

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

4^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΡΕΥΣΤΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1α. (β)

A1β. (β)

A2α. (γ)

A2β. (α)

A3α. (γ)

A3β. (δ)

A4α. (α)

A4β. (γ)

A5. α. Σ

β. Λ

γ. Λ

δ. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Το ιδανικό ρευστό είναι ασυμπίεστο, επομένως ο συνολικός όγκος ρευστού που διέρχεται σε χρόνο Δt από το σωλήνα διατομής A_1 θα ισούται με αυτόν που διέρχεται από τους σωλήνες διατομών A_2 και A_3 .

$$\Pi_1 = \Pi_2 + \Pi_3 \quad \text{ή} \quad A_1 u_1 = A_2 u_2 + A_3 u_3 \quad \text{ή} \quad A_1 u_1 = \frac{A_1}{4} u_2 + \frac{A_1}{4} u_3 \Rightarrow 4u_1 = u_2 + u_3, \quad (1)$$

Οι σωλήνες μικρής διατομής έχουν ίδια παροχή,

$$\Pi_2 = \Pi_3 \quad \text{ή} \quad \frac{A_1}{4} u_2 = \frac{A_1}{4} u_3 \Rightarrow u_2 = u_3, \quad (2)$$

Από (1), (2) παίρνουμε $4u_1 = 2u_2 = 2u_3$ ή $u_2 = u_3 = 10 \text{ m/s}$.

B2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού, $\frac{K}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho u^2$, αυξάνεται, επομένως η ταχύτητα ροής αυξάνεται. Από την αρχή διατήρησης της ύλης (εξίσωση της συνέχειας)

$$A_{\alpha\rho\chi} u_{\alpha\rho\chi} = A_{\tau\epsilon\lambda} u_{\tau\epsilon\lambda}$$

προκύπτει ότι αφού $u_{\tau\epsilon\lambda} > u_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow A_{\tau\epsilon\lambda} < A_{\alpha\rho\chi}$, δηλαδή ο σωλήνας στενεύει.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$\frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{\Delta K}{\Delta V} + \frac{\Delta U}{\Delta V} \Rightarrow \frac{50\text{J}}{\Delta V} = \frac{70\text{J}}{\Delta V} + \frac{\Delta U}{\Delta V} \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta V} = -\frac{20\text{J}}{\Delta V}$$

Η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου ελαττώνεται, άρα ο σωλήνας κατέρχεται.

B3. Σωστή απάντηση είναι η (β).

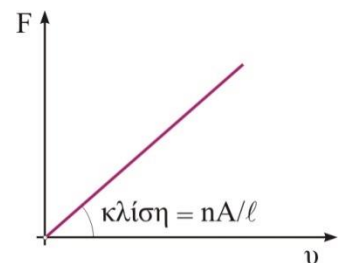
Όταν η πάνω πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα, το ιξώδες (δυνάμεις εσωτερικής τριβής) και η δύναμη F έχουν το ίδιο μέτρο που υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = F = \frac{nA\upsilon}{\ell}$$

Το μέτρο της δύναμης, F , είναι ανάλογο της ταχύτητας της πάνω πλάκας, υ , (όταν η κάτω είναι ακίνητη), άρα το πηλίκο

$$\frac{F}{\upsilon} = \frac{nA}{\ell}$$

είναι σταθερό και παριστάνει την κλίση της ευθείας στο διάγραμμα $F=f(\upsilon)$.



Επειδή $n_2 > n_1 \Rightarrow \frac{n_2 A}{\ell} > \frac{n_1 A}{\ell}$

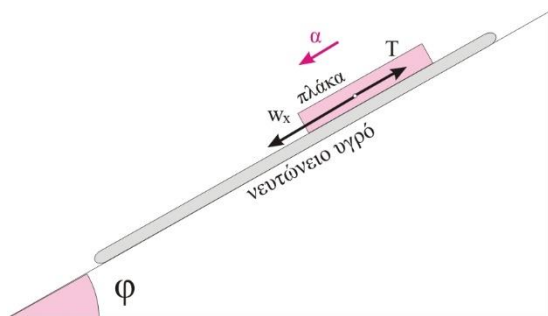
Το σωστό διάγραμμα είναι το (II).

