ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1 – β
Α2 – α
Α3 – δ
Α4 – β
Α5 α – Σωστό, β – Λάθος, γ – Λάθος, δ – Σωστό, ε – Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

Β1.Σωστό το i.

Από τις εξισώσεις των ταλαντώσεων που δόθηκαν έχουμε:
$\omega_1 = 399\pi$ rad/s και $\omega_2 = 401\pi$ rad/s.
Άρα:

$$\omega_1 = 399\pi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2\cancel{\pi} f_1 = 399\cancel{\pi} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow f_1 = \frac{399}{2}\text{ Hz.}$$
$$\omega_2 = 401\pi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2\cancel{\pi} f_2 = 401\cancel{\pi} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow f_2 = \frac{401}{2}\text{Hz.}$$

Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι ίσος με

$$\Delta t = 2T_\delta = 2\frac{1}{|f_1 - f_2|} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2}{\left|\frac{399}{2} - \frac{401}{2}\right|} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta t = 2\text{ s.}$$

Η περίοδος της ιδιόμορφης αυτής ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\bar{\omega}} = \frac{2\pi}{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{2 \cdot 2\pi}{\omega_1 + \omega_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{4\cancel{\pi}}{399\cancel{\pi} + 401\cancel{\pi}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{800} \Rightarrow$$

$$T = \frac{1}{200}\ \text{s}.$$

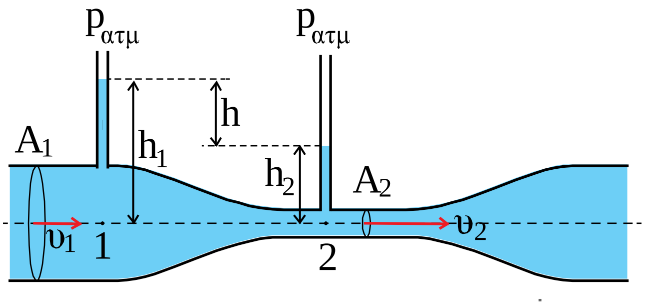
Έτσι αριθμός Ν των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στο παραπάνω χρονικό διάστημα Δt είναι:

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{\frac{1}{200}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{N = 400\ ταλαντώσεις}.$$

Β2. Σωστό το iii.

Έστω ότι αρχικά οι ταχύτητες ροής στις περιοχές (1) και (2) είναι υ_1 και υ_2 αντίστοιχα.



Δόθηκε ότι $\frac{A_1}{A_2} = 2 \Leftrightarrow A_1 = 2A_2 \quad (1)$

Από το νόμο της συνέχειας έχουμε:

$$A_1 \cdot \upsilon_1 = A_2 \cdot \upsilon_2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} 2\cancel{A_2} \cdot \upsilon_1 = \cancel{A_2} \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1 \quad (2)$$

Με επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την κεντρική ρευματική γραμμή του σωλήνα, η εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli δίνει:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} \cancel{p_{ατμ}} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = \cancel{p_{ατμ}} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho(2\upsilon_1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{\rho} g h_1 - \cancel{\rho} g h_2 = +\frac{1}{2}\cancel{\rho} 4\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}\cancel{\rho}\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g(h_1 - h_2) = \frac{3}{2}\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow gh = \frac{3}{2}\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{3}{2g}\upsilon_1^2 \quad (3)$$

Για τη νέα ταχύτητα ροής υ_1' στην περιοχή (1) και την αντίστοιχη υψομετρική διαφορά h΄ θα ισχύει ομοίως:

$$h' = \frac{3}{2g}\upsilon_1'^2 \quad (4)$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) προκύπτει:

$$\frac{h}{h'} = \frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}g}\upsilon_1^2}{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}g}\upsilon_1'^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_1'^2} \quad (5)$$

Δόθηκε όμως ότι $\upsilon_1' = 2\upsilon_1$ οπότε η (5) γίνεται:

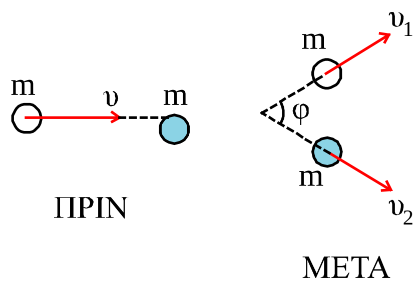
$$\frac{h}{h'} = \frac{\upsilon_1^2}{(2\upsilon_1)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{\cancel{\upsilon_1^2}}{4\cancel{\upsilon_1^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{h' = 4h}.$$

Β3. Σωστό το ii.

