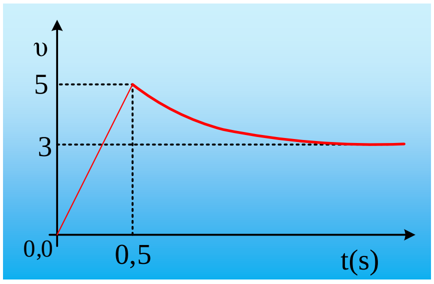
$$\frac{B^2\ell^2}{R+r}\upsilon - mg = ma$$

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι όσο μικραίνει η ταχύτητα του αγωγού ΑΓ, τόσο θα μειώνεται και το μέτρο της επιτάχυνσης (η επιβράδυνση) του αγωγού. Αλλά τότε θα έρθει μια στιγμή που θα μηδενιστεί η επιτάχυνση και πλέον ο αγωγός θα κινείται με σταθερή ταχύτητα, την οριακή του ταχύτητα. Έτσι θέτοντας στην παραπάνω εξίσωση α=0 παίρνουμε:

$$\frac{B^2\ell^2}{R+r}\upsilon - mg = 0 \rightarrow$$

$$\upsilon_{op} = \frac{mg(R+r)}{B^2\ell^2} = \frac{0{,}3\cdot 10\cdot(3+1)}{2^2\cdot 1^2} m/s = 3m/s$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε διάγραμμα υ-t η κλίση μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος, άρα εδώ αρχικά ο αγωγός εκτελεί ελεύθερη πτώση με επιτάχυνση g, ενώ στη συνέχεια επιβραδύνεται με επιτάχυνση που το μέτρο της μειώνεται, μέχρι να μηδενιστεί, όταν η ταχύτητα γίνει ίση με 3m/s, σχεδιάζουμε το ποιοτικό διάγραμμα, όπως αυτό του διπλανού σχήματος. Αξίζει να επισημανθεί η θετική κλίση στο διάστημα 0-0,5s (αύξουσα συνάρτηση) και η αρνητική κλίση (φθίνουσα συνάρτηση, επιβραδυνόμενη κίνηση) στη συνέχεια.



Σχόλια.

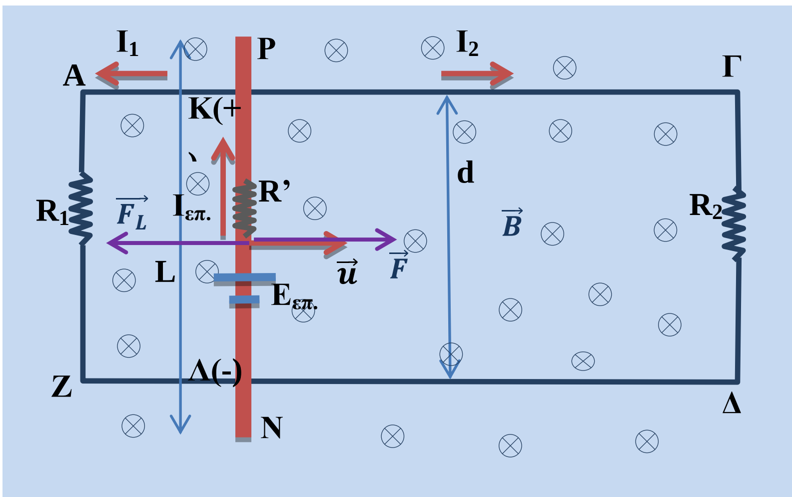
Ας προσέξουμε ότι το έργο του βάρους, συνδέεται με τις μεταβολές τη δυναμικής ενέργειας του αγωγού, ενώ η συνισταμένη δύναμη με τις μεταβολές της κινητικής ενέργειας. Ας το δούμε αναλυτικά για τη στιγμή t_1, μόλις κλείσουμε το διακόπτη:

Ο αγωγός πέφτει, οπότε η δυναμική του ενέργεια **μειώνεται** με ρυθμό 15J/s, όσο είναι και η στιγμιαία ισχύς του βάρους.