B4. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Όταν αφήσουμε την πλάκα ελεύθερη να κινηθεί, ασκούνται σε αυτήν, στην διεύθυνση της κίνησης,

- Η συνιστώσα του βάρους $w_x = mg\eta\mu\phi$
- Το ιξώδες λόγω της επαφής της με το

ρευστό μέτρου $T = \frac{nA\upsilon}{\ell}$



Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow mg\eta\mu\phi - \frac{nA\upsilon}{\ell} = m\alpha \Rightarrow \alpha = g\eta\mu\phi - \frac{nA\upsilon}{m\ell}$$

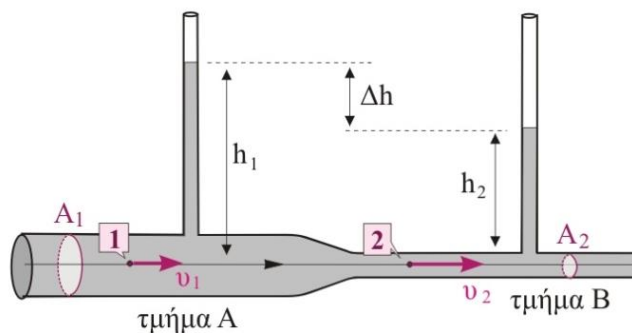
Αρχικά, η ταχύτητα είναι μηδέν και η επιτάχυνση μέγιστη, ($\alpha_{\max} = g\eta\mu\phi$), οπότε η πλάκα ξεκινά επιταχυνόμενη κίνηση. Καθώς η ταχύτητα αυξάνεται, η επιτάχυνση ελαττώνεται μέχρι τη στιγμή που οι όροι $g\eta\mu\phi$ και $\frac{nA\upsilon}{m\ell}$ γίνονται ίσοι, τότε η επιτάχυνση μηδενίζεται και η πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η παροχή του σωλήνα παραμένει σταθερή. Από την εξίσωση της συνέχειας θα υπολογίσουμε την ταχύτητα v_2 του νερού στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2).

$$\Pi_A = \Pi_B \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1 \cdot v_1}{A_2} = \frac{4\text{cm}^2 \cdot 2\text{m/s}}{2\text{cm}^2} \Rightarrow v_2 = 4\text{m/s}.$$

Γ2. Αν η πίεση στο τμήμα A είναι p_1 και στο τμήμα B είναι p_2 , το θεώρημα Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2, δίνει την μεταβολή στην πίεση του νερού, καθώς αυτό μεταβαίνει από το πρώτο στο δεύτερο μέρος του οριζόντιου σωλήνα.



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) \Rightarrow$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \right) \Rightarrow \Delta p = -6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Άρα, καθώς το νερό περνάει στον στενότερο σωλήνα, όπου η ταχύτητα μεγαλώνει, η πίεση μειώνεται.

Γ3. Σύμφωνα με την υδροστατική, η πίεση p_2 , στο τμήμα B, ισούται με την πίεση στη βάση της στήλης νερού του λεπτού κατακόρυφου σωλήνα.

$$p_2 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_2.$$

Ομοίως για την πίεση p_1 , στο σημείο 1.

$$p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_1.$$

Άρα, για το ύψος h_2 του νερού στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα έχουμε

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_2 - (p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_1) \Rightarrow \Delta p = \rho g h_2 - \rho g h_1 \Rightarrow$$

$$h_2 = \frac{\Delta p + \rho g h_1}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g} + h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{-6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1,35\text{m} \Rightarrow h_2 = 0,75\text{m}.$$

Γ4. Αλλάζουμε την παροχή του νερού, ώστε να μηδενιστεί το ύψος του νερού στο δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα και η πίεση p_2' να γίνει ίση με την ατμοσφαιρική.