Τα μέτρα των ορμών των σφαιρών είναι:



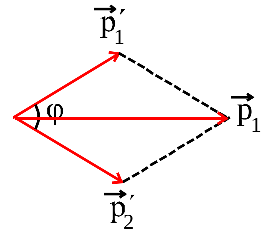
Πριν τη κρούση: $\begin{cases} p_1 = m\upsilon \\ p_2 = 0 \end{cases}$

Μετά τη κρούση: $\begin{cases} p_1' = m\upsilon_1 \\ p_2' = m\upsilon_2 \end{cases}$

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά την κρούση, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \quad (1)$$



Η σχέση (1) μας βοηθάει να κάνουμε το διπλανό σχήμα πρόσθεσης διανυσμάτων, από το οποίο έχουμε:

$$p_1^2 = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2\upsilon^2 = m^2\upsilon_1^2 + m^2\upsilon_2^2 + 2m\upsilon_1 m\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (2)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική, ισχύει η διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος, οπότε

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \quad (3)$$

Τα πρώτα μέλη των σχέσεων (2) και (3) είναι ίσα, άρα ίσα είναι και τα δεύτερα.

$$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \Rightarrow$$

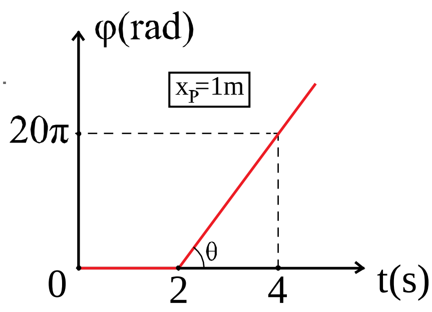
$$2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \quad (4)$$

Επειδή η κρούση δεν είναι κεντρική, είναι $\upsilon_1 \neq 0$ και $\upsilon_2 \neq 0$, οπότε από την σχέση (4) προκύπτει:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\varphi = 90^o = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}}$$

ΘΕΜΑ Γ



Από τη γραφική παράσταση έχουμε τις εξής πληροφορίες:

• Από την κλίση της ευθείας την γωνιακή συχνότητα ω.

$$\omega = \varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{20\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s.}$$

Και $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{10\pi}{2\pi} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz.}$

• Την χρονική στιγμή άφιξης του κύματος στο σημείο P, $t_P = 2$ s.

Άρα η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

$$\upsilon = \frac{x_P}{t_P} = \frac{1}{2} \Rightarrow \upsilon = 0{,}5 \text{ m/s.}$$

Γ1. Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας Δm είναι:

$$D = \Delta m \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = 2\cdot 10^{-6}\cdot(10\pi)^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow D = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{2} \pi^{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow D = 2\pi^{2} \cdot 10^{-4}$ N/m.

Από την ενέργεια της ταλάντωσης έχουμε:

$E = \frac{1}{2} DA^{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{D}} \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{\cancel{2} \cdot 16\cancel{\pi^{2}} \cdot 10^{-8}}{\cancel{2}\cancel{\pi^{2}} \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \sqrt{16 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{A = 4 \cdot 10^{-2}\ m.}$

Γ2. Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής το μήκος κύματος είναι:

$\upsilon = \lambda \cdot f \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = \frac{0,5}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = 0,1$ m.

