ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

2º ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. γ **Α1β.** δ

Α2α. δ **Α2β.** α

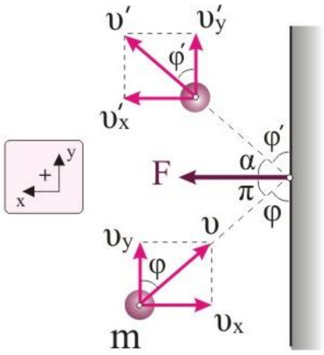
Α3α. β **Α3β.** γ

Α4α. γ **Α4β.** β

Α5. Σ, Λ, Λ, Σ, Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η γ.



Η μεταβολή της ορμής $\Delta\vec{p}$ οφείλεται στη δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο. Η μείωση της απόστασης της σφαίρας από τον τοίχο οφείλεται μόνο στην συνιστώσα της ταχύτητας $υ_x$, επομένως η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα βρίσκεται πάνω στον άξονα των x΄x.

Άρα, η μεταβολή της ορμής της σφαίρας συμπίπτει με την μεταβολή της ορμής μόνο στον άξονα x:

$$\Delta p = \Delta p_x = mυ'_x - (-mυ_x) = mυ'ημφ' + mυημφ \qquad (1)$$

Όμως η γωνία πρόσπτωσης π είναι ίση με την γωνία ανάκλασης α, άρα και

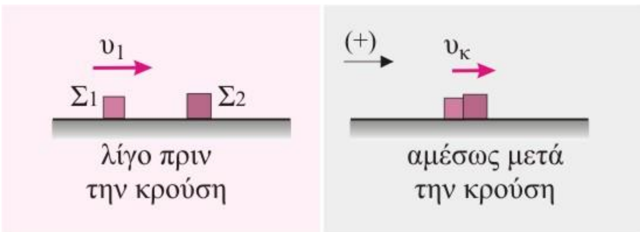
$$φ = φ' \qquad (2)$$

Η κρούση είναι ελαστική, επομένως η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται.

$$K = K' \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2}mυ'^2 \Rightarrow υ = υ' \qquad (3)$$

Συνδυάζοντας τις (1), (2) , (3) παίρνουμε: $\Delta p = 2mυημφ$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η **α**.



Αν η κρούση είναι πλαστική, δημιουργείται συσσωμάτωμα. Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το σύστημα των $Σ_1$, $Σ_2$ λίγο πριν και αμέσως μετά την κρούση.

$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\epsilon\tau\alpha} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \Rightarrow$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Η απώλεια της κινητικής ενέργειας $K_{\alpha\pi}$ είναι

$$K_{\alpha\pi} = |\Delta E| = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\epsilon\tau\alpha} \Rightarrow \frac{3}{4}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{3}{4}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\frac{m_1^2\upsilon_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \Rightarrow$$

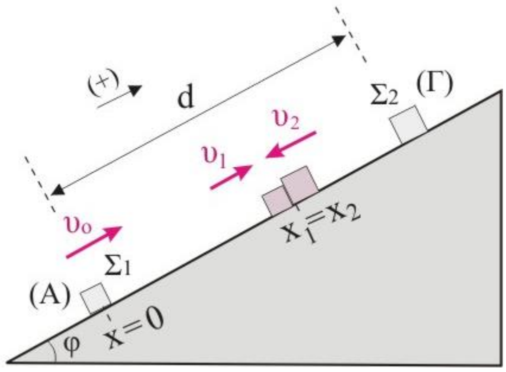
$$\frac{3}{4} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

Αν η κρούση είναι κεντρική ελαστική, η ταχύτητα του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{\upsilon_1}{2}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η **α**.