$$p_2' = p_{\alpha\tau\mu} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Έστω Π' η καινούρια παροχή του νερού και v_1' και v_2' , οι νέες ταχύτητες του νερού στα δύο τμήματα του σωλήνα. Η εξίσωση συνέχειας δίνει

$$\Pi' = A_1 \cdot v_1' = A_2 \cdot v_2' \Rightarrow 4\text{cm}^2 \cdot v_1' = 2\text{cm}^2 \cdot v_2' \Rightarrow v_2' = 2 \cdot v_1' \quad (1)$$

Από το θεώρημα Βερνούλλι για μια οριζόντια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2, έχουμε

$$p_1' + \frac{1}{2} \rho (v_1')^2 = p_2' + \frac{1}{2} \rho (v_2')^2 \Rightarrow p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1')^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho (v_2')^2 \Rightarrow$$

$$\rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1')^2 = \frac{1}{2} \rho (2v_1')^2 \Rightarrow g h_1 + \frac{1}{2} (v_1')^2 = \frac{1}{2} (2v_1')^2 \Rightarrow$$

$$v_1' = \sqrt{\frac{2g h_1}{3}} \Rightarrow v_1' = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,35\text{m}}{3}} \Rightarrow v_1' = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αρχικά η παροχή Π του νερού ήταν

$$\Pi = A_1 \cdot v_1 = 4\text{cm}^2 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

Η καινούρια παροχή Π' του νερού είναι

$$\Pi' = A_1 \cdot v_1' = 4\text{cm}^2 \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

Τελικά το ποσοστό μεταβολής της παροχής του νερού, προκειμένου να μηδενιστεί το ύψος του νερού στο δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα, ενώ στον πρώτο να παραμείνει σε ύψος

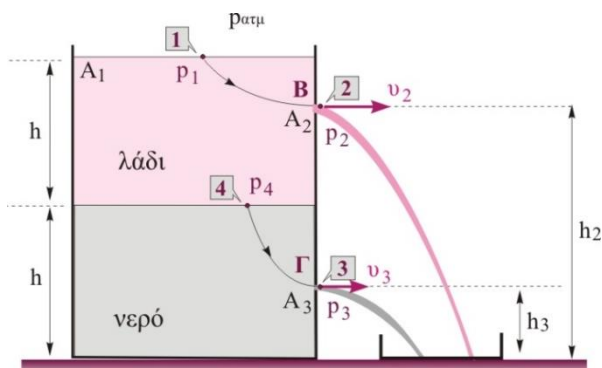
$h_1 = 1,35 \text{ m}$ είναι:

$$\frac{\Pi' - \Pi}{\Pi} \cdot 100\% = \frac{12 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} - 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} \cdot 100\% = 50\%.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η πίεση p_1 , στο σημείο 1 είναι ίση με την ατμοσφαιρική, αφού η δεξαμενή είναι ανοικτή, όπως και οι πιέσεις p_2 , p_3 , στα σημεία Β και Γ, αφού το λάδι και το νερό, αντίστοιχα, εξέρχονται στον αέρα, άρα

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_{\text{ατμ}} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$



Επειδή οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια της δεξαμενής A_1 , θεωρούμε ότι η ταχύτητα u_1 με την οποία κατεβαίνει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού και του λαδιού είναι μηδενική, $u_1 = 0$. Η ταχύτητα u_2 με την οποία εξέρχεται το λάδι στον αέρα από το άνοιγμα Β προκύπτει άμεσα από το θεώρημα Torricelli

$$u_2 = \sqrt{2g(2h - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \cdot 0,5\text{m} - 0,8\text{m})} \Rightarrow u_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Για την ταχύτητα u_3 με την οποία εξέρχεται το νερό στον αέρα από το άνοιγμα Γ θα εφαρμόσουμε το θεώρημα Bernoulli για μια ρευματική γραμμή που διέρχεται από το σημείο 4, στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού - νερού και του σημείου 3, στην έξοδο του νερού από τη δεξαμενή.