Η δύναμη Laplace, έχοντας αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα, αφαιρεί ενέργεια από τον αγωγό την οποία μετατρέπει σε ηλεκτρική. Πράγματι η ισχύς της είναι P_{FL}=-25W, ενώ η αντίστοιχη ηλεκτρική ισχύς που μετατρέπεται τελικά σε θερμότητα είναι $P_{ηλ}$=25W.

Αλλά τότε η συνολική ισχύς των δυνάμεων είναι $P_{ολ}=P_w+P_{FL}$=+15W-25W=-10W, πράγμα που σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια, θα **μειώνεται** με ρυθμό 10J/s, όσο και υπολογίστηκε στο υποερώτημα ii), β).

20)



Στο σχήμα απεικονίζεται αγωγός ΝΡ μήκους L και αντίστασης R, που κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{u}$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$,που εκτείνεται σε όλο το χώρο. Το μεταλλικό πλαίσιο ΑΓΔΖ έχει αντιστάσεις R_1 στην ΑΖ και R_2 στην ΓΔ, ενώ οι πλευρές ΑΓ και ΔΖ δεν έχουν αντίσταση. Ο κινούμενος αγωγός δεν παρουσιάζει τριβές στην κίνησή του, και είναι διαρκώς σε επαφή με τους αγωγούς ΑΓ και ΖΔ, που έχουν αρκετό μήκος. Είναι ΑΖ=ΓΔ=d.

Δίνονται:

$$L = 0.6m\ , d = 0.5m, R = 3.6\Omega, R_1 = 3\Omega\ , R_2 = 6\Omega\ , B = 1T\ , u = 6\frac{m}{s}$$

Ζητούνται:

1) οι εντάσεις των ρευμάτων σε κάθε κλάδο του κυκλώματος
2) Η δύναμη που ασκούμε στον αγωγό ΡΝ
3) Ο ρυθμός που προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα
4) Η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον κινούμενο αγωγό , καθώς και η τάση $V_{ΚΛ}$
5) Το φορτίο που πέρασε από μια διατομή του αγωγού ΚΛ σε χρόνο 0.5s

Απαντήσεις

1. Κατ' αρχήν ο νόμος του Faraday $E_{επαγ\cdot} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{dt}$ είναι γενικός τύπος και καλύπτει όλες τις περιπτώσεις εμφάνισης Η.Ε.Δ. από επαγωγή, οποτεδήποτε μεταβάλλεται η μαγνητική ροή. Η ΗΕΔ είναι **εν δυνάμει** , δηλαδή αν τα άκρα του αγωγού συνδεθούν σε κύκλωμα, τότε θα έχουμε επαγωγικό ρεύμα

$I_{επαγ.} = \frac{E_{επαγ\cdot}}{R_{ολ.}}$, εφόσον δεν υπάρχει άλλη πηγή ρεύματος.

Στην προκειμένη περίπτωση, η ΗΕΔ στον αγωγό ΡΝ θα είναι

$$E_{επαγ\cdot(PN)} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{B}\cdot\Delta\mathrm{A}}{\Delta t} = -\frac{\mathrm{B}\cdot L\cdot dx}{\mathrm{d}t} \overset{u=\frac{dx}{dt}}{\Longrightarrow} E_{επαγ\cdot(PN)} = -B\cdot L\cdot u$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι, αν τα άκρα Ρ,Ν συνδεθούν με αγωγούς σε αντίσταση, τότε η φορά του επαγωγικού ρεύματος που θα προκαλέσει στο κύκλωμα, θα είναι τέτοια, ώστε να αναιρέσει την αύξηση της μαγνητικής ροής από αυτό.

Φανταστείτε ότι ο ΡΝ στο παραπάνω σχήμα, συνδέεται μόνο με την R_1, τότε το επαγωγικό ρεύμα θα είχε φορά αντίθετη της κίνησης των δεικτών του ρολογιού (αριστερόστροφο). Έτσι, το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο εξαιτίας του ρεύματος, θα είχε δυναμικές γραμμές αντίθετες από του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου Β, αφού θα τείνει να μειώσει την αυξανόμενη μαγνητική ροή, εξαιτίας της κίνησης του ΡΝ .

