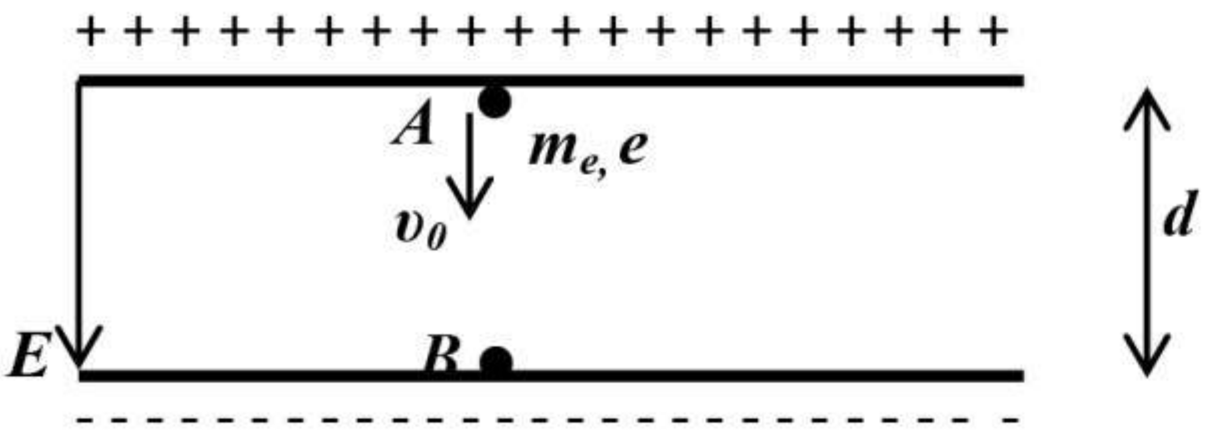
1) Δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οπλισμοί είναι φορτισμένοι και η μεταξύ τους διαφορά δυναμικού είναι V. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται από μικρή οπή, που βρίσκεται στο θετικό οπλισμό (σημείο Α), με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 7\cdot10^6$ m / s. Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι



παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών με κατεύθυνση προς τον αρνητικό οπλισμό. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι d = 10 mm. Να υπολογίσετε:

Δ₁. την τάση V έτσι ώστε το ηλεκτρόνιο να ακινητοποιηθεί στιγμιαία ακριβώς πριν ακουμπήσει τον αρνητικό οπλισμό,

Δ₂. την ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση με την οποία το ηλεκτρόνιο θα επιστρέψει στο σημείο Α,

Δ₃. το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει το ηλεκτρόνιο στο σημείο Α,

Δ₄. το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο σημείο Β, $W_{A\to B}$, καθώς και το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο σημείο Β και την επιστροφή του στο σημείο Α, $W_{A\to B\to A}$.

Δίνονται το πηλίκο της απόλυτης τιμής του φορτίου του ηλεκτρονίου προς τη μάζα του, $e / m_e = 1{,}75\cdot10^{10}$ C / kg καθώς και το φορτίο του ηλεκτρονίου $e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Λύση

Δ₁.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται:

$E = F_c / q \Rightarrow F_c = q\cdot E$.

Η σχέση της έντασης Ε και του δυναμικού V, για ομογενές πεδίο :

$E = V / d$.

Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το ηλεκτρόνιο από την Α στη Β θέση:

(μια άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας, λέγεται θεώρημα έργου – ενέργειας)

(Το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, θα μπορούσαμε να δώσουμε λύση με τις εξισώσεις κίνησης, αλλά προτιμάμε την ενεργειακή λύση)

$\Delta K = W_{Fc} \Rightarrow K_B - K_A = -F_c\cdot d \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot\upsilon_0^2 = -q_e\cdot(V / d)\cdot d \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot\upsilon_0^2 = q_e\cdot V \Rightarrow V = (m_e\cdot\upsilon_0^2) / (2\cdot q_e) \Rightarrow V = \upsilon_0^2 / (2\cdot(q_e / m_e)) \Rightarrow V = (7\cdot10^6)^2 / (2\cdot1{,}75\cdot10^{11}) \Rightarrow V = 140$ V .

Δ₂.

Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το ηλεκτρόνιο από την Β στη Α θέση:

$\Delta K' = W_{Fc}' \Rightarrow K_B' - K_A' = + F_c\cdot d \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot\upsilon^2 - 0 = q_e\cdot(V / d)\cdot d \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot\upsilon^2 = q_e\cdot V \Rightarrow \upsilon^2 = 2\cdot(q_e / m_e)\cdot V \Rightarrow \upsilon^2 = 2\cdot(1{,}75\cdot10^{11})\cdot140 \Rightarrow \upsilon^2 = 49\cdot10^{11} \Rightarrow \upsilon = 7\cdot10^6$ m / s ,

Ο **δάσκαλος (των φυσικών) Βαγγέλης Κουντούρης** (τον ευχαριστούμε) μας επισημαίνει:

Δεν απαντήθηκε η διεύθυνση της ταχύτητας, δεδομένου ότι το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας δίνει απάντηση στο μέτρο της ταχύτητας.

Καλύτερη θα ήταν η κινηματική λύση :

2ος Newton :

$\Sigma F = m_e\cdot\alpha \Rightarrow F_c = m_e\cdot\alpha \Rightarrow \alpha = F_c / m_e \Rightarrow \alpha = q_e\cdot E / m_e \Rightarrow \alpha = q_e\cdot(V / d) / m_e \Rightarrow \alpha = (q_e / m_e)\cdot(V / d) \Rightarrow \alpha = 1{,}75\cdot10^{11}\cdot(140 / 10\cdot10^{-3}) \Rightarrow \alpha = 24{,}5\cdot10^{14}$ m / s² .

Η μετατόπιση του φορτίου :

$d = \upsilon_0\cdot t + \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 2\cdot d / \alpha \Rightarrow t^2 = 2\cdot10^{-2} / 24{,}5\cdot10^{14} \Rightarrow t^2 = (2 / 24{,}5)\cdot10^{-16}$ s $\Rightarrow t = \sqrt{(2 / 24{,}5)}\cdot10^{-8}$ s

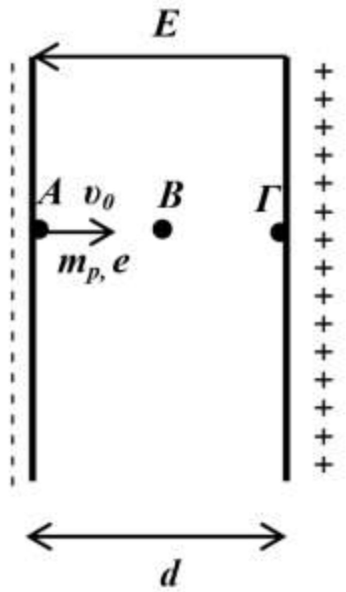
Εξίσωση ταχύτητας χρόνου στη ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:

$\upsilon = \upsilon_0' + \alpha\cdot t \Rightarrow \upsilon = 0 + \alpha\cdot t \Rightarrow \upsilon = 24{,}5\cdot10^{14}\cdot\sqrt{(2 / 24{,}5)}\cdot10^{-8} \Rightarrow \upsilon = 7\cdot10^6$ m / s .

όπως περιμέναμε το σωματίδιο θα γυρίσει πίσω με την ίδια ταχύτητα.

Δ₃.
2ος Newton :
$\Sigma F = m_e \cdot \alpha \Rightarrow F_c = m_e \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = F_c / m_e \Rightarrow \alpha = q_e \cdot E / m_e \Rightarrow \alpha = q_e \cdot (V / d) / m_e \Rightarrow \alpha = (q_e / m_e) \cdot (V / d) \Rightarrow \alpha = 1{,}75 \cdot 10^{11} \cdot (140 / 10 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \alpha = 24{,}5 \cdot 10^{14}$ m / s² .
Η εξίσωση της κίνησης του ηλεκτρονίου είναι :
$x = \upsilon_0 \cdot t - ½ \cdot \alpha \cdot t^2$
Το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στη θέση Α (που αντιστοιχεί στο x = 0) μετά από χρόνο $t_{ολ}$. Επομένως από την εξίσωση κίνησης του ηλεκτρονίου θα είναι:
$x = \upsilon_0 \cdot t - ½ \cdot \alpha \cdot t^2 \Rightarrow 0 = \upsilon_0 \cdot t_{ολ} - ½ \cdot \alpha \cdot t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ} \cdot (\upsilon_0 - ½ \cdot \alpha \cdot t_{ολ}) = 0 \Rightarrow$
$t_{ολ} = 0$ (που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή της εκκίνησης του ηλεκτρονίου) και
$\Rightarrow \upsilon_0 - 1/2\ \alpha \cdot t_{ολ} = 0 \Rightarrow t_{ολ} = 2 \cdot \upsilon_0 / \alpha \Rightarrow t_{ολ} = 0{,}57 \cdot 10^{-8}$ s .
Στο $Δ_3$ ζητάει το χρονικό διάστημα μέχρι το σωματίδιο να επιστρέψει στο Α.
Έχω την αίσθηση ότι θεωρώντας ως t = 0 τη στιγμή της εκτόξευσης η ερώτηση ζητάει το χρόνο για την κίνηση ΑΒΑ και όχι μόνο για την κίνηση ΒΑ που έχετε υπολογίσει.
Πιστεύω ότι η απάντηση θα πρέπει να δοθεί από τη στιγμή της έναρξης της κίνησής του σωματιδίου, οπότε θα πρέπει η απάντηση να είναι το διπλάσιο από αυτό που έχετε υπολογίσει, δηλαδή :
$t_{ολ} = 2 \cdot t \Rightarrow t_{ολ} = 0{,}57 \cdot 10^{-8}$ s .
Δ₄.
Το έργο της δύναμης Coulomb κατά την μετακίνηση του ηλεκτρονίου από το Α στο Β:
$W_{Fc, A\to B} = q_e \cdot V \Rightarrow W_{Fc, A\to B} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 140 \Rightarrow W_{Fc, A\to B} = -22{,}4 \cdot 10^{-18}$ joule .
$W_{Fc, A\to B\to A} = 0$ γιατί : το έργο της δύναμης Coulomb κατά μήκος κλειστής διαδρομής είναι μηδέν, δεδομένου ότι η δύναμη Coulomb είναι διατηρητική δύναμη.

2) Δύο κατακόρυφοι μεταλλικοί οπλισμοί είναι φορτισμένοι με τάση V.



Ένα πρωτόνιο εισέρχεται από μικρή οπή που βρίσκεται σε σημείο του αρνητικού οπλισμού (σημείο Α), με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10^5$ m / s. Η ταχύτητα του πρωτονίου είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που επικρατεί μεταξύ των οπλισμών, με κατεύθυνση προς τον θετικό οπλισμό. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι d = 10 mm. Να υπολογίσετε:
Δ₁. την τιμή της τάσης V έτσι ώστε το πρωτόνιο να ακινητοποιηθεί στιγμιαία ακριβώς πριν ακουμπήσει το θετικό οπλισμό,
Δ₂. το λόγο μεταξύ των διαφορών δυναμικού μεταξύ των σημείων Α, Β και των σημείων Α,Γ : $V_{AB} / V_{AΓ}$,
Δ₃. το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το πρωτόνιο στη θετική πλάκα, καθώς και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει στο σημείο εκτόξευσης,
Δ₄. την κινητική ενέργεια του πρωτονίου στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο οπλισμών (σημείο Β).
Δίνεται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται.
Λύση
Δ₁.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το πρωτόνιο :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού, εφαρμόζεται στο πρωτόνιο ($q_p = q_e$) από την θέση Α στη θέση Γ)

$\Delta K_{A\Gamma} = W_{F, A\to\Gamma} \Rightarrow K_\Gamma - K_A = -F\cdot d \Rightarrow 0 - K_A = -q_p\cdot E\cdot d \Rightarrow K_A = (V / d)\cdot q_p\cdot d \Rightarrow ½\cdot m_p\cdot \upsilon_0^2 = q_p\cdot V \Rightarrow V = (m_p\cdot \upsilon_0^2) / (2\cdot q_e) \Rightarrow V = (1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot (10^5)^2) / (2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}) \Rightarrow V = 50\ V$.