Λίγο πριν την πλαστική κρούση τα σώματα έχουν ταχύτητες υ_1 και υ_2. Εφαρμόζοντας την ΑΔΟ για το σύστημα και παίρνοντας θετική φορά προς τα πάνω παίρνουμε:



$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\epsilon\tau\alpha} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = -2\upsilon_1 \quad (1)$$

Κάθε σώμα εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α όπου

ΣF=mα ή mgημφ=mα ή α=gημφ

Αν πάρουμε ως σημείο αναφοράς το (Α) οι εξισώσεις της κίνησης για τα δύο σώματα γράφονται:

Σώμα Σ_1: $x_1 = \upsilon_o t - \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi t^2 \quad (2) \quad , \quad \upsilon_1 = \upsilon_o - g\eta\mu\varphi t \quad (3)$

Σώμα Σ_2: $x_2 = d - \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi t^2 \quad (4) \quad , \quad \upsilon_2 = -g\eta\mu\varphi t \quad (5)$

Όταν τα σώματα συναντηθούν $x_1=x_2$, οπότε από τις (2) και (4) παίρνουμε: $\upsilon_o t - \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi t^2 = d - \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi t^2 \Rightarrow t = \frac{d}{\upsilon_o} \quad (6)$

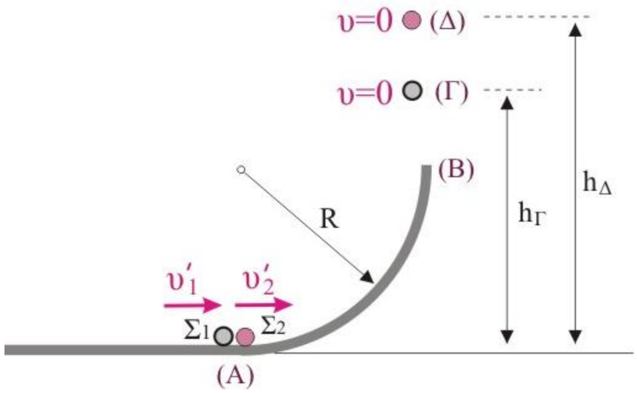
Συνδυάζοντας τις (1), (3), (5) παίρνουμε: $-g\eta\mu\varphi t = -2(\upsilon_o - g\eta\mu\varphi t) \Rightarrow t = \frac{2\upsilon_o}{3g\eta\mu\varphi} \quad (7)$

Συνδυάζοντας τις (6), (7) παίρνουμε: $\frac{d}{\upsilon_o} = \frac{2\upsilon_o}{3g\eta\mu\varphi} \Rightarrow d = \frac{2\upsilon_o^2}{3g\eta\mu\varphi}$

Β4. Σωστή απάντηση είναι η **β**.

Μετά την κεντρική ελαστική κρούση, οι ταχύτητες των σφαιρών στη θέση (Α) είναι

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o \quad (1) \quad , \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o \quad (2)$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη σφαίρα Σ_1 από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Γ) όπου θα σταματήσει στιγμιαία.

$$K_\Gamma - K_A = W_w \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = -m_1 g h_\Gamma \Rightarrow h_\Gamma = \frac{\upsilon_1'^2}{2g} \text{ , (3)}$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη σφαίρα Σ_2 από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Δ) όπου θα σταματήσει στιγμιαία.

$$K_\Delta - K_A = W_w \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = -m_2 g h_\Delta \Rightarrow h_\Delta = \frac{\upsilon_2'^2}{2g} \text{ , (4)}$$

