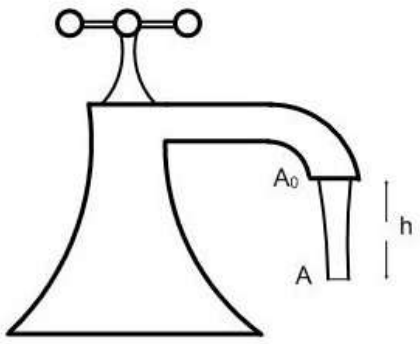
1)



Καθώς το νερό πέφτει η ταχύτητα του αυξάνεται . Το εμβαδόν της διατομής στη στάθμη A_0 είναι 1,2 cm² και στην στάθμη A είναι 0,4 cm² . Η απόσταση h μεταξύ των A_0 και A είναι 64 mm .

α. Πόση είναι η παροχή του νερού από την βρύση ;

β. Σε πόσο χρόνο θα γεμίσει δοχείο όγκου 480 ml .

Λύση

α.

Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε :

$Π_{A0} = Π_A \Rightarrow$

$A_0 \cdot υ_0 = A \cdot υ$,

(όπου $υ_0$, υ οι ταχύτητες στις στάθμες A_0 , A αντίστοιχα)

Το νερό εκτελεί κατακόρυφη κίνηση προς τα κάτω με επιτάχυνση α = g .

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού και εφαρμόζεται για μια στοιχειώδη μάζα νερού που κινείται από την στάθμη A_0 στην στάθμη A)

$ΔK = W_w \Rightarrow$

Επειδή η κίνηση γίνεται με α = g . Οι δυνάμεις επαφής του στοιχειώδους τμήματος με το τμήμα που είναι πάνω και κάτω από αυτό είναι μηδενικές . Επομένως έργο παράγει μόνο η δύναμη του βάρους .

$½ \cdot Δm \cdot υ^2 – ½ \cdot Δm \cdot υ_0^2 = Δm \cdot g \cdot h \Rightarrow$

$υ^2 = υ_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$

(Από την εξίσωση της συνέχειας : $υ = A_0 \cdot υ_0 / A$)

$(A_0 \cdot υ_0 / A)^2 = υ_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$

$(A_0^2 \cdot υ_0^2) / A^2 = υ_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$

$[(A_0^2 \cdot υ_0^2) / A^2] – υ_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$

$υ_0^2 \cdot (A_0^2 – A^2) / A^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$

$υ_0 = √\{2 \cdot g \cdot h \cdot [A^2 / (A_0^2 – A^2)]\} \Rightarrow$

$υ_0 = √\{2 \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot (0,4)^2 / [1,2^2 – 0.4^2]\} \Rightarrow$

$υ_0 = √\{2 \cdot 64 \cdot 10^{-2} / 8\} \Rightarrow$

$υ_0 = √\{16 \cdot 10^{-2}\} \Rightarrow$

$υ_0 = 0,4$ m / s .

Η παροχή της βρύσης είναι :

$Π = dV / dt = A_0 \cdot υ_0 \Rightarrow$

$Π = 0,4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$

$Π = 4,8 \cdot 10^{-5}$ m³ / s .

β.

$ΔV / Δt = Π \Rightarrow$

$Δt = ΔV / Π \Rightarrow$

$Δt = 480 \cdot 10^{-6} / (4,8 \cdot 10^{-5}) \Rightarrow$

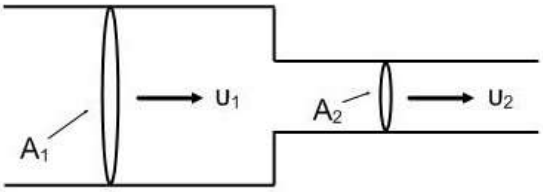
Δt = 10 s .

2) Ένα λάστιχο ποτίσματος εσωτερικής διατομής D = 2 cm συνδέεται με ένα ραντιστήρι που αποτελείται απλώς από ένα κλειστό περίβλημα με 40 τρύπες , η καθεμιά διαμέτρου δ = 0,1 cm .
Αν το νερό στο λάστιχο έχει ταχύτητα 1,2 m / s , με ποια ταχύτητα φεύγει το νερό από τις τρύπες του ραντιστηριού .