Στην περίπτωση της παραπάνω άσκησης, ναι μεν η ΗΕΔ αναπτύσσεται σε όλο τον αγωγό ΝΡ, αλλά το κύκλωμα που κλείνει είναι σε τμήμα του ΚΛ, άρα η ΗΕΔ που θα ''δώσει'' ρεύμα στο κύκλωμα, είναι στο τμήμα ΚΛ ίση με

$E_{επαγ\cdot(ΚΛ)} = -B\cdot d\cdot u$, με πολικότητα Κ(+) και Λ(-), αφού το επαγωγικό ρεύμα που θα προκαλούσε στον αριστερό βρόχο ΡΑΖΝ , θα ήταν αριστερόστροφο προκειμένου να μειώσει την αυξανόμενη μαγν.ροή από αυτό.

Ομοίως, εξαιτίας της μείωσης της μαγνητικής ροής από το βρόχο ΡΓΔΝ, η πολικότητα της ΗΕΔ στον ΚΛ θα ήταν Κ(+) και Λ(-), προκειμένου να αυξήσει την μειούμενη μαγν.ροή από αυτό.

Άρα το παραπάνω κύκλωμα **ισοδυναμεί** με μια πηγή στον ΚΛ με ΗΕΔ μέτρου $|E_{επαγ\cdot(ΚΛ)}| = B\cdot d\cdot u = 3V$, με πολικότητα Κ(+) και Λ(-). Το επαγωγικό ρεύμα που την διαρρέει είναι $I_{επ.} = \frac{|E_{επαγ\cdot(ΚΛ)}|}{R_{ολ.}}$

$R_{ολ.} = R' + R_{1,2} = R' + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$ όμως

$\frac{R'}{R} = \frac{\rho\frac{d}{S}}{\rho\frac{L}{S}} = \frac{d}{L} \Longrightarrow R' = \frac{d}{L} \cdot R = \frac{0.5}{0.6} \cdot 3.6 = 3\Omega \; άρα \; R_{ολ.} = 3 + \frac{3 \cdot 6}{3+6} = 5\Omega$

Έτσι $I_{επ.} = \frac{3}{5} = 0,6A$

Η πολική τάση στα άκρα της ΚΛ θα είναι

$V_{K\Lambda} = |E_{επαγ\cdot(K\Lambda)}| - I_{επ.} \cdot R' = 3 - 0.6 \cdot 3 = 1.2V = V_1 = V_2$

$I_1 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_!} = 0,4\ A \qquad I_2 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_2} = 0,2\ A$

2. Αφού η ταχύτητα του ΚΛ είναι σταθερή, έχουμε $\Sigma F = 0 \Longrightarrow F = F_L = B \cdot I_{επ.} \cdot d = 1 \cdot 0.6 \cdot 0.5 = 0.3N$
3. Ο ρυθμός που προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα μέσω του έργου της F, άρα $\frac{dW}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F \cdot u = 0.3 \cdot 6 = 1.8J/s$
4. Η ΗΕΔ στον ΡΝ είναι μέτρου

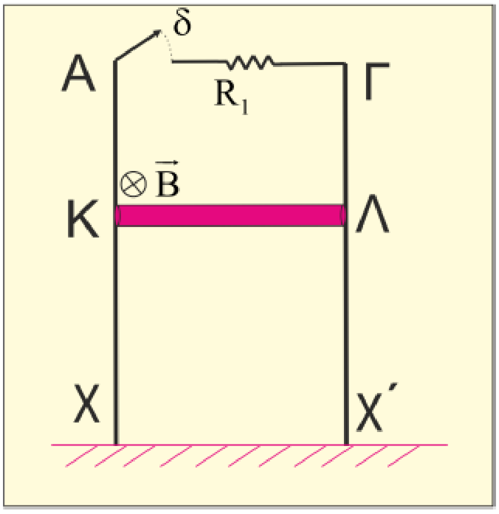
$|E_{επαγ\cdot(PN)}| = B \cdot L \cdot u = 1 \cdot 0,6 \cdot 6 =$ 3,6V με πολικότητα P(+) και N(-).