Από την εκφώνηση έχουμε

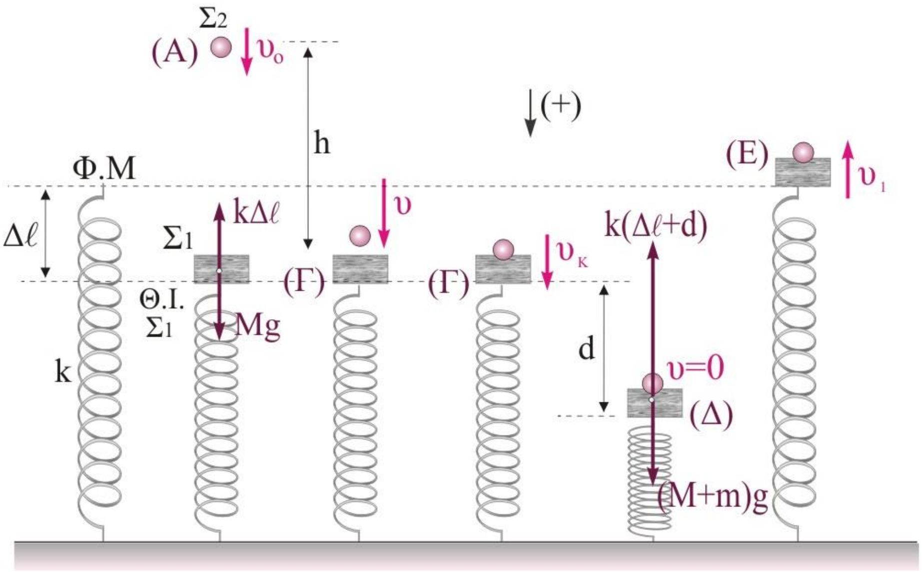
$$h_\Delta - h_\Gamma = \frac{\upsilon_o^2}{g} \xrightarrow{(3),(4)} \frac{\upsilon_2'^2}{2g} - \frac{\upsilon_1'^2}{2g} = \frac{\upsilon_o^2}{g} \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$\frac{\left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \upsilon_o^2}{2g} - \frac{\left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \upsilon_o^2}{2g} = \frac{\upsilon_o^2}{g} \Rightarrow$$

$$\frac{4m_1^2}{2(m_1 + m_2)^2} - \frac{(m_1 - m_2)^2}{2(m_1 + m_2)^2} = 1 \Rightarrow 4m_1^2 - \left(m_1 - m_2\right)^2 = 2(m_1 + m_2)^2 \Rightarrow$$

$$4m_1^2 - m_1^2 + 2m_1m_2 - m_2^2 = 2m_1^2 + 4m_1m_2 + 2m_2^2 \Rightarrow m_1^2 - 2m_1m_2 - 3m_2^2 = 0$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Βρίσκουμε την ταχύτητα υ του $Σ_2$ λίγο πριν αυτό κτυπήσει το $Σ_1$.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα $Σ_2$ από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Γ).

$$K_Γ - K_A = W_w \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}mυ_o^2 = mgh \Rightarrow$$

$$υ = \sqrt{υ_o^2 + 2gh} = \sqrt{36\frac{m^2}{s^2} + 2 \cdot 10\frac{m}{s^2}3m} \Rightarrow υ = 4\sqrt{6}\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το σύστημα $Σ_1$, $Σ_2$ στη θέση (Γ) λίγο πριν την κρούση και αμέσως μετά τη δημιουργία του συσσωματώματος.

$$p_{πριν} = p_{μετα} \Rightarrow mυ = (m+M)υ_K \Rightarrow υ_K = \frac{mυ}{m+M} = \frac{1kg \cdot 4\sqrt{6}\frac{m}{s}}{4kg} \Rightarrow υ_K = \sqrt{6}\frac{m}{s}$$

Γ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το συσσωμάτωμα από τη θέση (Γ) μέχρι τη θέση (Δ).

$$K_Δ - K_Γ = W_w + W_{Fελ} \ , \ (1)$$

$$W_w = (M+m)g \cdot d \ , \ W_{Fελ} = U_Γ - U_Δ = \frac{1}{2}kΔ\ell^2 - \frac{1}{2}k\left(Δ\ell + d\right)^2$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$0 - \frac{1}{2}(M+m)υ_K^2 = (M+m)g \cdot d + \frac{1}{2}kΔ\ell^2 - \frac{1}{2}k\left(Δ\ell + d\right)^2 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}(M+m)υ_K^2 = Mgd + mgd + \cancel{\frac{1}{2}kΔ\ell^2} - \cancel{\frac{1}{2}kΔ\ell^2} - kΔ\ell d - \frac{1}{2}kd^2 \ , \ (2)$$

Στη θέση ισορροπίας του $Σ_1$ έχουμε $\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; Mg = k \cdot \Delta\ell \;,\quad (3)$