Αφού η αρχή του άξονα O(x = 0) έχει εξίσωση y = Αημωt τότε η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$y = A\eta\mu\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi t - \frac{2\pi}{0,1} x\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{y = 4 \cdot 10^{-2}\, \eta\mu\left(10\pi t - 20\pi x\right)\ (S.I.)}$ (1)

Γ3. Από την εξίσωση του αρμονικού κύματος (1) η φάση των διαφόρων σημείων του κύματος είναι:

$\varphi = 10\pi t - 20\pi x\,(S.I.)$ (2)

Έτσι για τα σημεία P(x_P = 1 m) και Σ(x_Σ = 1,15 m) οι φάσεις τους είναι:

$\varphi_P = 10\pi t - 20\pi x_P$ (3)

$\varphi_\Sigma = 10\pi t - 20\pi x_\Sigma$ (4)

Συνεπώς η διαφορά φάσης τους είναι:

$\Delta\varphi_{P\Sigma} = \varphi_P - \varphi_\Sigma \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma} = 10\pi t - 20\pi x_P - (10\pi t - 20\pi x_\Sigma) \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma} = \cancel{10\pi t} - 20\pi x_P - \cancel{10\pi t} + 20\pi x_\Sigma \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma} = 20\pi(x_\Sigma - x_P) \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma} = 20\pi(1,15 - 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma} = 20\pi \cdot 0,15 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma} = 3\pi \text{ rad}.$

Αφού η διαφορά φάσης είναι περιττό πολλαπλάσιο του π, τα σημεία Ρ και Σ είναι αντιφασικά. Δηλαδή σε κάθε χρονική στιγμή έχουν αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.

Έτσι, αφού το σημείο $P(x_P = 1 \text{ m})$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του $(y_P = 0)$ και έχει ταχύτητα $\upsilon_{P_{max}} = +\omega A = +10\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 4\pi \cdot 10^{-1}$ m, το σημείο $\Sigma(x_\Sigma = 1,15 \text{ m})$ θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του $(y_\Sigma = 0)$ και θα έχει ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon_\Sigma = -4\pi \cdot 10^{-1}}$ **m/s**.

Γ4. Το κύμα φθάνει στο σημείο $\Sigma(x_\Sigma = 1,15 \text{ m})$ τη χρονική στιγμή:

$$t_\Sigma = \frac{x_\Sigma}{\upsilon} = \frac{1,15}{0,5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_\Sigma = 2,3 \text{ s}.$$

Στον χρόνο αυτόν το σημείο Σ δεν κινείται, συνεπώς $y_\Sigma = 0$.

Από τη χρονική στιγμή και μετά η απομάκρυνση του σημειου Σ περιγράφεται από την εξίσωση:

$$(1) \Rightarrow y_\Sigma = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi t - 20\pi x_\Sigma\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_\Sigma = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi t - 20\pi \cdot 1,15\right) \Rightarrow$$

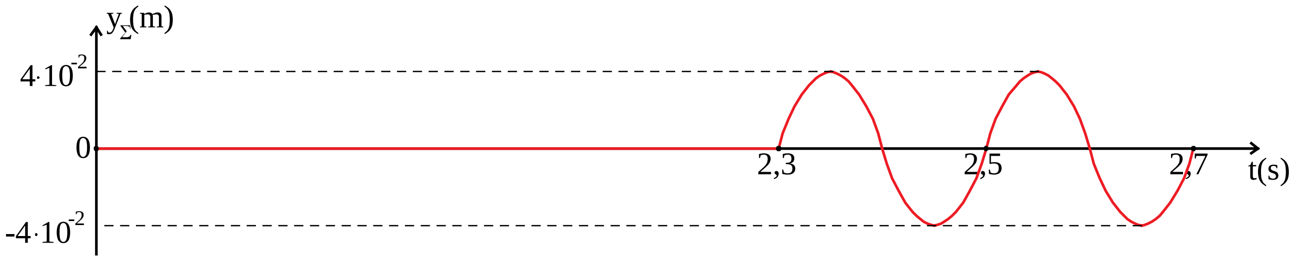
$$\Rightarrow y_\Sigma = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi t - 23\pi\right) \quad \text{(S.I.)}$$

Δηλαδή $$\boldsymbol{y_\Sigma = f(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2,3\,\text{s} \\ 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10\pi t - 23\pi\right) \text{(S.I.)} & t \geq 2,3\,\text{s} \end{cases}} \quad (5)$$

Η περίοδος των ταλαντώσεων των σημείων του κύματος είναι:

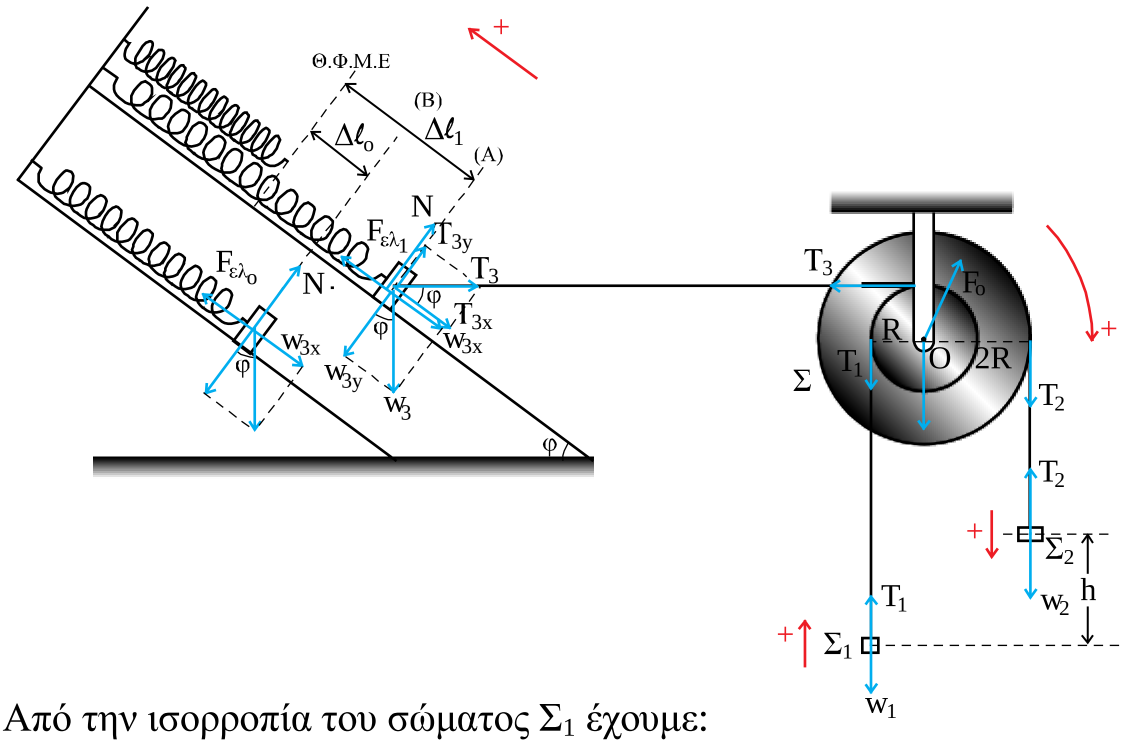
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ s}.$$

Η γραφική παράσταση της (5) μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,7$ s φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Από την ισορροπία του σώματος Σ_1 έχουμε:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 = w_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = 1 \cdot 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = 10\ \text{N}$

Από την ισορροπία του σώματος Σ_2 έχουμε:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = w_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = 1{,}5 \cdot 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = 15\ \text{N}$

Από την ισορροπία του σώματος Σ έχουμε:

$\Sigma \tau_{(o)} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 \cdot 2\cancel{R} - T_1 \cdot \cancel{R} - T_3 \cdot \cancel{R} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \cdot 15 - 10 - T_3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_3 = 20\ \text{N}$

Από την ισορροπία του σώματος Σ_3 στη θέση (Α) έχουμε:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_1} - T_{3x} - w_{3x} = 0 \Rightarrow$

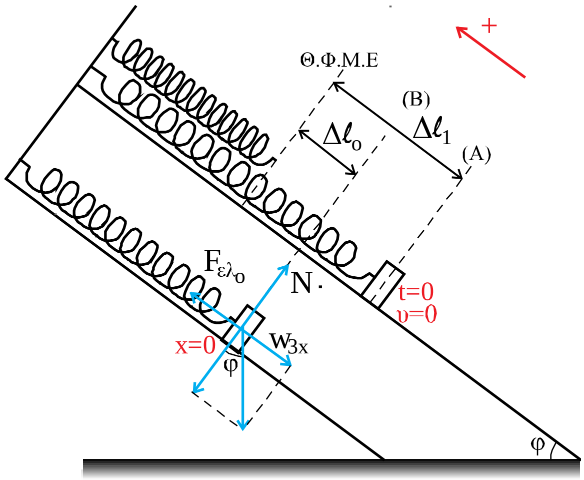
$\Rightarrow k \cdot \Delta\ell_1 - T_3 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - m_3 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k \cdot \Delta\ell_o = m_3 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow \Rightarrow 300 \cdot \Delta\ell_1 - 20 \cdot 0{,}6 - 3 \cdot 10 \cdot 0{,}8 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 300 \cdot \Delta\ell_1 - 12 - 24 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 300\cdot\Delta\ell_1 = 36 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{36}{300} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_1 = 0{,}12\ m}.$$