Δ₂.

Το σημείο Β είναι στο μέσο του ΑΓ

(δεν αναφέρεται σε αυτό το ερώτημα, το λέει σε επόμενο ερώτημα)

Διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β :

$V_{AB} = W_{F, A\to B} / q_p \Rightarrow V_{AB} = -F\cdot (AB) / q_p \Rightarrow V_{AB} = -(F\cdot d) / (2\cdot q_p)$.

Διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ :

$V_{A\Gamma} = W_{F, A\to\Gamma} / q_p \Rightarrow V_{A\Gamma} = -F\cdot (A\Gamma) / q_p \Rightarrow V_{A\Gamma} = -(F\cdot d) / q_p$.

Διαιρούμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις :

$V_{AB} / V_{A\Gamma} = -(F\cdot d) / (2\cdot q_p) / -(F\cdot d) / q_p \Rightarrow V_{AB} / V_{A\Gamma} = ½$.

Δ₃.

Σε χρόνο t_1 το πρωτόνιο φτάνει στο σημείο Γ με μηδενική ταχύτητα.

Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη :

$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\cdot t$, για $t = t_1$, $\upsilon_\Gamma = 0$:

$0 = \upsilon_0 - \alpha\cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \upsilon_0 / \alpha$

2ος Newton :

(ορισμός έντασης $E = F_c / q_p$ και σε ομογενές πεδίο $E = V / d$)

$\Sigma F = m_p\cdot \alpha \Rightarrow \alpha = F_c / m_p \Rightarrow \alpha = q_p\cdot E / m_p \Rightarrow \alpha = q_p\cdot (V / d) / m_p \Rightarrow \alpha = q_p\cdot V / d\cdot m_p$.

Επομένως ο χρόνος t_1 γίνεται :

$t_1 = \upsilon_0 / \alpha \Rightarrow t_1 = \upsilon_0\cdot d\cdot m_p / V\cdot q_p \Rightarrow t_1 = (10^5\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-27}) / (50\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}) \Rightarrow t_1 = 2\cdot 10^{-7}\ s$.

Το πρωτόνιο επιστρέφει στη θέση Α μετά από χρόνο $t_{ολ}$. Η θέση Α βρίσκεται στο $x = 0$.

Η εξίσωση της κίνησης του πρωτονίου είναι :

$x = \upsilon_0\cdot t - ½\cdot \alpha\cdot t^2 \Rightarrow$

(το $x = 0$ για $t = t_{ολ}$)

$\Rightarrow 0 = \upsilon_0\cdot t_{ολ} - ½\cdot \alpha\cdot t_{ολ}^2 \Rightarrow ½\cdot \alpha\cdot t_{ολ}^2 = \upsilon_0\cdot t_{ολ} \Rightarrow$

(στη θέση $x = 0$ βρίσκεται και την χρονική στιγμή $t = 0$ αρχή μέτρησης των χρόνων)

$\Rightarrow \alpha\cdot t_{ολ} = 2\cdot \upsilon_0 \Rightarrow t_{ολ} = 2\cdot \upsilon_0 / \alpha \Rightarrow t_{ολ} = 2\cdot t_1 \Rightarrow t_{ολ} = 4\cdot 10^{-7}\ s$.

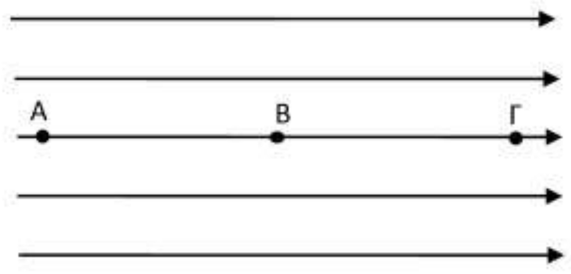
Δ₄.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α στο Β :

(μια άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού και εφαρμόζεται από την θέση Α στη θέση Β)

$\Delta K_{AB} = W_{F, A\to B} \Rightarrow K_B - K_A = -F\cdot (AB) \Rightarrow K_B = K_A - F\cdot (d / 2) \Rightarrow K_B = ½\cdot m_p\cdot \upsilon_0^2 - q_p\cdot E\cdot (d / 2) \Rightarrow K_B = ½\cdot m_p\cdot \upsilon_0^2 - q_p\cdot (V / d)\cdot (d / 2) \Rightarrow K_B = ½\cdot 1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot 10^{10} - (50 / 2)\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} \Rightarrow K_B = 12\cdot 10^{-18}$ joule .

3) Τρία σημεία Α, Β και Γ βρίσκονται κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει (ΑΓ) = 2·(ΑΒ) = 5 cm, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Πρωτόνιο διέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το σημείο Γ, με κατεύθυνση προς το σημείο Α με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10^6$ m / s , η οποία έχει αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της δυναμικής γραμμής. Να υπολογίσετε:

Δ₁. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Γ και Α, αν γνωρίζετε ότι το πρωτόνιο ακινητοποιείται στιγμιαία ακριβώς στο σημείο Α,

Δ₂. την ταχύτητα, σε μέτρο και κατεύθυνση με την οποία το πρωτόνιο θα επιστρέψει στο σημείο Γ,

Δ₃. τη χρονική στιγμή που το πρωτόνιο διέρχεται από το σημείο Β κινούμενο προς το σημείο Γ,

Δ₄. το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του πρωτονίου από το σημείο Γ στο σημείο Β ($W_{\Gamma\to A\to\Gamma}$) , καθώς και το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του πρωτονίου από το σημείο Γ στο σημείο Α και την επιστροφή του στο σημείο Γ ($W_{\Gamma\to A\to\Gamma}$) .

Δίνεται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6\cdot 10^{-27}$ kg και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε για τις πράξεις √2 =1,4.

Λύση

$Δ_1$.

Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας από το Γ → Α :

$ΔK_{ΓΑ} = W_{F,\ Α\to Γ} \Rightarrow K_Α - K_Γ = e\cdot V_{ΓΑ} \Rightarrow 0 - ½\cdot m_p\cdot υ_0^2 = e\cdot V_{ΓΑ} \Rightarrow V_{ΓΑ} = - m_p\cdot υ_0^2 / 2\cdot e \Rightarrow V_{ΓΑ} = -(1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot(10^6)^2 / (2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}) \Rightarrow V_{ΓΑ} = -10^{-15} / 2\cdot 10^{-19} \Rightarrow V_{ΓΑ} = -5\cdot 10^3$ V .

$Δ_2$.

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Υπολογίζουμε αρχικά τον ολικό χρόνο $t_{ολ}$ που χρειάζεται το πρωτόνιο για να επιστρέψει στην θέση Γ. Η μετατόπιση του πρωτονίου :

$Δx = υ_0\cdot t - ½\cdot α\cdot t^2$, για $t = t_{ολ}$ η μετατόπιση είναι :

$Δx = 0 \Rightarrow 0 = υ_0\cdot t_{ολ} - ½\cdot α\cdot t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ} = 2\cdot υ_0 / α$.

Η σχέση της ταχύτητας με τον χρόνο :

$υ_Γ = υ_0 - α\cdot t_{ολ} \Rightarrow υ_Γ = υ_0 - α\cdot(2\cdot υ_0 / α) \Rightarrow υ_Γ = -υ_0 \Rightarrow υ_Γ = -10^6$ m / s .

Η ταχύτητα έχει αντίθετη φορά από την αρχική ταχύτητα $υ_0$.

$Δ_3$.

Υπολογίζουμε την τιμή της επιβράδυνσης α,

2ος Newton :

$ΣF = m_p\cdot α \Rightarrow α = ΣF / m_p \Rightarrow α = q_p\cdot E / m_p \Rightarrow α = q_p\cdot(V / (ΑΓ)) / m_p \Rightarrow α = 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot((5\cdot 10^3) / (5\cdot 10^{-2})) / 1{,}6\cdot 10^{-27} \Rightarrow α = 10^{13}$ m / s² .

Η μετατόπιση είναι :

$Δx = υ_0\cdot t - ½\cdot α\cdot t^2$, την χρονική στιγμή $t = t_Β$ το πρωτόνιο βρίσκεται στη θέση

$Δx = Δx_Β = (ΑΓ) / 2 \Rightarrow Δx_Β = 2{,}5\cdot 10^{-2}$ m .

Άρα έχουμε :

$Δx_Β = υ_0\cdot t_Β - ½\cdot α\cdot t_Β^2 \Rightarrow 25\cdot 10^{-3} = 10^6\cdot t_Β - ½\cdot 10^{13}\cdot t_Β^2 \Rightarrow 25\cdot 10^{-3} = 10^6\cdot t_Β - 5\cdot 10^{12}\cdot t_Β^2 \Rightarrow 5\cdot 10^{12}\cdot t_Β^2 - 10^6\cdot t_Β + 25\cdot 10^{-3} = 0 \Rightarrow 10^{15}\cdot t_Β^2 - 2\cdot 10^8\cdot t_Β + 5 = 0$ με λύσεις

$t_Β = ((2 + \sqrt{2}) / 2)\cdot 10^{-7} \Rightarrow t_Β = (3{,}4 / 2)\cdot 10^{-7} \Rightarrow t_Β = 1{,}7\cdot 10^{-7}$ s .

Κρατάμε την μεγαλύτερη γιατί το πρωτόνιο θέλουμε να επιστρέψει.

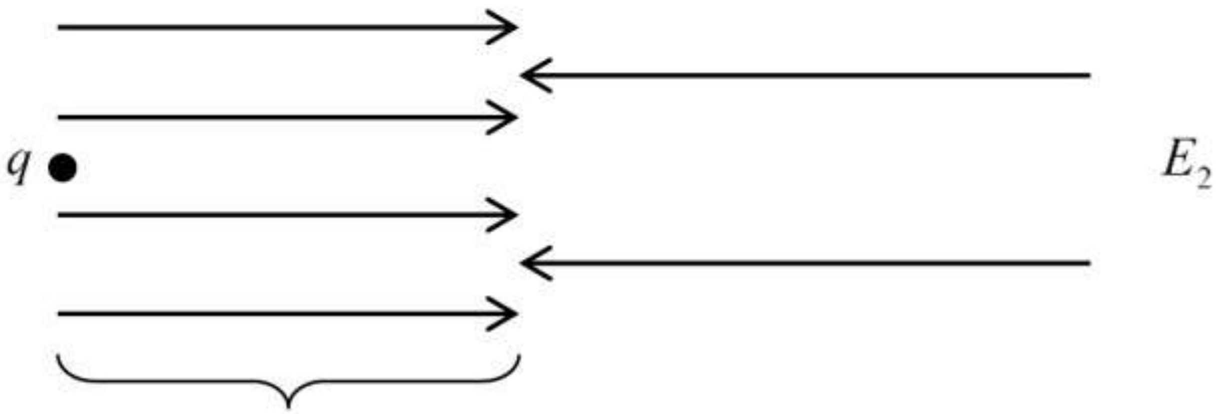
$Δ_4$.