Συνδυάζοντας τις (2),(3) παίρνουμε

$$-\frac{1}{2}(M+m)\upsilon_K^2 = \cancel{Mgd} + mgd - \cancel{k\Delta\ell d} - \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow -6 = 5d - 25d^2 \Rightarrow$$

$$25d^2 - 5d - 6 = 0$$

Η δευτεροβάθμιος εξίσωση ως προς d δίνει τις λύσεις

$$d = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 25 \cdot 6}}{50}m \;\Rightarrow\; d = 0,6m \quad ή \quad d = -0,4m$$

Δεκτή είναι η θετική λύση δηλαδή d=0,6m

Γ3. Το συσσωμάτωμα θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά στη θέση (Δ). Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στη θέση αυτή δίνεται από τη σχέση

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = \left|\Sigma F\right| = \left|(M+m)g - k(d+\Delta\ell)\right|$$

από τη σχέση (3) παίρνουμε $\Delta\ell = \dfrac{Mg}{k} = \dfrac{3kg \cdot 10\dfrac{m}{s^2}}{100\dfrac{N}{m}} = 0,3m$

Αντικαθιστώντας έχουμε $\left|\dfrac{dp}{dt}\right| = \left|4kg \cdot 10\dfrac{m}{s^2} - 100\dfrac{N}{m}0,9m\right| \Rightarrow \left|\dfrac{dp}{dt}\right| = 50\dfrac{kgm}{s^2}$

Γ4. Το συσσωμάτωμα θα φτάσει για πρώτη φορά στη θέση φυσικού μήκους (Ε) ανεβαίνοντας έχοντας ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τις θέσεις (Γ) και (Ε).

$$K_E - K_\Gamma = W_w + W_{F\varepsilon\lambda} \;,\; (4)$$

$$W_w = -(M+m)g \cdot \Delta\ell \;,\quad W_{F\varepsilon\lambda} = U_\Gamma - U_E = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 - 0$$

Αντικαθιστώντας τα έργα στη σχέση (4) παίρνουμε

$$\frac{1}{2}(M+m)\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_K^2 = -(M+m)g \cdot \Delta\ell + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \Rightarrow$$

$$2kg \cdot \upsilon_1^2 - 12J = -12J + 4,5J \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = 1,5\frac{m}{s}$$

Παίρνοντας θετική φορά προς τα κάτω, η μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος από τη θέση (Γ) αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη θέση (Ε) φυσικού μήκους του ελατηρίου είναι

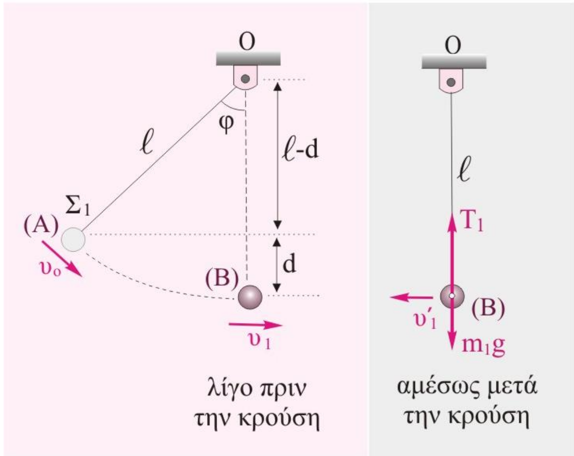
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_E - \vec{p}_\Gamma \text{ ή } \Delta p = -p_E - p_\Gamma = -(M+m)\upsilon_1 - (M+m)\upsilon_K \Rightarrow$$

$$\Delta p = -4kg \cdot 1,5\frac{m}{s} - 4kg \cdot 2,45\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta p = -15,8\,kg\frac{m}{s}$$

Η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο 15,8 kgm/s, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα πάνω.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Βρίσκουμε την ταχύτητα του Σ_1 ελάχιστα πριν συγκρουστεί με το σώμα Σ_2.



Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το Σ_1 μεταξύ των θέσεων (Α) και (Β).

$$K_B - K_A = W_w + \cancel{W_T} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 = m_1 g d \Rightarrow$$
$$\upsilon_1^2 - \upsilon_o^2 = 2gd \quad , \quad (1)$$

Η τάση του νήματος δεν παράγει έργο αφού είναι διαρκώς κάθετη στην μετατόπιση.

Για την απόσταση d, από το σχήμα προκύπτει:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\ell - d}{\ell} \Rightarrow d = \ell(1 - \sigma\upsilon\nu 60^o) = \frac{\ell}{2}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) έχουμε:

$$\upsilon_1^2 - \upsilon_o^2 = g\ell \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_o^2 + g\ell} = \sqrt{\left(2\frac{m}{s}\right)^2 + 10\frac{m}{s^2}\cdot 1,2m} \Rightarrow \upsilon_1 = 4\frac{m}{s}$$

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική με το σώμα Σ_2 ακίνητο. Η ταχύτητα του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση είναι

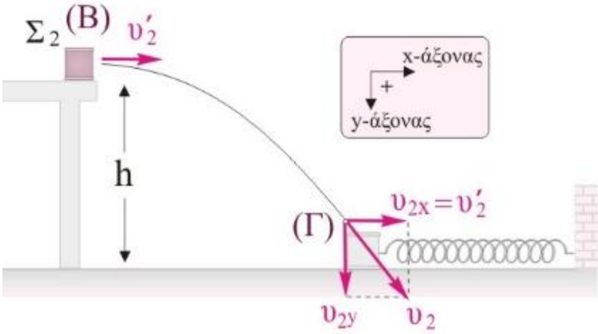
$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{0,3kg - 0,9kg}{0,3kg + 0,9Kg}\cdot 4\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1' = -2\frac{m}{s}$$

Αμέσως μετά την κρούση το Σ_1 κινείται προς τα αριστερά εκτελώντας τμήμα κυκλικής τροχιάς. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο Σ_1 στην διεύθυνση που είναι κάθετη στην ταχύτητα, ισούται με την κεντρομόλο δύναμη.

$$F_{κεν} = \frac{m\upsilon_1'^2}{\ell} \Rightarrow T_1 - m_1 g = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{\ell} \Rightarrow$$

$$T_1 = m_1 g + \frac{m_1\upsilon_1'^2}{\ell} = 0,3kg \cdot 10\frac{m}{s^2} + \frac{0,3kg \cdot \left(2\frac{m}{s}\right)^2}{1,2m} \Rightarrow T_1 = 4N$$

Δ2. Το $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα



$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2 \cdot 0,3kg}{0,3kg + 0,9Kg} 4\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2' = 2\frac{m}{s}$$

Το $Σ_2$ εκτελεί οριζόντια βολή κτυπώντας στο $Σ_3$ με οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας $\upsilon_{2x}=\upsilon'_2$. Στον οριζόντιο άξονα, x, το σύστημα των $Σ_2$, $Σ_3$ είναι μονωμένο, επομένως μπορούμε να εφαρμόσουμε την ΑΔΟ στον οριζόντιο άξονα x.

$$p_{χπριν} = p_{χμετα} \Rightarrow m_2\upsilon_2' = (m_2 + m_3)\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \frac{m_2\upsilon_2'}{m_2 + m_3} = \frac{0,9kg \cdot 2\frac{m}{s}}{1,8kg} \Rightarrow \upsilon_K = 1\frac{m}{s}$$

Δ3. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του $Σ_2$ που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης είναι

$$Π\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_2 + m_3)\upsilon_K^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} 100\% \quad , \quad (1)$$

Όπου υ_2 είναι το μέτρο της ταχύτητας του $Σ_2$ ελάχιστα πριν συγκρουστεί πλαστικά με το ακίνητο $Σ_3$.

Για να βρούμε την ταχύτητα υ_2 εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το $Σ_2$ μεταξύ των θέσεων (Β) και (Γ).