Η πολική τάση στα άκρα της ΚΛ θα είναι

$V_{K\Lambda} = |E_{επαγ\cdot(K\Lambda)}| - I_{επ.} \cdot R' = 3 - 0.6 \cdot 3 = 1.2V$

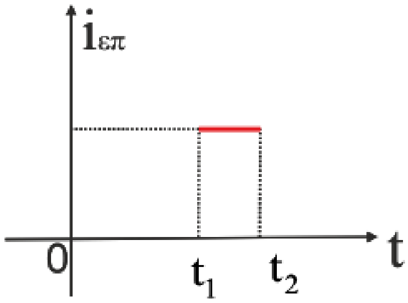
5. Το φορτίο που πέρασε από μια διατομή του αγωγού ΚΛ σε χρόνο 0.5s είναι $q = I_{επ.} \cdot \Delta t = 0.6 \cdot 0.5 = 0.3C$

21)



Ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους L = 1 m, μάζας m και αντίστασης R = 1 Ω μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές κατά μήκος δύο κατακόρυφων αγωγών Αx και Γx΄ που καταλήγουν στο έδαφος, παραμένοντας οριζόντιος και έχοντας συνεχώς τα άκρα του σε επαφή με τους δύο αγωγούς. Τα άκρα Α και Γ των αγωγών Αx και Γx΄ συνδέονται με αντίσταση R$_1$ = 3 Ω, μέσω διακόπτη Δ. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 2 T, το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο των αγωγών. Αρχικά ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος και ο διακόπτης είναι ανοικτός. Τη χρονική στιγμή t = 0, αφήνουμε τον αγωγό ΚΛ ελεύθερο να κινηθεί και κάποια χρονική στιγμή κλείνουμε το διακόπτη. Τελικά ο αγωγός φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t$_2$. Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό σε συνάρτηση με το χρόνο. Αν γνωρίζεται ότι

η θερμότητα που εκλύεται από τον αγωγό στο χρονικό διάστημα από 0 ως t_2 είναι ίση με 1,875 J καθώς και ότι όταν εκλύεται, εκλύεται με ρυθμό 6,25 J/s, να βρείτε:



α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό στο χρονικό διάστημα από t_1 ως t_2.
β. Το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε στον αγωγό στη διάρκεια του φαινομένου.
γ. Την μάζα του αγωγού.
δ. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.
ε. Την απόσταση που είχε αρχικά ο αγωγός από το έδαφος.
στ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού και της δυναμικής του ενέργειας, ελάχιστα πριν ακουμπήσει στο έδαφος.
ζ. Να γίνει το διάγραμμα του μέτρου της πολικής τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο.
Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

Λύση

α. Από το διάγραμμα της άσκησης παρατηρούμε ότι στο χρονικό διάστημα από t_1 ως t_2 ο αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Για το ρυθμό με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από τον αγωγό ισχύει $P_R = i_{επ}{}^2 R$ και επειδή δίνεται ότι είναι ίσος με 6,25 J/s για το επαγωγικό ρεύμα σε αυτό το χρονικό διάστημα θα ισχύει:

$$P_R = i_{επ}{}^2 R \Rightarrow i_{επ} = \sqrt{\frac{P_R}{R}} \Rightarrow i_{επ} = 2,5\ A$$

β. Θερμότητα από τον αγωγό εκλύεται μόνο στο χρονικό διάστημα από t_1 ως t_2. Ισχύει:

$$Q = i_{επ}{}^2 \cdot R \cdot \Delta t \Rightarrow Q = P_R \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{P_R} \Rightarrow \Delta t = 0,3\ s$$