$W_{F,\ Γ\to Β} = -F\cdot(ΓΒ) \Rightarrow W_{F,\ Γ\to Β} = -e\cdot E\cdot(ΓΒ) \Rightarrow W_{F,\ Γ\to Β} = -(V / (ΑΓ))\cdot e\cdot(ΓΒ) \Rightarrow W_{F,\ Γ\to Β} = -(V\cdot e) / 2 \Rightarrow W_{F,\ Γ\to Β} = -(5\cdot 10^3\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}) / 2 \Rightarrow W_{F,\ Γ\to Β} = -4\cdot 10^{-16}$ joule .

Για το έργο από το Γ και επιστροφή στο ίδιο σημείο, από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

$W_{F,\ Γ\to Α\to Γ} = ΔK \Rightarrow W_{F,\ Γ\to Α\to Γ} = 0$ δεδομένου ότι $υ_Γ = -υ_0 \Rightarrow K_{τελ} = K_{αρχ}$.

4) Σημειακό σώμα με ηλεκτρικό φορτίο q = 1 μC και μάζα m = 1 g αφήνεται από την ηρεμία σε ομογενές οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης μέτρου $E_1 = 2\cdot 10^3$ N / C. Το φορτίο διανύει απόσταση d = 4 m μέσα στο ηλεκτροστατικό πεδίο, όπως στο σχήμα.



$Δ_1$. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του σημειακού φορτίου q .

$Δ_2$. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να διανύσει την απόσταση d μέσα στο ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης E_1 και η ταχύτητα που έχει αποκτήσει τότε.

Το σώμα αφού εξέλθει από το ηλεκτρικό πεδίο έντασης E_1, εισέρχεται αμέσως σε δεύτερο ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης μέτρου E_2 , και αντίθετης κατεύθυνσης από το πεδίο έντασης E_1 .

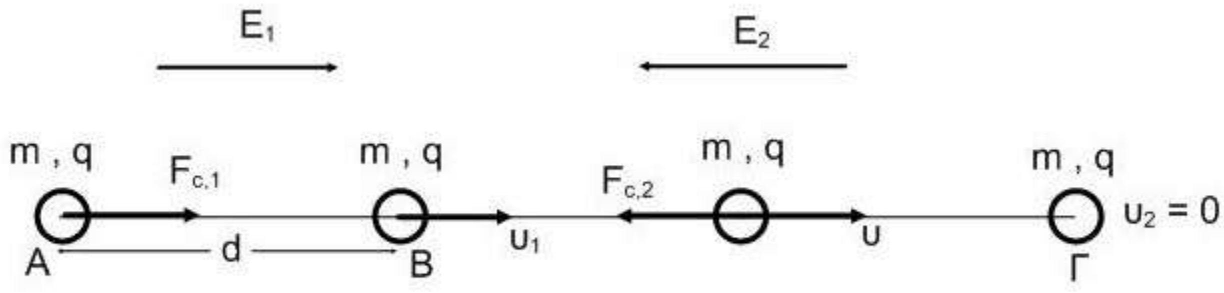
$Δ_3$. Αν ο χρόνος κίνησης από τη στιγμή που αφήνεται από την ηρεμία μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά είναι 6 s, να βρεθεί το μέτρο της έντασης του δεύτερου πεδίου E_2 .

$Δ_4$. Αν W_1 είναι το έργο που εκτελείται στο σωματίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο έντασης E_1 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο πεδίο, ενώ W_2 είναι το έργο που εκτελείται στο σωματίδιο από το ηλεκτρικό

πεδίο έντασης E_2 , από τη χρονική στιγμή που το σωματίδιο εισέρχεται στο πεδίο αυτό, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, να βρεθεί το πηλίκο W_1 / W_2.
Να αγνοήσετε τη βαρυτική δύναμη, τριβές και την αντίσταση του αέρα.

Λύση

$Δ_1$.



Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα κατά την κίνηση του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E_1 είναι $α_1$.
(ο ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E_1 = F_{c,1} / q \Rightarrow F_{c,1} = q·E_1$.)
2ος Newton :
$F_{c,1} = m·α_1 \Rightarrow α_1 = F_{c,1} / m \Rightarrow α_1 = q·E_1 / m \Rightarrow α_1 = 1·10^{-6}·2·10^3 / 1·10^{-3} \Rightarrow α_1 = 2\ m / s^2$.

$Δ_2$.

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η μετατόπιση δίνεται από την σχέση :
$Δx = υ_0·Δt + ½·α_1·Δt^2$,
όπου $υ_0 = 0$ και για $Δt = t_1$ το σώμα έχει διανύσει $Δx = d$, άρα :
$d = ½·α_1·Δt_1^2 \Rightarrow Δt_1^2 = 2·d / α_1 \Rightarrow Δt_1^2 = 2·4 / 2 \Rightarrow Δt_1^2 = 4 \Rightarrow Δt_1 = 2\ s$.
Η ταχύτητα που αποκτά το σώμα :
$υ_1 = υ_0 + α_1·Δt_1 \Rightarrow υ_1 = α_1·Δt_1 \Rightarrow υ_1 = 2·2 \Rightarrow υ_1 = 4\ m / s$.

$Δ_3$.

Το σώμα βρίσκεται στο E_2 πεδίο και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι τη στιγμή που θα σταματήσει.
Ο χρόνος που διαρκεί η κίνηση στο E_2 πεδίο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία είναι :
$Δt_{ολ} = Δt_1 + Δt_2 \Rightarrow Δt_2 = Δt_{ολ} – Δt_1 \Rightarrow Δt_2 = 6 – 2 \Rightarrow t_2 = 4\ s$.
Η αρνητική επιτάχυνση (επιβράδυνση) του σώματος κατά την κίνηση του στο E_2 πεδίο είναι $α_2$.
Η ταχύτητα του σώματος κατά την κίνηση του στο E_2 πεδίο:
$υ_2 = υ_1 – α_2·Δt_2$,
όταν το σώμα σταματάει $υ_2 = 0$.
Ισχύει :
$0 = υ_1 – α_2·Δt_2 \Rightarrow α_2·Δt_2 = υ_1$ …(Ι)
2ος νόμος του Newton :
$F_2 = m·α_2 \Rightarrow α_2 = F_2 / m \Rightarrow α_2 = q·E_2 / m$.
(Ι) $\Rightarrow (q·E_2 / m)·Δt_2 = υ_1 \Rightarrow E_2 = m·υ_1 / (q·Δt_2) \Rightarrow E_2 = 10^{-3}·4 / (10^{-6}·4) \Rightarrow E = 10^3\ N / C$.

$Δ_4$.

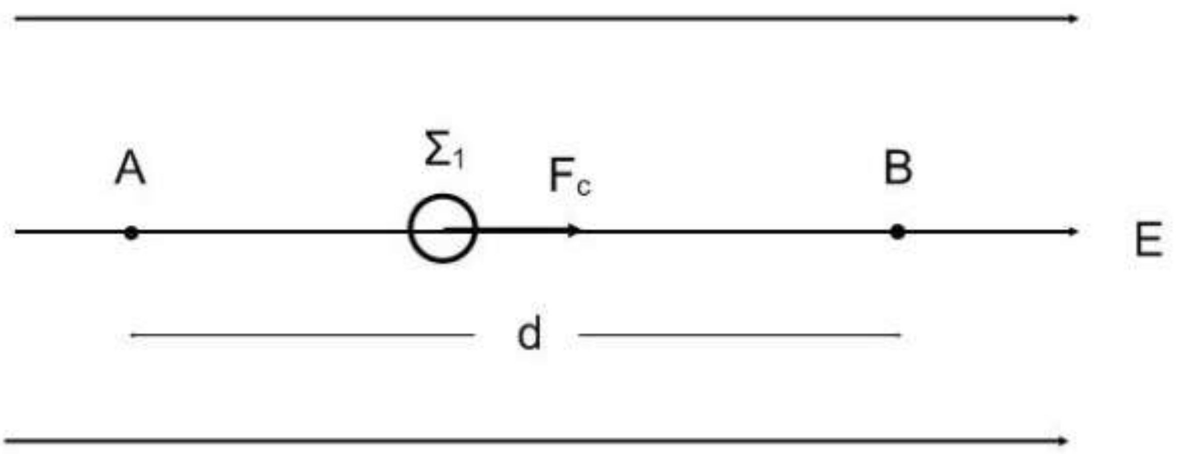
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την στιγμή της έναρξης μέχρι να σταματήσει στιγμιαία στο E_2 πεδίο :
(μια άλλη διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού)
$ΔK_{A \to Γ} = W_{F1, A \to B} + W_{F2, B \to Γ} \Rightarrow K_{τελ} – K_{αρχ} = W_1 + W_2 \Rightarrow W_1 + W_2 = 0 \Rightarrow W_1 / W_2 = – 1$.

5) Σημειακό σώμα $Σ_1$ μάζας $m = 10^{-3}$ kg και φορτίου $q = 10^{-5}$ C αφήνεται ακίνητο σε σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^3$ N / C. Το σώμα μπορεί να κινείται σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλης έκτασης, κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό, χωρίς τριβές. Στο σχήμα βλέπουμε την κάτοψη του ηλεκτρικού πεδίου.

Δ₁. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος και η ταχύτητα που αυτό θα έχει αποκτήσει όταν διανύσει απόσταση d = 20 m.
Δ₂. Να υπολογιστεί η απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ της θέσης από την οποία αφέθηκε το σώμα και της τελικής του θέσης.
Δ₃. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει την απόσταση d = 20 m, συναντά δεύτερο σημειακό σώμα Σ_2, το οποίο έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο και αρχικά βρίσκεται ακίνητο. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε τη μάζα του δεύτερου σώματος ώστε κατά τη σύγκρουση η απώλεια μηχανικής ενέργειας να είναι ίση με το 75% της αρχικής ενέργειας του σώματος Σ_1.
Δ₄. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το δεύτερο σώμα, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ώστε όταν συγκρουστεί πλαστικά με το Σ_1, το συσσωμάτωμα να επιστρέψει με μηδενική ταχύτητα στην αρχική θέση από την οποία αφέθηκε το Σ_1.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Λύση

Δ₁.



Η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η σταθερή δύναμη Coulomb F_c .
2ος Newton :
(ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E = F_c / q \Rightarrow F_c = q \cdot E$)
$\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \Sigma F / m \Rightarrow \alpha = q \cdot E / m \Rightarrow \alpha = 10^{-5} \cdot 10^{3} / 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 10 \text{ m/s}^2$.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα Σ_1 :
(άλλη μορφή της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού, για την άσκηση μεταξύ των θέσεων Α και Β)
$\Delta K_{A \to B} = W_{Fc, A \to B} \Rightarrow K_B - K_A = F_c \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} m \upsilon_1^2 - 0 = q \cdot E \cdot d \Rightarrow \upsilon_1^2 = 2 \cdot q \cdot E \cdot d / m \Rightarrow \upsilon_1^2 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{3} \cdot 20 / 10^{-3} \Rightarrow \upsilon_1^2 = 4 \cdot 10^{2} \Rightarrow \upsilon_1 = 20 \text{ m/s}$.

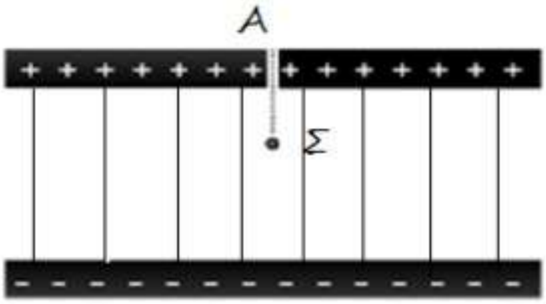
Δ₂.
Κατά την φορά των δυναμικών γραμμών το δυναμικό ελαττώνεται $V_{AB} > 0$ επομένως $V_{AB} = |V_{AB}|$.
Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο : $E = |V_{AB}| / (AB) \Rightarrow |V_{AB}| = E \cdot d \Rightarrow |V_{AB}| = 20 \cdot 10^3$ V.