Δ2. Στη θέση ισορροπίας (Β) της ταλάντωσης του σώματος $Σ_3$ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_o$ και ισχύει:



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{ελ_o} - w_{3x} = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow k\cdot\Delta\ell_o = m_3\cdot g\cdot ημφ = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 300\cdot\Delta\ell_o = 3\cdot 10\cdot 0{,}8 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 300\cdot\Delta\ell_o = 24 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta\ell_o = \frac{24}{300} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta l_o = 0{,}08\ m.$$

Κόβοντας το νήμα (3) Το σώμα $Σ_3$ ξεκινάει τη χρονική στιγμή t = 0 από την θέση (Α) χωρίς αρχική ταχύτητα. Συνεπώς η θέση αυτή είναι η κάτω ακραία θέση x = –A.

Όπως φαίνεται από το σχήμα το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_o \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A = 0{,}12 - 0{,}08 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A = 0{,}04\ m = 4\cdot 10^{-2}\ m.$$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$D = k = m_3\omega^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 300 = 3\omega^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \omega = 10\ rad/s.$$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x = Aημ(\omega t + \varphi_o) \quad (1)$$

Για t = 0 είναι x = –A, οπότε η (1) δίνει:

$$-A = Aημ(\omega\cdot 0 + \varphi_o) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow ημ\varphi_o = -1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \varphi_o = \frac{3\pi}{2}\ rad.$$

Έτσι η (1) γίνεται:

$$x = 4\cdot 10^{-2}ημ\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (S.I.) \quad (2)$$

Η χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς είναι:

$$F_{\varepsilon\pi} = -Dx \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} F_{\varepsilon\pi} = -300 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -12\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) (\text{S.I.}) \quad (3)$$

Για $t = \frac{\pi}{15}$ s η (3) δίνει:

$$F_{\varepsilon\pi} = -12\eta\mu\left(10 \cdot \frac{\pi}{15} + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -12\eta\mu\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -12\eta\mu\left(\frac{13\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -12\eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -12\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -12 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -6 \text{ N}.$$

Έτσι το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\mathbf{\left|\frac{d\vec{p}}{dt}\right| = \left|\vec{F}_{\varepsilon\pi}\right| = 6\ kgm/s^2}.$$

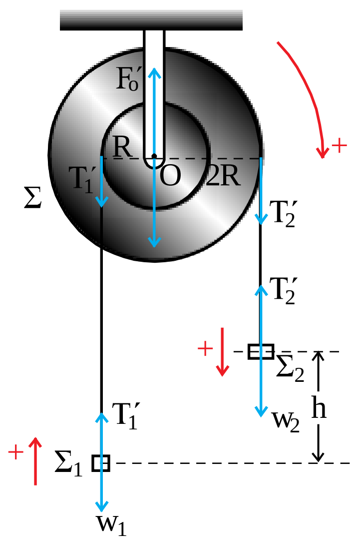
Δ3. Επειδή τα νήματα δεν ολισθαίνουν στους κυλίνδρους (κάτι το οποίο δεν δόθηκε στην εκφώνηση, άρα ήταν ελλιπής), ισχύουν οι σχέσεις:

$$\upsilon_{cm_1} = \omega \cdot R \qquad (4)$$

$$\alpha_{cm_1} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \qquad (5)$$

$$\upsilon_{cm_2} = \omega \cdot 2R \qquad (6)$$

$$\alpha_{cm_2} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot 2R \quad (7)$$