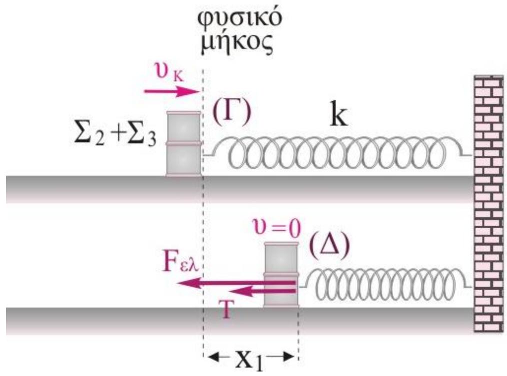
$$K_Γ - K_B = W_w \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = m_2 gh \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_2'^2 + 2gh} = \sqrt{\left(2\frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0,6m} \Rightarrow \upsilon_2 = 4\frac{m}{s}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) έχουμε

$$\Pi\% = \frac{\frac{1}{2}0{,}9\text{kg}\cdot\left(4\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2}1{,}8\text{kg}\cdot\left(1\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\frac{1}{2}0{,}9\text{kg}\cdot\left(4\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}100\% = \frac{63}{72}100\% \Rightarrow \Pi\% = 87{,}5\%$$

Δ4. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το συσσωμάτωμα Σ_2 , Σ_3 μεταξύ των θέσεων (Γ) και (Δ).



$$K_\Delta - K_\Gamma = W_T + W_{F\varepsilon\lambda} \quad , \quad (2)$$
$$W_T = -T\cdot x_1 = -\mu(m_2+m_3)g\cdot x_1$$
$$W_{F\varepsilon\lambda(\Gamma\to\Delta)} = U_\Gamma - U_\Delta = 0 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) παίρνουμε

$$0 - \frac{1}{2}(m_2+m_3)\upsilon_K^2 = -\mu(m_2+m_3)g\cdot x_1 - \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow 81x_1^2 + 0{,}9x_1 - 0{,}9 = 0 \text{ ή } 90x_1^2 + x_1 - 1 = 0$$

Η δευτεροβάθμιος εξίσωση ως προς x_1 δίνει τις λύσεις

$$x_1 = \frac{-1\pm\sqrt{1+360}}{2\cdot 90}\text{m} = \frac{-1\pm 19}{2\cdot 90}\text{m} \Rightarrow x_1 = 0{,}1\text{m} \text{ ή } x_1 = -\frac{1}{9}\text{m}$$

Δεκτή είναι η θετική λύση δηλαδή x_1=0,1m

Δ5. Το συσσωμάτωμα μόλις φθάσει στο (Δ) θα σταματήσει στιγμιαία και θα κινηθεί λόγω της $F_{ελ}$ προς τα αριστερά εκτελώντας παλινδρομική κίνηση. Κάθε φορά που σταματά στιγμιαία, η απόστασή του από το φυσικό μήκος του ελατηρίου μειώνεται λόγω της τριβής ολίσθησης η οποία είναι συνέχεια αντίθετη της ταχύτητάς του. Όταν το συσσωμάτωμα σταματήσει οριστικά θα βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Εφαρμόζουμε το ΘΕΕ για το συσσωμάτωμα Σ_2 , Σ_3 μεταξύ των θέσεων (Γ) και (Γ).

$$K_\Gamma - K_\Gamma = W_T + W_{F\varepsilon\lambda} \quad , \quad (3)$$
$$W_T = -T\cdot s_{o\lambda} = -\mu(m_2+m_3)g\cdot s_{o\lambda}$$

$W_{F\varepsilon\lambda(\Gamma\to\Gamma)} = 0$, γιατί η $F_{ελ}$ είναι συντηρητική δύναμη και σε μια κλειστή διαδρομή το έργο της είναι μηδέν.

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3) παίρνουμε

$$0-\frac{1}{2}(m_2+m_3)\upsilon_K^2=-\mu(m_2+m_3)g\cdot s_{o\lambda}\Rightarrow s_{o\lambda}=\frac{\upsilon_K^2}{2\mu g}=\frac{\left(1\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 0{,}05\cdot 10\frac{m}{s^2}}\Rightarrow s_{o\lambda}=1m$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**