Δ₃.
Οι μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του Σ_1, αφορούν μόνο την μεταβολή της κινητικής του ενέργειας. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια δε μεταβάλλεται γιατί η κρούση γίνεται στον x άξονα, άρα το ύψος δεν αλλάζει. Το ίδιο και η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια (υπάρχει το ίδιο δυναμικό στο σημείο κρούσης και το φορτίο του Σ_1 είναι το ίδιο.
Αρχή διατήρησης της ορμής στη πλαστική κρούση :
(διανυσματική σχέση που ισχύει σε μονωμένο σύστημα)
$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot \upsilon_1 = (m + m_2) \cdot \upsilon_\Sigma \Rightarrow \upsilon_\Sigma = m \cdot \upsilon_1 / (m + m_2)$ ...(Ι)
Μας δίνετε :
$\Delta E_{απ} = 0{,}75 \cdot K_1 \Rightarrow K_1 - K_\Sigma = 0{,}75 \cdot K_1 \Rightarrow K_\Sigma = K_1 \cdot (1 - 0{,}75) \Rightarrow K_\Sigma = 0{,}25 \cdot K_1 \Rightarrow$
(με την βοήθεια της σχέσης (Ι))
$\Rightarrow \frac{1}{2} (m + m_2) \cdot (m \cdot \upsilon_1 / (m + m_2))^2 = 0{,}25 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 \Rightarrow m / (m + m_2) = 0{,}25 \Rightarrow m = 0{,}25 \cdot m + 0{,}25 \cdot m_2 \Rightarrow 0{,}25 \cdot m_2 = 0{,}75 \cdot m \Rightarrow m_2 = 3 \cdot m \Rightarrow m_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ kg .

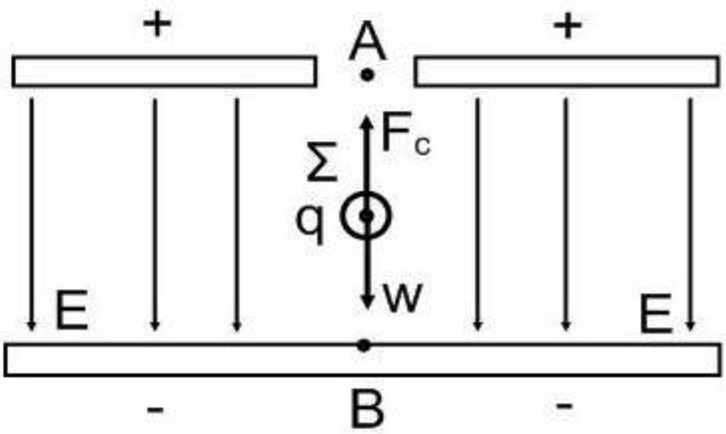
Δ₄.
Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του υ_2 του Σ_2 πριν την κρούση ώστε να φτάσει στο σημείο Α αφετηρίας με μηδενική ταχύτητα, υπολογίζουμε την ταχύτητα υ_Σ' μετά την κρούση. Η υ_2 πρέπει να έχει αντίθετη φορά από την υ_1 .
Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα από το Β στο Α :
$\Delta K_{B\to A} = W_{Fc,B\to A} \Rightarrow 0 - K_{\tau\varepsilon\lambda} = -q\cdot|V_{AB}| \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot(m + 3\cdot m)\cdot\upsilon_\Sigma'^2 = q\cdot E\cdot d \Rightarrow 2\cdot m\cdot\upsilon_\Sigma'^2 = q\cdot|V_{AB}| \Rightarrow \upsilon_\Sigma' = \sqrt{q\cdot|V_{AB}| / (2\cdot m)} \Rightarrow \upsilon_\Sigma' = \sqrt{10^{-5}\cdot 2\cdot 10^4 / (2\cdot 10^{-3})} \Rightarrow \upsilon_\Sigma' = 10\ m/s$.
Αρχή διατήρησης της ορμής (θετική φορά προς τα δεξιά) :
(διανυσματική σχέση που ισχύει σε μονωμένο σύστημα σωμάτων)
$m\cdot\upsilon_1 + m_2\cdot\upsilon_2 = -(m + m_2)\cdot\upsilon_\Sigma' \Rightarrow m\cdot\upsilon_1 + 3\cdot m\cdot\upsilon_2 = -4\cdot m\cdot\upsilon_\Sigma' \Rightarrow \upsilon_2 = (-4\cdot\upsilon_\Sigma' - \upsilon_1)/3 \Rightarrow \upsilon_2 = -60/3 \Rightarrow \upsilon_2 = -20\ m/s$, η φορά είναι προς τα αριστερά όπως περιμέναμε .

6) Αρνητικά φορτισμένες σταγόνες λαδιού εισέρχονται, με μηδενική περίπου ταχύτητα, από την οπή Α που υπάρχει στο θετικό οπλισμό επίπεδου πυκνωτή. Όλο τα σύστημα βρίσκεται σε κενό. Η σταγόνα Σ, με μάζα $m = 0{,}1\ g$ και φορτίο $q = 1{,}5\cdot 10^{-8}\ C$, κινείται ήδη εντός του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, που έχει ένταση $E = 60\ kV/m$. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι $d = 10\ mm$.



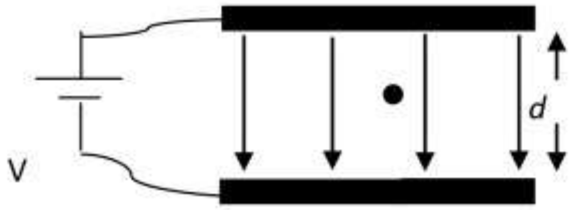
Δ$_1$. Να σχεδιάσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, και να υπολογίσετε την ηλεκτρική δύναμη που δέχεται η σταγόνα Σ.
Δ$_2$. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα, καθώς και την κατεύθυνση της κίνησής της. Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινείται.
Δ$_3$. Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά τη μετακίνηση της σταγόνας λαδιού από τον ένα στον άλλο οπλισμό του πυκνωτή.
Δ$_4$. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργεια της σταγόνας κατά την κίνησή της από τον ένα στον άλλο οπλισμό του πυκνωτή.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.
Λύση
Δ$_1$.



Το φορτίο είναι αρνητικό, άρα η φορά της δύναμης Coulomb F_c είναι αντίθετη της έντασης Ε, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Ο ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου :
$E = F_c / q \Rightarrow F_c = q\cdot E \Rightarrow F_c = 1{,}5\cdot 10^{-8}\cdot 6\cdot 10^4 \Rightarrow F_c = 9\cdot 10^{-4}\ N$.
Δ$_2$.
Το βάρος της σταγόνας Σ :
$w = m\cdot g \Rightarrow w = 1\cdot 10^{-4}\cdot 10 \Rightarrow w = 10\cdot 10^{-4}\ N$.
2ος Newton :
(έχουμε ήδη υπολογίσει τις δυνάμεις F_c και w, βλέπουμε ότι $w > F_c$ άρα η σταγόνα θα κινηθεί σε κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω)
$\Sigma F = m\cdot\alpha \Rightarrow w - F_c = m\cdot\alpha \Rightarrow \alpha = w - F_c / m \Rightarrow \alpha = (10\cdot 10^{-4} - 9\cdot 10^{-4}) / 10^{-4} \Rightarrow \alpha = 1\ m/s^2$.

Δ₃.
Το έργο της δύναμης Coulomb F_c από το Α στο Β :
((ΑΒ) = d
$W_{Fc, A\to B} = F_c \cdot d \cdot$ συν 180° $\Rightarrow W_{Fc, A\to B} = -F_c \cdot d \Rightarrow W_{Fc, A\to B} = -9\cdot10^{-4}\cdot10^{-2} \Rightarrow W_{Fc, A\to B} = -9\cdot10^{-6}$ joule .
Δ₄.
Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού)
$\Delta K = W_{Fc, A\to B} + W_{w, A\to B} \Rightarrow \Delta K = W_{Fc, A\to B} + m\cdot g\cdot d \Rightarrow \Delta K = -9\cdot10^{-6} + 10\cdot10^{-4}\cdot10^{-2} \Rightarrow \Delta K = 10^{-6}$ joule .

7) Οι δύο φορτισμένες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες του σχήματος συνδέονται με πηγή συνεχούς τάσης V και απέχουν απόσταση d. Στο χώρο μεταξύ των πλακών, στο μέσο της απόστασης τους, αιωρείται μικρή σταγόνα μάζας $m = 2\cdot10^{-4}$ kg και φορτίου $q = -2\cdot10^{-7}$ C.