$$p_4 + \frac{1}{2} \rho_v u_1^2 + \rho_v g(h - h_3) = p_3 + \frac{1}{2} \rho_v u_3^2 \quad (1)$$

Η πίεση p_4 , στο σημείο 4, είναι το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης και της υδροστατικής πίεσης από την υπερκείμενη ποσότητα του λαδιού.

$$p_4 = p_{\text{ατμ}} + \rho_\lambda g h$$

Έτσι, η σχέση (1) γίνεται:

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho_{\lambda}gh + \rho_{\nu}g(h-h_3) = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho_{\nu}v_3^2 \Rightarrow \rho_{\lambda}gh + \rho_{\nu}g(h-h_3) = \frac{1}{2}\rho_{\nu}v_3^2 \Rightarrow$$
$$v_3^2 = 2g\left(\frac{\rho_{\lambda}h}{\rho_{\nu}} + (h-h_3)\right) = 2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,5\text{m}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + 0,3\text{m} \right) \Rightarrow v_3 = \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Δ2. Οι δέσμες του νερού και του λαδιού που εξέρχονται από τα πλευρικά ανοίγματα κάνουν οριζόντιες βολές. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η χρονική διάρκεια της πτώσης εξαρτάται από το ύψος εκτόξευσης. Το λάδι θα φτάσει στο δοχείο τη χρονική στιγμή t_2 .

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8\text{m}}{10\text{m/s}^2}} \Rightarrow t_2 = 0,4\text{s}$$

και το νερό τη χρονική στιγμή t_3 .

$$h_3 = \frac{1}{2}gt_3^2 \Rightarrow t_3 = \sqrt{\frac{2h_3}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2\text{m}}{10\text{m/s}^2}} \Rightarrow t_3 = 0,2\text{s}.$$

Δ3. Η παροχή του νερού είναι

$$\Pi_{\Gamma} = A_3 \cdot v_3 = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot 10^{-4} \text{m}^2 \cdot \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Pi_{\Gamma} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

Η παροχή του λαδιού είναι

$$\Pi_{\text{B}} = A_2 \cdot v_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Pi_{\text{B}} = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

Τη χρονική στιγμή t που θα γεμίσει το δοχείο έχει εισέλθει σε αυτό συνολικός όγκος 10L από τα δύο υγρά. Ο όγκος αυτός θα υπολογιστεί από την παροχή του νερού για χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_3$ και από την παροχή του λαδιού για χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_2$

$$V_{\text{ολ}} = V_{\lambda} + V_{\nu} = \Pi_{\text{B}} \cdot (t - t_2) + \Pi_{\Gamma} \cdot (t - t_3) \Rightarrow$$

$$10\text{L} = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (t - 0,4\text{s}) + 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (t - 0,2\text{s}) \Rightarrow$$

$$10^{-2} \text{m}^3 = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (t - 0,4\text{s}) + 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (t - 0,2\text{s}) \Rightarrow$$

$$9t = 102,6\text{s} \Rightarrow t = 11,4\text{s}.$$

Δ4. Το ποσοστό του συνολικού υγρού στο μικρό δοχείο που καταλαμβάνει το λάδι, κατά τη χρονική στιγμή t , που το δοχείο γεμίζει είναι :

$$\frac{V_{\lambda}}{V_{\text{ολ}}} \cdot 100\% = \frac{\Pi_{\text{B}} \cdot (t - t_2)}{V_{\text{ολ}}} \cdot 100\% = \frac{4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (11,4\text{s} - 0,4\text{s})}{10\text{L}} \cdot 100\% \Rightarrow$$
$$\frac{V_{\lambda}}{V_{\text{ολ}}} \cdot 100\% = \frac{4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 11\text{s}}{10^{-2} \text{m}^3} \cdot 100\% = 44\% .$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Το διαγώνισμα επιμελήθηκαν οι: **Δουκατζής Βασίλειος, Μπετσάκος Παναγιώτης, Ποντικός Ηλίας, Σδρίμας Ιωάννης - Φυσικοί**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο - Φυσικό.**