Επομένως το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε στον αγωγό είναι:

$$i_{επ} = \frac{q_{επ}}{\Delta t} \Rightarrow q_{επ} = i_{επ} \cdot \Delta t = (2,5 \cdot 0,3)\ C \Rightarrow q_{επ} = 0,75\ C$$

γ. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι ο αγωγός θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα τη χρονική στιγμή t_1. Επομένως η χρονική αυτή στιγμή αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη.
Μετά τη χρονική στιγμή t_1 παρατηρούμε ότι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είναι σταθερή. Για την ένταση του ρεύματος ισχύει:

$$i_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{B\upsilon L}{R_{ολ}}$$

Παρατηρούμε ότι αφού το ρεύμα είναι σταθερό, και η ταχύτητα υ με την οποία κινείται ο αγωγός θα είναι σταθερή.
Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται να είναι ίση με το μηδέν. Και επειδή στον αγωγό ασκούνται το βάρος του και η δύναμη Laplace θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w = F_L \Rightarrow mg = Bi_{επ}L \Rightarrow m = \frac{Bi_{επ}L}{g} = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 1}{10} \Rightarrow m = 0,5\ kg$$

δ. Η ταχύτητα του αγωγού τη χρονική στιγμή t_1 θα βρεθεί από τη σχέση υπολογισμού της έντασης του ρεύματος. Είναι:

$$i_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{B \cdot \upsilon_1 \cdot L}{R_{ολ}} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{i_{επ} \cdot R_{ολ}}{B \cdot L} = \frac{2,5 \cdot 4}{2 \cdot 1}\ m/s \Rightarrow \upsilon_1 = 5\ m/s$$

Όμως στο χρονικό διάστημα από 0 ως t_1 ο αγωγός κινήθηκε με την επίδραση μόνο του βάρους του, δηλαδή έκανε ελεύθερη πτώση, οπότε για τη χρονική στιγμή t_1 θα ισχύει:

$$\upsilon_1 = gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_1}{g} = 0,5\ s$$

Επίσης η χρονική στιγμή t_2 είναι: $t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0,8\ s$

ε. Στο χρονικό διάστημα από 0 ως t_1 ο αγωγός εκτέλεσε ελεύθερη πτώση, οπότε μετατοπίστηκε κατά:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = \left(\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 0,5^2\right)m \Rightarrow \Delta y_1 = 1,25\ m$$

Στο χρονικό διάστημα από t_1 ως t_2 ο αγωγός κινήθηκε ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε μετατοπίστηκε κατά:

$$\Delta y_2 = \upsilon_1 \cdot \Delta t = 5\cdot 0,3\ m \Rightarrow \Delta y_2 = 1,5\ m$$

Επομένως το συνολικό διάστημα που διένυσε ο αγωγός μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι ίσο με:

$$S = \Delta y_1 + \Delta y_2 = 2,75\ m$$

στ. Λίγο πριν φτάσει ο αγωγός στο έδαφος κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας θα είναι ίσος με το μηδέν:

Άρα:

$$\frac{dK}{dt} = 0$$

Για το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής του ενέργειας θα ισχύει:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -mg\frac{dy}{dt} = -mg\upsilon = -(0,5\cdot 10\cdot 5)\ J/s = -25\ J/s$$

ζ. Από 0 ως t_1 μπορεί ο αγωγός να μην διαρρέεται από ρεύμα αλλά στα άκρα του εμφανίζεται επαγωγική τάση η οποία είναι ίση με:

$$|V_{K\Lambda}| = |E_{\varepsilon\pi}| = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{B\cdot L\cdot dy}{dt} = BL\upsilon = BL(gt) = 20t\ (S.I.)$$

Από t_1 ως t_2 η τάση στα άκρα του αγωγού είναι σταθερή και ίση με:

$$|V_{K\Lambda}| = i_{\varepsilon\pi}\cdot R_1 = 2,5\cdot 3\ V \Rightarrow |V_{K\Lambda}| = 7,5\ V$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά το διάγραμμα του μέτρου της πολικής τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο είναι αυτό που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.