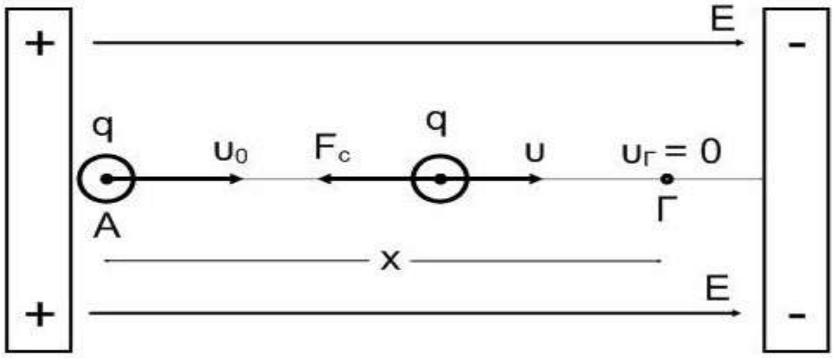


Δ₁. Αν η σταγόνα ισορροπεί, να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των πλακών.
Διπλασιάζουμε την τάση της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών, οπότε η σταγόνα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα.
Δ₂. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί η σταγόνα και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει.
Δ₃. Αν η σταγόνα φτάνει στη πλάκα, προς την οποία κινήθηκε, με ταχύτητα μέτρου 1 m / s , να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ των πλακών.
Δ₄. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους της σταγόνας καθώς και το έργο της ηλεκτρικής δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση της σταγόνας από την αρχική της θέση μέχρι τη στιγμή που φτάνει στην πλάκα προς την οποία κινήθηκε.
Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g = 10 m / s². Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Λύση
Δ₁.
Η σταγόνα ισορροπεί, άρα η συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma F_y = 0$ πάνω της είναι μηδέν. Στη σταγόνα ασκούνται στον κατακόρυφο άξονα, η δύναμη Coulomb F_c με φορά προς τα πάνω και το βάρος w με φορά προς τα κάτω.
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_c - w = 0 \Rightarrow F_c = w \Rightarrow$
(Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E = F_c / |q| \Rightarrow F_c = |q|\cdot E$)
$\Rightarrow |q|\cdot E = m\cdot g \Rightarrow E = m\cdot g / |q| \Rightarrow E = 2\cdot10^{-4}\cdot10 / 2\cdot10^{-7} \Rightarrow E = 10^4$ N / C .
Δ₂.
Όταν μεταβάλλεται (διπλασιάζεται) η τάση, μεταβάλλεται και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, σχέση έντασης – τάσης σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο :
$E' = V' / d \Rightarrow E' = 2\cdot V / d \Rightarrow E' = 2\cdot E \Rightarrow E' = 2\cdot10^4$ N / C .
Όταν μεταβάλλεται η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, μεταβάλλεται και η τιμή της ηλεκτρικής δύναμης πάνω στο ηλεκτρικό φορτίο q, ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου :
$E' = F_c' / |q| \Rightarrow F_c' = |q|\cdot 2\cdot E \Rightarrow F_c' = 2\cdot F_c \Rightarrow F_c' = 2\cdot w$, από το Δ_1 ερώτημα .
Αφού $F_c' = 2\cdot w > w$ το φορτίο θα κινηθεί με σταθερή επιτάχυνση με φορά προς τον θετικό οπλισμό (προς τα πάνω)
2ος Newton :
$\Sigma F' = m\cdot\alpha \Rightarrow \alpha = \Sigma F' / m \Rightarrow \alpha = (F_c' - w) / m \Rightarrow \alpha = (2\cdot w - w) / m \Rightarrow \alpha = w / m \Rightarrow \alpha = m\cdot g / m \Rightarrow \alpha = g \Rightarrow \alpha = 10$ m / s² .
Δ₃.
Η σταγόνα ξεκίνησε την κίνηση της από το μέσο της απόστασης d και έφτασε στον θετικό οπλισμό με ταχύτητα υ = 1 m / s . Για την κίνηση της σταγόνας ισχύουν οι σχέσεις :
$\upsilon = \alpha\cdot t \Rightarrow t = \upsilon / \alpha$.
$y = \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2 \Rightarrow (d / 2) = \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot(\upsilon / \alpha)^2 \Rightarrow d = \upsilon^2 / \alpha \Rightarrow d = 1 / 10$ m $\Rightarrow d = 0{,}1$ m .
Δ₄.
Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης :
$W_{Fc}' = F_c'\cdot(d / 2) \Rightarrow W_{Fc}' = 2\cdot w\cdot(d / 2) \Rightarrow W_{Fc}' = 2\cdot10^{-4}$ joule .
Το έργο του βάρους :
$W_w = w\cdot(d / 2)\cdot$ συν 180° $\Rightarrow W_w = -10^{-4}$ joule .

8) Δυο κατακόρυφες, παράλληλες, μεταλλικές πλάκες ιδίου εμβαδού και σχήματος απέχουν μεταξύ τους $d = 10$ cm και είναι φορτισμένες με τάση $V = 1000$ V. Ένα αρνητικά σωματίδιο, μάζας $m = 2\cdot10^{-4}$ kg και ηλεκτρικού φορτίου $q = -6\cdot10^{-8}$ C εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 0{,}6$ m / s, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, από μια οπή της θετικά φορτισμένης πλάκας. Η ταχύτητα του σωματιδίου μηδενίζεται στιγμιαία αφού διανύσει απόσταση x μέσα στο πεδίο.
Δ₁. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου κατά την κίνησή του μέσα στο πεδίο.
Δ₂. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου εισόδου του σωματιδίου και του σημείου στο οποίο μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του.
Δ₃. Να υπολογίσετε την απόσταση x .
Δ₄. Κάποια χρονική στιγμή t_1, ενώ η φορά κίνησης του σωματιδίου έχει αντιστραφεί, το σωματίδιο έχει κινητική ενέργεια $K = (1 / 4)\cdot K_0$, όπου K_0 η κινητική ενέργεια που είχε τη στιγμή $t_0 = 0$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα $t_0 \rightarrow t_1$, καθώς και τη χρονική στιγμή t_1 .
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, και οι βαρυτικές δυνάμεις δε λαμβάνονται υπόψη.

Λύση

Δ₁.

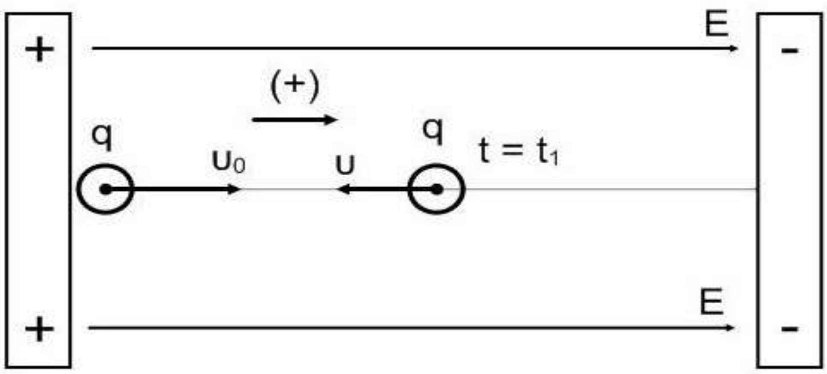


Η Ηλεκτρική δύναμη F_c είναι αντίρροπη της ταχύτητας του φορτίου q, άρα το φορτίο επιβραδύνεται.
2ος Newton :
$ΣF = m\cdot α \Rightarrow F_c = m\cdot α \Rightarrow α = F_c / m \Rightarrow$
(Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E = F_c / |q| \Rightarrow F_c = |q|\cdot E$)
$\Rightarrow α = |q|\cdot E / m \Rightarrow$
(Σχέση έντασης και δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $E = V / d$)
$\Rightarrow α = |q|\cdot(V / d) / m \Rightarrow α = |q|\cdot V / (d\cdot m) \Rightarrow α = 10^3\cdot 6\cdot10^{-8} / (10^{-1}\cdot 2\cdot10^{-4}) \Rightarrow α = 3 \text{ m / s}^2$.

Δ₂.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το φορτίο :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της κινητικής ενέργειας που ισχύει παντού, λέγεται επίσης θεώρημα έργου – ενέργειας και εφαρμόζεται από την στιγμή εισόδου του φορτίου στο πεδίο, έως την στιγμή που το φορτίο σταματά στιγμιαία στο σημείο Γ)
$ΔK = W_{Fc, A \rightarrow Γ} \Rightarrow K_Γ - K_A = q\cdot V_{AΓ} \Rightarrow 0 - ½\cdot m\cdot υ_0^2 = q\cdot V_{AΓ} \Rightarrow V_{AΓ} = - m\cdot υ_0^2 / (2\cdot q) \Rightarrow V_{AΓ} = - 2\cdot10^{-4}\cdot(6\cdot10^{-1})^2 / (- 2\cdot 6\cdot10^{-8}) \Rightarrow V_{AΓ} = 600$ V .

Δ₃.
Η σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων ΑΓ είναι :
$E = V_{AΓ} / x$ και $E = V / d$, άρα :
$V_{AΓ} / x = V / d \Rightarrow x = d\cdot(V_{AΓ} / V) \Rightarrow x = 10^{-1}\cdot(600 / 1000) \Rightarrow x = 6\cdot10^{-2}$ m .

Δ₄.



Γνωρίζουμε την χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα έχει αντίθετη φορά από την $υ_0$ και ότι :
$K = (1/4)\cdot K_0 \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ^2 = (1/4)\cdot ½\cdot m\cdot υ_0^2 \Rightarrow υ^2 = (1/4)\cdot υ_0^2 \Rightarrow υ = -υ_0/2 \Rightarrow υ = -0{,}3\ m/s$.
Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής :
(διανυσματικό μέγεθος, με θετική φορά η φορά του $υ_0$)
$|ΔP| = |P_{τελ} - P_{αρχ}| \Rightarrow |ΔP| = |-m\cdot υ - m\cdot υ_0| \Rightarrow |ΔP| = m\cdot(υ + υ_0) \Rightarrow |ΔP| = 2\cdot 10^{-4}\cdot(0{,}3 + 0{,}6) \Rightarrow |ΔP| = 18\cdot 10^{-5}\ kg\cdot m/s$.
Η εξίσωση της ταχύτητας :
$υ = υ_0 - α\cdot t_1 \Rightarrow t_1 = (υ_0 - υ)/α \Rightarrow t_1 = (0{,}6 - (-0{,}3))/3 \Rightarrow t_1 = 0{,}3\ s$.

9) Επίπεδος πυκνωτής φορτίζεται από τάση V = 100 V και αποκτά φορτίο Q = 4 μC . Ο πυκνωτής αποτελείται από δυο κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες, ιδίου εμβαδού και σχήματος οι οποίες απέχουν μεταξύ τους d = 10 cm. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με ταχύτητα μέτρου, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, από μια οπή της θετικά φορτισμένης πλάκας. Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου μηδενίζεται στιγμιαία μόλις φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα, αποκλειστικά λόγω της επίδρασης του ηλεκτρικού πεδίου.
$Δ_1$. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον παραπάνω πυκνωτή.
$Δ_2$. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του ηλεκτρονίου κατά τη κίνησή του μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.
$Δ_3$. Να υπολογίσετε την αρχική κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου.
$Δ_4$. Αν το ηλεκτρόνιο εισέρχονταν με την ίδια αρχική ταχύτητα $υ_0$ από μια οπή της αρνητικά φορτισμένης πλάκας θα έφτανε στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Να υπολογίσετε το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων $υ_1 / υ_0$.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, και οι βαρυτικές δυνάμεις δεν λαμβάνονται υπόψη. Το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.

Λύση

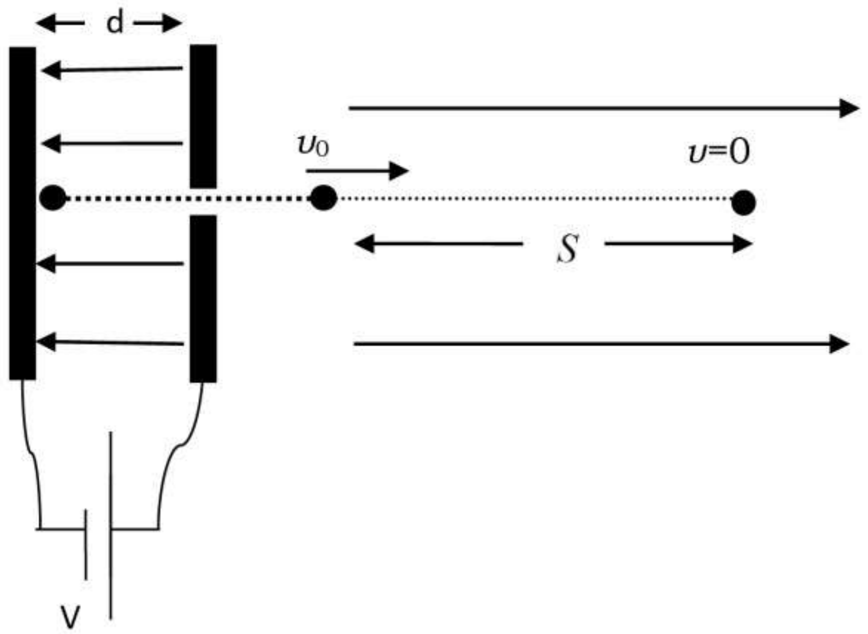
$Δ_1$.
Η ηλεκτρική ενέργεια που αποθηκεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή :
$U_E = ½\cdot Q\cdot V \Rightarrow U_E = ½\cdot 4\cdot 10^{-19}\cdot 10^2 \Rightarrow U_E = 2\cdot 10^{-4}$ joule .

$Δ_2$.
2ος γενικευμένος νόμος του Newton :
$|ΔP/Δt| = |F_c| \Rightarrow$
(Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E = F_c/|e| \Rightarrow F_c = |e|\cdot E$)
$|ΔP/Δt| = E\cdot|e| \Rightarrow$
(σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο : $E = V/d$)
$\Rightarrow |ΔP/Δt| = (V/d)\cdot|e| \Rightarrow |ΔP/Δt| = (10^2/10^{-1})\cdot 1{,}6\cdot \Rightarrow |ΔP/Δt| = \ |ΔP/Δt| = 1{,}6\cdot 10^{-16}\ kg\cdot m/s^2$.