Λύση

Διάμετρος του ποτιστικού σωλήνα :
$D = 2\ cm \Rightarrow$
$D = 2 \cdot 10^{-2}\ m$.
Διάμετρος της οπής :
$\delta = 0{,}1\ cm \Rightarrow$
$\delta = 0{,}1 \cdot 10^{-2}\ m$.
Από την εξίσωση συνέχειας :
$(\Pi = dV / dt = \sigma\tau\alpha\theta. = A \cdot \upsilon)$
$A_{\sigma\omega\lambda} \cdot \upsilon_{\sigma\omega\lambda} = A_{o\pi\acute{\omega}\nu} \cdot \upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} \Rightarrow$
$A_{\sigma\omega\lambda} \cdot \upsilon_{\sigma\omega\lambda} = N \cdot A_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} \cdot \upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} \Rightarrow$
$\upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} = (A_{\sigma\omega\lambda} \cdot \upsilon_{\sigma\omega\lambda}) / (N \cdot A_{o\pi\acute{\eta}\varsigma}) \Rightarrow$
$\upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} = [\pi \cdot (D^2 / 4) \cdot \upsilon_{\sigma\omega\lambda}] / [N \cdot \pi \cdot (\delta^2 / 4)] \Rightarrow$
$\upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} = [D^2 / (N \cdot \delta^2)] \cdot \upsilon_{\sigma\omega\lambda} \Rightarrow$
$\upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} = [4 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}2) / (10^{-2} \cdot 10^{-4} \cdot 40)] \Rightarrow$
$\upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} = (4 \cdot 1{,}2) / (4 \cdot 10^{-1}) \Rightarrow$
$\upsilon_{o\pi\acute{\eta}\varsigma} = 12\ m / s$.

3) Σωλήνας παροχής φυσικού αερίου έχει στην αρχή της εγκατάστασης διάμετρο 10 mm και στην είσοδο του σπιτιού διάμετρο 5 mm . Αν η ταχύτητα εισαγωγής του αερίου στην οικιακή εγκατάσταση είναι $\upsilon_2 = 25\ m / s$.



Να βρεθούν :
α. Πόση είναι η ταχύτητα εκροής από την παραγωγή ;
β. Πόση είναι η παροχή του φυσικού αερίου ;
γ. Σε πόσο χρόνο η κατανάλωση φτάνει το 1 m^3 .
Θεωρούμε το φυσικό αέριο ιδανικό ρευστό .

Λύση

α.
Από την εξίσωση συνέχειας :
$A_1 \cdot \upsilon_1 = A_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = (A_2 / A_1) \cdot \upsilon_2$.
Ισχύει :
$A_2 = \pi \cdot (\delta_2 / 2)^2 \Rightarrow$
$A_2 = \pi \cdot \delta_2^2 / 4$.
και
$A_1 = \pi \cdot (\delta_1 / 2)^2 \Rightarrow$
$A_1 = \pi \cdot \delta_1^2 / 4$.
Άρα :
$\upsilon_1 = (A_2 / A_1) \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = [(\pi \cdot \delta_2^2 / 4) / (\pi \cdot \delta_1^2 / 4)] \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = (\delta_2^2 / \delta_1^2) \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = [\delta_2^2 / (2 \cdot \delta_2)^2] \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = \upsilon_2 / 4 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = 25 / 4 \Rightarrow$
$\upsilon_1 = 6{,}25\ m / s$.

β.
Ισχύει :

$Π_1 = Π_2 = Π$.
Ισχύει :
$Π = A_1 \cdot υ_1 \Rightarrow$
$Π = π \cdot (δ_2 / 2)^2 \cdot υ_1 \Rightarrow$
$Π = 3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-3} / 2)^2 \cdot 25 \Rightarrow$
$Π = 490,625 \cdot 10^{-6}\ m^3 / s$.

γ.

Ισχύει :
$Π = V / t \Rightarrow$
$t = V / Π \Rightarrow$
$t = 1 / (490,625 \cdot 10^{-6}) \Rightarrow$
$t = 10^6 / 490,625 \Rightarrow$
$t \cong 2,04 \cdot 10^3\ s \Rightarrow$
$t \cong 2040\ s \Rightarrow$
$t \cong 34\ min$.