Για την μεταφορική κίνηση του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F_1 = m_1 \cdot \alpha_{cm_1} \overset{(5)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(5)}{\Rightarrow} T_1' - w_1 = m_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1' - m_1 \cdot g = m_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1' - 1 \cdot 10 = 1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot 0{,}1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1' - 10 = 0{,}1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (8)$$

Για την μεταφορική κίνηση του σώματος Σ_2 έχουμε:

$$\Sigma F_2 = m_2 \cdot \alpha_{cm_2} \overset{(7)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(7)}{\Rightarrow} w_2 - T_2' = m_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot 2R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot g - T_2' = m_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot 2R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1{,}5 \cdot 10 - T_2' = 1{,}5 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot 0{,}2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 - T_2' = 0{,}3 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (9)$$

Για τη στροφική κίνηση του σώματος Σ έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_\Sigma \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2' \cdot 2\cancel{R} - T_1' \cdot \cancel{R} = 2MR^{\cancel{2}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2T_2' - T_1' = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2T_2' - T_1' = 0{,}3 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (10)$$

Πολλαπλασιάζουμε την (9) επί 2 οπότε γίνεται:

$$\Rightarrow 30 - 2T_2' = 0{,}6 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (11)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (8), (10) και (11) προκύπτει:

$$\cancel{T_1'} - 10 + \cancel{2T_2'} - \cancel{T_1'} + 30 - \cancel{2T_2'} = 0{,}1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} + 0{,}3 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} + 0{,}6 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\ \mathrm{rad/s^2}}.$$

Δ4. Από τη σχέση (5) προκύπτει ότι $\alpha_{cm_1} = 20 \cdot 0{,}1 = 2\ \mathrm{m/s^2}$ και από την (7) ότι $\alpha_{cm_2} = 20 \cdot 0{,}2 = 4\ \mathrm{m/s^2}$.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή που τα σώματα Σ_1 και Σ_2 φθάνουν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Αν x_1 και x_2 τα αντίστοιχα διαστήματα που διέτρεξαν, προφανώς ισχύει ότι:

$$x_1 + x_2 = h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\alpha_{cm_1} t_1^2 + \frac{1}{2}\alpha_{cm_2} t_1^2 = h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t_1^2 = 0{,}48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3t_1^2 = 0{,}48 \Rightarrow$$

$\Rightarrow t_1^2 = 0{,}16 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \sqrt{0{,}16} \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = 0{,}4\ \text{s}$.

Την ίδια στιγμή το στερεό Σ έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου:

$\omega_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_1 = 20 \cdot 0{,}4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_1 = 8\ \text{rad/s}$.

Έτσι το μέτρο της στροφορμής του είναι:

$L = I_\Sigma \cdot \omega_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow L = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}1^2 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{L = 0{,}24\ kgm^2/s.}$

Δ5. Όταν το στερεό Σ έχει κάνει $N = \dfrac{20}{\pi}$ περιστροφές, έχει στραφεί κατά γωνία

$\varphi = N \cdot 2\pi = \dfrac{20}{\pi} \cdot 2\pi \Rightarrow \varphi = 40\ \text{rad}$. Άρα

$\varphi = \dfrac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu} t_2^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 40 = \dfrac{1}{2} \cdot 20 \cdot t_2^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_2^2 = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_2 = 2\ \text{s}$.

Την ίδια στιγμή η γωνιακή ταχύτητα του στερεού Σ έχει μέτρο

$\omega_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_2 = 20 \cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_2 = 40\ \text{rad/s}$.

Οπότε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού Σ είναι:

$\left(\dfrac{dK}{dt}\right)_{\pi\epsilon\rho} = \Sigma\tau_{(O)} \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\dfrac{dK}{dt}\right)_{\pi\epsilon\rho} = I_\Sigma \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\dfrac{dK}{dt}\right)_{\pi\epsilon\rho} = 2 \cdot M \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\dfrac{dK}{dt}\right)_{\pi\epsilon\rho} = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}1^2 \cdot 20 \cdot 40 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{\mathbf{dK}}{\mathbf{dt}}\right)_{\pi\varepsilon\rho} = \mathbf{24\ J/s.}$$

ΚΑΛΑΪΤΖΗΣ ΤΑΣΟΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ
ΑΒΡΑΜΙΔΗΣ Σ. ΘΕΟΔΩΡΟΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ – ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