$Δ_3$.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού)
$ΔK = W_{Fc} \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{Fc} \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = F_c\cdot d\cdot συν\,180° \Rightarrow 0 - K_0 = -F_c\cdot d \Rightarrow K_0 = F_c\cdot d \Rightarrow K_0 = 1{,}6\cdot 10^{-16}\cdot 10^{-1} \Rightarrow K_0 = 1{,}6\cdot 10^{-17}$ joule .

$Δ_4$.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
(Για το ηλεκτρόνιο από τον αρνητικό οπλισμό έως τον θετικό οπλισμό)
$ΔK = W_{Fc} \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{Fc} \Rightarrow K_1 - K_0 = F_c\cdot d \Rightarrow K_1 = K_0 + F_c\cdot d \Rightarrow$
(και ισχύει $F_c\cdot d = K_0$)
$\Rightarrow K_1 = K_0 + K_0 \Rightarrow K_1 = 2\cdot K_0 \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_1^2 = 2\cdot ½\cdot m\cdot υ_0^2 \Rightarrow υ_1^2 = 2\cdot υ_0^2 \Rightarrow υ_1/υ_0 = \sqrt{2}$.

10) Ηλεκτρόνιο ξεκινά από τον αρνητικό οπλισμό ενός πυκνωτή, στο χώρο μεταξύ των οπλισμών του οποίου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι d = 3,5 cm, και η τάση που εφαρμόζεται στους οπλισμούς του είναι V = 35 V. Τη στιγμή που εξέρχεται από τον θετικό οπλισμό έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Στη συνέχεια μπαίνει σε δεύτερο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ομόρροπα με τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου.



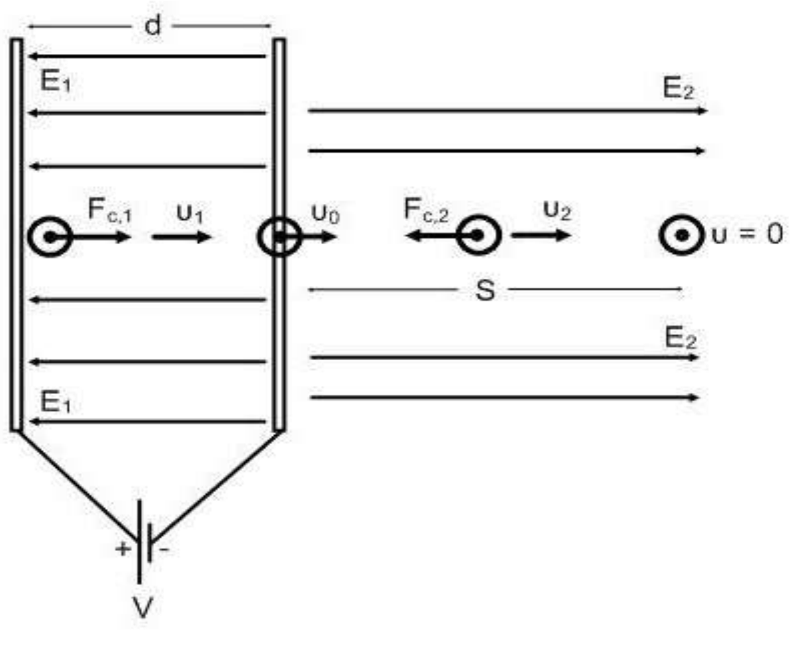
Δ₁. Να υπολογίσετε το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του ηλεκτρονίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο πρώτο πεδίο.
Δ₂. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ_0.
Δ₃. Να υπολογίσετε την ένταση E του δεύτερου πεδίου ώστε το ηλεκτρόνιο να σταματήσει για πρώτη φορά αφού διανύσει στο δεύτερο πεδίο απόσταση S = 0,07 m.
Δ₄. Αν t_1 είναι το χρονικό διάστημα κίνησης του ηλεκτρονίου στο πρώτο πεδίο και t_2 το χρονικό διάστημα κίνησης του ηλεκτρονίου στο δεύτερο πεδίο να υπολογιστεί ο λόγος t_1 / t_2.
Δίνονται : φορτίο ηλεκτρονίου $e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, μάζα ηλεκτρονίου $m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg, το πηλίκο $e / m = 1{,}75\cdot 10^{11}$ C / kg.
Οι βαρυτικές δυνάμεις θεωρούνται αμελητέες.

Λύση

Δ₁.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στο 1ο πεδίο είναι ίσος με την ηλεκτρική δύναμη $F_{c,1}$, ο ρυθμός είναι θετικός γιατί η δύναμη έχει την φορά της κίνησης.
2ος γενικευμένος νόμος του Newton :
$\Delta P / \Delta t = F_{c,1} \Rightarrow$
(Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E = F_{c,1} / |e| \Rightarrow F_{c,1} = E\cdot|e|$)
$\Rightarrow \Delta P / \Delta t = E\cdot|e| \Rightarrow$
(Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E = V / d)
$\Rightarrow \Delta P / \Delta t = (V / d)\cdot|e| \Rightarrow \Delta P / \Delta t = (35 / (3{,}5\cdot 10^{-2}))\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} \Rightarrow \Delta P / \Delta t = 1{,}6\cdot 10^{-16}$ kg·m / s² .

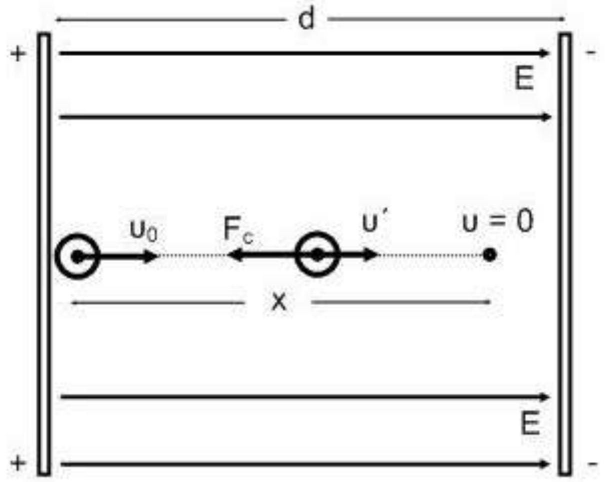
Δ₂.



Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
(άλλη διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας, που ισχύει παντού, στη περίπτωση μας την εφαρμόζουμε για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου στο 1ο πεδίο.)
$\Delta K = W_{Fc,1} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{Fc,1} \Rightarrow ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 - 0 = F_{c,1}\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = E\cdot|e|\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = (V / d)\cdot|e|\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = V\cdot|e| \Rightarrow ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = V\cdot|e| \Rightarrow \upsilon_0^2 = 2\cdot V\cdot|e| / m \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{(2\cdot V\cdot|e| / m)} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{(2\cdot 35\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} / 9{,}1\cdot 10^{-31})} \Rightarrow \upsilon_0 = 3{,}5\cdot 10^6\ m / s^2$.
Δ_3.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
$\Delta K = W_{Fc,2} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{Fc,2} \Rightarrow 0 - ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = F_{c,2}\cdot S\cdot \sigma\upsilon\nu\ 180° \Rightarrow - ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = - F_{c,2}\cdot S \Rightarrow$
(Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται : $E_2 = F_{c,2} / |e| \Rightarrow F_{c,2} = |e|\cdot E_2$)
$\Rightarrow ½\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = |e|\cdot E_2\cdot S \Rightarrow E_2 = m\cdot \upsilon_0^2 / (|e|\cdot S) \Rightarrow E_2 = 12{,}25\cdot 10^{12} / (2\cdot 1{,}75\cdot 10^{11}\cdot 7\cdot 10^{-2}) \Rightarrow E_2 = 500\ N / C$.
Δ_4.
Το ηλεκτρόνιο κινείται στο πρώτο πεδίο και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση :
$\upsilon_0 = \upsilon_{0,2} + \alpha_1\cdot t_1 \Rightarrow$
(Βάλαμε υ_0 την τελική ταχύτητα της κίνησης στο πρώτο πεδίο, ενώ η αρχική ταχύτητα στο πρώτο πεδίο είναι μηδέν $\upsilon_{0,2} = 0$, το σώμα είναι αρχικά ακίνητο)
$\Rightarrow \upsilon_0 = 0 + \alpha_1\cdot t_1 \Rightarrow \upsilon_0 = \alpha_1\cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \upsilon_0 / \alpha_1$ ...(Ι)
Το ηλεκτρόνιο κινείται στο πρώτο πεδίο και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση :
$\upsilon' = \upsilon_0 - \alpha_2\cdot t_2 \Rightarrow 0 = \upsilon_0 - \alpha_2\cdot t_2 \Rightarrow \upsilon_0 = \alpha_2\cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \upsilon_0 / \alpha_2$ ...(ΙΙ)
Διαιρούμε κατά μέλη τις (Ι) και (ΙΙ) :
(Ι) / (ΙΙ) $\Rightarrow t_1 / t_2 = (\upsilon_0 / \alpha_1) / (\upsilon_0 / \alpha_2) \Rightarrow t_1 / t_2 = \alpha_2 / \alpha_1$ ...(ΙΙΙ)
2ος νόμος του Newton :
$F_{c,2} = m\cdot \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = F_{c,2} / m$.
$F_{c,1} = m\cdot \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = F_{c,1} / m$.
Διαιρούμε κατά μέλη :
$\alpha_2 / \alpha_1 = (F_{c,2} / m) / (F_{c,1} / m) \Rightarrow \alpha_2 / \alpha_1 = F_{c,2} / F_{c,1} \Rightarrow \alpha_2 / \alpha_1 = |e|\cdot E_2 / (|e|\cdot E_1) \Rightarrow \alpha_2 / \alpha_1 = E_2 / E_1 \Rightarrow \alpha_2 / \alpha_1 = E_2 / (V / d) \Rightarrow \alpha_2 / \alpha_1 = E_2\cdot d / V$ ...(IV)
Αντικαθιστούμε την (IV) στη (ΙΙΙ) :
(IV), (III) $\Rightarrow t_1 / t_2 = E_2\cdot d / V \Rightarrow t_1 / t_2 = 5\cdot 10^2\cdot 3{,}5\cdot 10^{-2} / 35 \Rightarrow t_1 / t_2 = ½$.

11) Δυο παράλληλες μεταλλικές πλάκες ίδιου εμβαδού και σχήματος απέχουν μεταξύ τους d = 10 cm και είναι φορτισμένες με τάση V = 100 V. Ένα αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου υ_0, με κατεύθυνση αντίθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, από μια οπή της θετικά φορτισμένης πλάκας και σταματά αφού διανύσει απόσταση x = 6 cm μέσα στο πεδίο. Η μάζα του σωματιδίου είναι $m = 2\cdot 10^{-4}$ kg και το φορτίο του $q = - 6\cdot 10^{-7}$ C.
Δ_1. Να υπολογίσετε το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του σωματιδίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο πεδίο.
Δ_2. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου εισόδου και του σημείου στο οποίο μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σωματιδίου.
Δ_3. Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας υ_0 καθώς και τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σωματιδίου μηδενίζεται στιγμιαία.
Δ_4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των πλακών, ώστε το σωματίδιο να φτάνει πάντα στην αρνητική πλάκα, αν οι πλάκες απέχουν σε κάθε περίπτωση απόσταση d = 10 cm.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και οι βαρυτικές δυνάμεις δε λαμβάνονται υπόψη.
Λύση
Το φορτίο είναι αρνητικά φορτισμένο, άρα δέχεται δύναμη με φορά αντίθετη από την φορά των δυναμικών γραμμών (δηλαδή της έντασης). Για να επιβραδύνεται το φορτίο, η φορά της κίνησης έχει την ίδια κατεύθυνση με τις δυναμικές γραμμές.
<u>Είναι λάθος η διατύπωση στην εκφώνηση, στο σημείο όπου αναφέρει ότι το φορτίο βάλλεται **αντίθετα** από τις δυναμικές γραμμές.</u>
Δ_1.
2ος γενικευμένος νόμος του Newton :
$\Delta P / \Delta t = F_c \Rightarrow$
(Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται : $E = F_c / q \Rightarrow F_c = q\cdot E$)
$\Rightarrow \Delta P / \Delta t = q\cdot E \Rightarrow$
(Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού : E = V / d)
$\Rightarrow \Delta P / \Delta t = q\cdot (V / d) \Rightarrow \Delta P / \Delta t = - 6\cdot 10^{-7}\cdot 10^2 / 10^{-1} \Rightarrow \Delta P / \Delta t = - 6\cdot 10^{-4}\ kg\cdot m / s^2$.

Δ₂.



Η σχέση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου με την διαφορά δυναμικού :
$E = V / d$, επίσης $E = ΔV / x$, άρα :
$ΔV / x = V / d \Rightarrow ΔV = (V / d)\cdot x \Rightarrow ΔV = (10^2 / 10^{-1})\cdot 6\cdot 10^{-2} \Rightarrow ΔV = 60$ V .
Το ΔV > 0 γιατί κατά τη φορά των δυναμικών γραμμών το δυναμικό ελαττώνεται.

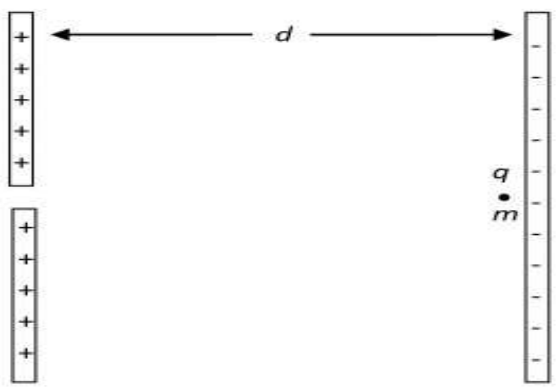
Δ₃.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού, εφαρμόζεται μεταξύ της θέσης εισόδου του φορτίου στο ηλεκτρικό πεδίο και της θέσης όπου το φορτίο μηδενίζεται.)
$ΔK = W_{Fc} \Rightarrow K_{τελ} – K_{αρχ} = – F_c\cdot x \Rightarrow 0 – ½\cdot m\cdot υ_0^2 = – F_c\cdot x \Rightarrow υ_0 = \sqrt{2\cdot F_c\cdot x / m} \Rightarrow υ_0 = \sqrt{2\cdot 6\cdot 10^{-4}\cdot 6\cdot 10^{-2} / (2\cdot 10^{-4})} \Rightarrow υ_0 = 0{,}6$ m / s .
Το φορτίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση :
$υ = υ_0 – α\cdot t_1 \Rightarrow 0 = υ_0 – α\cdot t_1 \Rightarrow t_1 = υ_0 / α \Rightarrow$
(2ος Newton : $ΣF = m\cdot α \Rightarrow F_c = m\cdot α \Rightarrow α = F_c / m$)
$\Rightarrow t_1 = υ_0 / (F_c / m) \Rightarrow t_1 = m\cdot υ_0 / F_c \Rightarrow t_1 = 2\cdot 10^{-4}\cdot 6\cdot 10^{-1} / 6\cdot 10^{-4} \Rightarrow t_1 = 0{,}2$ s .

Δ₄.

Για να μπορεί να φτάσει το φορτίο στον αρνητικό οπλισμό με μηδενική ταχύτητα υ = 0, πρέπει να ελαττωθεί το μέτρο της δύναμης που επιβραδύνει το σώμα $F_c = |q|\cdot E$. Άρα πρέπει να ελαττωθεί η ένταση Ε. Ισχύει $E = V / d$, πρέπει να ελαττωθεί η τάση μεταξύ των δύο όμοιων πλακών.
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
$ΔK = W_{Fc}΄ \Rightarrow K_{τελ} – K_{αρχ} = – F_c΄\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ^2 – ½\cdot m\cdot υ_0^2 = – F_c΄\cdot d \Rightarrow |q|\cdot E΄\cdot d = m\cdot (υ_0^2 – υ^2) / 2 \Rightarrow |q|\cdot (V΄ / d)\cdot d = m\cdot (υ_0^2 – υ^2) / 2 \Rightarrow V΄ = m\cdot (υ_0^2 – υ^2) / (2\cdot |q|) \Rightarrow$
(Για να πάρει το V΄την μέγιστη τιμή πρέπει το υ να πάρει την μικρότερη τιμή, δηλαδή μηδέν)
$V_{max}΄ = m\cdot υ_0^2 / (2\cdot |q|) \Rightarrow V_{max}΄ = 2\cdot 10^{-4}\cdot (6\cdot 10^{-1})^2 / (2\cdot 6\cdot 10^{-7}) \Rightarrow V_{max}΄ = 60$ V .
Για να φτάσει το φορτίο στην αρνητική πλάκα πρέπει $V΄ \leq V_{max}΄ = 60$ V .

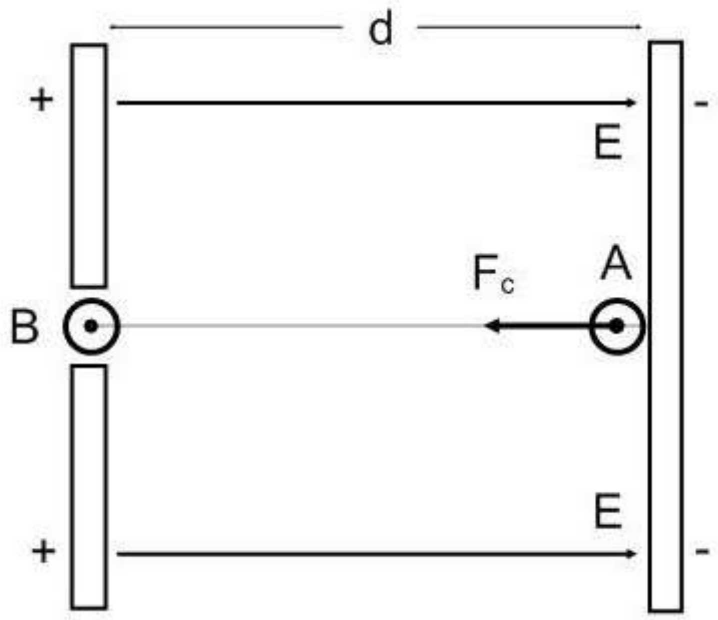
12) Δύο φορτισμένες κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες διατηρούνται με κάποιο μηχανισμό σε σταθερή μεταξύ τους απόσταση d = 20 cm, ενώ μεταξύ τους επικρατεί διαφορά δυναμικού V= 2000 V. Σε κάποιο σημείο, μέσα στο ομογενές πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των πλακών, και κοντά στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα, αφήνεται ελεύθερο ένα σωματίδιο που με φορτίο $q = – 2\cdot 10^{-5}$ C και μάζα m = 0,2 g. Στη θετικά φορτισμένη μεταλλική πλάκα υπάρχει μικρό άνοιγμα που όμως δεν επηρεάζει το πεδίο.



Δ₁. Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σωματίδιο και το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά;
Δ₂. Με ποια ταχύτητα θα βγεί το σωματίδιο από το άνοιγμα που φέρει η θετικά φορτισμένη πλάκα;
Δ₃. Ας υποθέσουμε ότι στον πυκνωτή δεν ασκούνται δυνάμεις από τη βαρύτητα, το δάπεδο ή άλλα σώματα που δεν εικονίζονται στο σχήμα. Ένας μαθητής Α υποστηρίζει ότι το σύστημα πυκνωτής – σωματίδιο είναι μονωμένο άρα θα πρέπει να διατηρείται η ορμή. Ένας μαθητής Β διαφωνεί, με βασικό επιχείρημα ότι το σωματίδιο ενώ αρχικά δεν έχει ορμή, καταλήγει εκτός του πεδίου με ορμή διαφορετική του μηδενός. Με ποια άποψη από τις δύο συμφωνείτε; Πως θα υποστηρίζατε την άποψή σας;
Δ₄. Από το ίδιο σημείο που αφήσαμε προηγουμένως το αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο, εκτοξεύουμε τώρα ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο διπλάσιο κατά απόλυτη τιμή και με τη μισή μάζα σε σχέση με το αρχικό σωματίδιο. Να υπολογίσετε την ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να γίνει η εκτόξευση ώστε το δεύτερο σωματίδιο οριακά να διαφύγει από το ηλεκτρικό πεδίο μέσω του ανοίγματος στη θετική πλάκα.
Κατά την κίνηση των σωματιδίων να αγνοήσετε τη δύναμη του βάρους και να θεωρήσετε ότι το ηλεκτρικό πεδίο εκτείνεται μόνο μεταξύ των μεταλλικών πλακών.

Λύση

Δ₁.



Η δύναμη που δέχεται το σωματίδιο είναι η δύναμη Coulomb από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.
Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου :
$E = F_c / |q| \Rightarrow F_c = |q| \cdot E \Rightarrow$
(Η σχέση της έντασης και της διαφοράς δυναμικού : E = V / d)
$F_c = |q| \cdot (V / d) \Rightarrow F_c = 2\cdot10^{-5}\cdot(2\cdot10^3 / 2 \Rightarrow α = \Rightarrow F_c = 0{,}2$ N .
2ος Newton :
$ΣF = m\cdot α \Rightarrow F_c = m\cdot α \Rightarrow α = F_c / m \Rightarrow α = 2\cdot10^{-1} / 2\cdot10^{-4} \Rightarrow α = 10^3$ m / s .

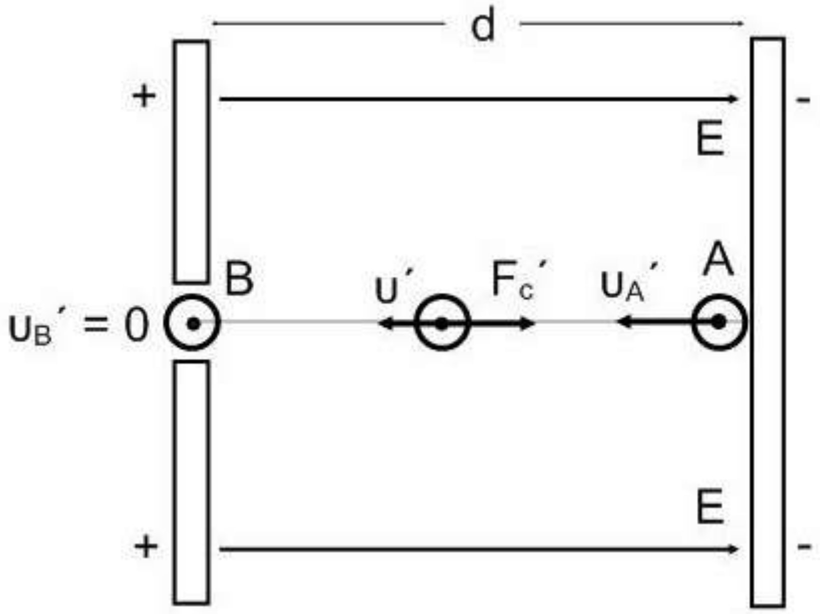
Δ₂.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού, εφαρμόζεται από την θέση Α στη Β)
$ΔK = W_{Fc,\, A \to B} \Rightarrow K_B - K_A = F_c \cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ^2 - 0 = Fc\cdot d \Rightarrow υ = \sqrt{(2\cdot2\cdot10^{-1}\cdot2\cdot10^{-1} / (2\cdot10^{-4})} \Rightarrow υ = \sqrt{(4\cdot10^2)} \Rightarrow υ = 20$ m / s .

Δ₃.

Αρχή διατήρησης της ορμής :
(διανυσματική σχέση που ισχύει σε μονωμένο σύστημα σωμάτων, όταν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν)
Η αρχή διατήρησης της ορμής (μια πανίσχυρη αρχή διατήρησης που ισχύει στη σύγχρονη φυσική) ισχύει και στη περίπτωση μας.
Αν η μάζα του πυκνωτή είναι συγκρίσιμη με την μάζα του σωματιδίου θα αντιλαμβανόμασταν κίνηση του πυκνωτή προς τα δεξιά. Επίσης αν οι οπλισμοί του πυκνωτή δεν είναι μεταξύ τους στερεωμένοι, θα είχαμε και μεταβολή της μεταξύ τους απόστασης.

Δ₄.



Από το σημείο Α της αρνητικής πλάκας βάλλεται θετικό φορτίο $q' = 2 \cdot |q|$ και μάζας $m' = m / 2$. Θέλουμε να υπολογίσουμε την ελάχιστη ταχύτητα βολής έτσι ώστε μόλις το φορτίο να βγαίνει από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή στο σημείο Β.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :

$ΔK = W_{Fc', A \to B} \Rightarrow K_B - K_A = F_{c'} \cdot d \Rightarrow ½ \cdot m' \cdot υ_B'^{\,2} - ½ \cdot m' \cdot υ_A'^{\,2} = Fc' \cdot d \Rightarrow$

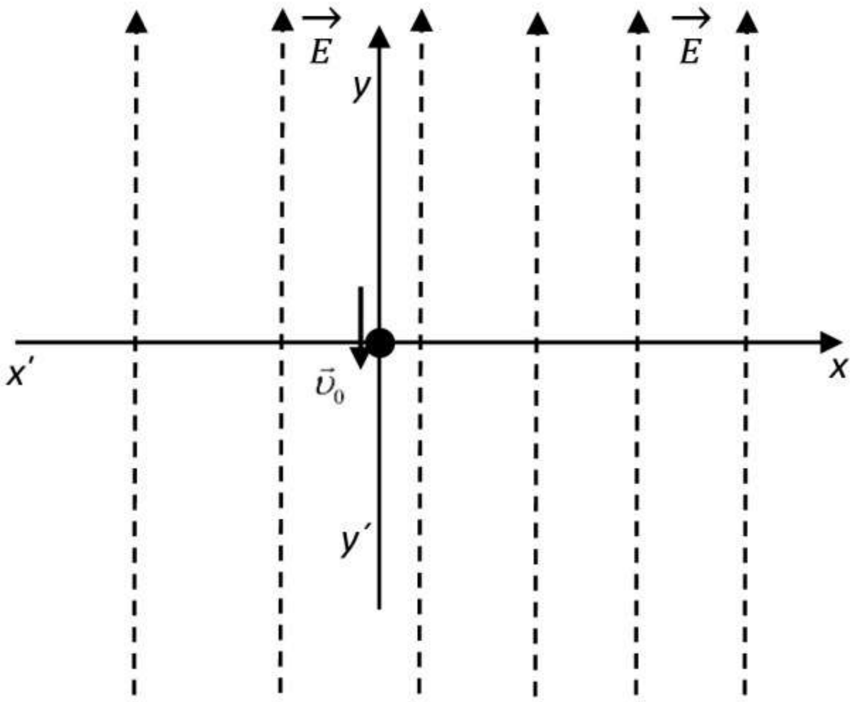
(ορισμός της έντασης : $E = Fc' / |q'| \Rightarrow Fc' = |q'| \cdot E \Rightarrow Fc' = |q'| \cdot (V / d)$)

$½ \cdot m' \cdot υ_B'^{\,2} - ½ \cdot m' \cdot υ_A'^{\,2} = |q'| \cdot (V / d) \cdot d \Rightarrow ½ \cdot m' \cdot υ_A'^{\,2} = ½ \cdot m' \cdot υ_B'^{\,2} + V \cdot |q'|$.

Για να είναι η $υ_A'$ η ελάχιστη ταχύτητα πρέπει $\cdot υ_B' = 0$,

$½ \cdot m' \cdot υ_{A,min}'^{\,2} = V \cdot |q'| \Rightarrow υ_{A,min}'^{\,2} = 2 \cdot V \cdot |q'| / m' \Rightarrow υ_{A,min}' = \sqrt{(2 \cdot V \cdot |q'| / m')} \Rightarrow υ_{A,min}' = \sqrt{((2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-5}) / 10^{-4})} \Rightarrow υ_{A,min}' = \sqrt{(16 \cdot 10^2)} \Rightarrow υ_{A,min}' = 40\ m / s$.

13) Πρωτόνιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $υ_0$, όπως φαίνεται στο σχήμα, από τη θέση (0,0), τη χρονική στιγμή t = 0 μέσα σε περιοχή όπου επικρατεί ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης E = 1000 N / C. Το πρωτόνιο διανύει απόσταση ίση με 7,5 cm μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

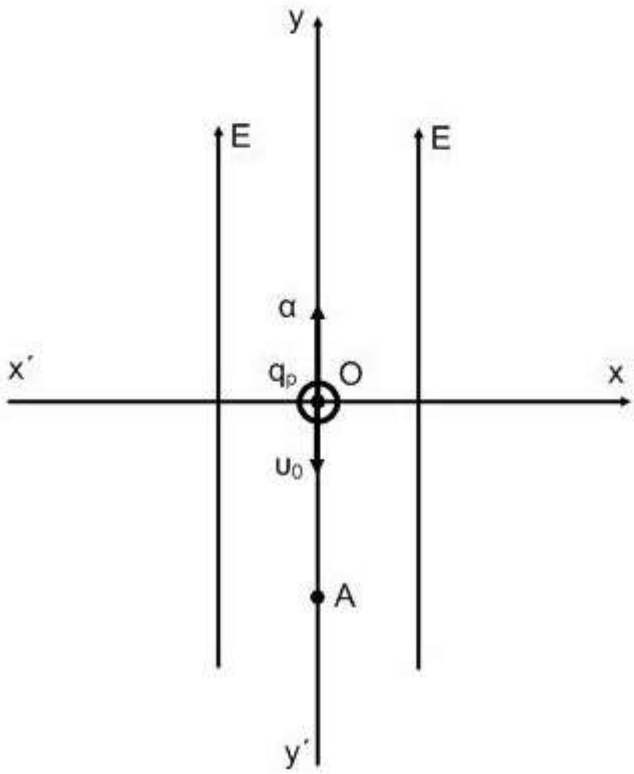


Δ₁. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου και να σημειωθεί το διάνυσμά της.

Δ₂. Να υπολογισθεί το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας $υ_0$.

Δ₃. Να υπολογισθεί ο χρόνος μέχρι το πρωτόνιο να σταματήσει στιγμιαία.

$Δ_4$. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα, από τη χρονική στιγμή t = 0, το πρωτόνιο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση.
Δίνεται το φορτίο και η μάζα του πρωτονίου $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C και $m_p = (5 / 3) \cdot 10^{-27}$ kg . Η βαρυτική δύναμη στο πρωτόνιο, όπως και η αντίσταση του αέρα, είναι αμελητέες.
Λύση
$Δ_1$.



Στην κίνηση στον άξονα y **θεωρούμε θετική φορά προς τα κάτω** χωρίς την δέσμευση του ορθοκανονικού συστήματος, ενώ φυσικά δεν αλλάζει η φιλοσοφία του προβλήματος.
Το πρωτόνιο βάλλεται με φορά αντίθετη από την φορά της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Η ηλεκτρική δύναμη Coulomb που δέχεται το πρωτόνιο είναι αντίρροπη της $υ_0$. Η επιτάχυνση (που έχει πάντα ίδια φορά με την δύναμη) έχει αντίθετη φορά από την $υ_0$.
2ος Newton :
$ΣF = m \cdot α \Rightarrow F_c = m \cdot α \Rightarrow α = F_c / m \Rightarrow$
(ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $E = F_c / q_p \Rightarrow F_c = q_p \cdot E$)
$α = q_p \cdot E / m \Rightarrow α = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 / ((5 / 3) \cdot 10^{-27}) \Rightarrow α = 96 \cdot 10^9$ m / s² .
$Δ_2$.
Η κίνηση που κάνει το ηλεκτρόνιο είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
Σχέση ταχύτητας υ – χρόνου t :
$υ = υ_0 - α \cdot t \Rightarrow$
(για $t = t_1$ το πρωτόνιο θα σταματήσει στιγμιαία)
$0 = υ_0 - α \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = υ_0 / α$ …(I)
Σχέση κατακόρυφης μετατόπισης Δy – χρόνου t , για $t = t_1$, $Δy = Δy_{OA}$:
($Δy_{OA}$ είναι η μετατόπιση από τη θέση (0,0) μέχρι την θέση όπου το πρωτόνιο θα σταματήσει στιγμιαία.)
$Δy_{OA} = υ_0 \cdot t_1 - ½ \cdot α \cdot t_1^2 \Rightarrow Δy_{OA} = υ_0 \cdot (υ_0 / α) - ½ \cdot α \cdot (υ_0 / α)^2 \Rightarrow Δy_{OA} = υ_0^2 / (2 \cdot α) \Rightarrow υ_0^2 = 2 \cdot α \cdot Δy_{OA} \Rightarrow υ_0 = \surd(2 \cdot α \cdot Δy_{OA}) \Rightarrow υ_0 = \surd(2 \cdot 96 \cdot 10^9 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{11}) \Rightarrow υ_0 = 12 \cdot 10^4$ m / s .
$Δ_3$.
Η χρονική στιγμή όπου το πρωτόνιο σταματάει στιγμιαία είναι :
από την σχέση (I) $\Rightarrow t_1 = υ_0 / α \Rightarrow t_1 = 12 \cdot 10^4 / (96 \cdot 10^9) \Rightarrow t_1 = (1 / 8) \cdot 10^{-5} \Rightarrow t_1 = 1{,}25 \cdot 10^{-6}$ s .
$Δ_4$.
Για να υπολογίσουμε τον χρόνο $t = t_2$ που χρειάζεται το πρωτόνιο για να επιστρέψει στην αρχική του θέση, θέτουμε στην εξίσωση κατακόρυφης μετατόπισης Δy – χρόνου t , $Δy_2 = 0$:
$Δy_2 = υ_0 \cdot t_2 - ½ \cdot α \cdot t_2^2 \Rightarrow 0 = υ_0 \cdot t_2 - ½ \cdot α \cdot t_2^2 \Rightarrow t_2 = 2 \cdot υ_0 / α \Rightarrow t_2 = 2 \cdot t_1 \Rightarrow t_2 = 2 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-6} \Rightarrow t_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ s .
Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το πρωτόνιο στην αρχική θέση O (0,0) στην εξίσωση ταχύτητας χρόνου , $t = t_2$:
$υ_2 = υ_0 - α \cdot t_2 \Rightarrow υ_2 = υ_0 - α \cdot (2 \cdot υ_0 / α) \Rightarrow υ_2 = υ_0 - 2 \cdot υ_0 \Rightarrow υ_2 = - υ_0 \Rightarrow υ_2 = - 12 \cdot 10^4$ m / s .

Το πρωτόνιο επιστρέφει με ταχύτητα που είναι αντίθετη της αρχικής $υ_0$.