ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. γ.

2. β.

3. δ.

4. β.

5. α-Λ, β-Λ, γ-Λ, δ-Σ, ε-Σ.

ΘΕΜΑ Β

1. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Η εξίσωση της φάσης ενός αρμονικού κύματος (χωρίς αρχική φάση) που διαδίδεται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Οx, δίνεται από τη σχέση $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ (1)

Από τη γραφική παράσταση φάσης – θέσης βγάζουμε τα εξής 2 συμπεράσματα:
-Τη στιγμή t=1s η φάση της θέσης x=0m είναι 8π rad.
-Τη στιγμή t=1s η φάση της θέσης x=2m είναι 0 rad.
Με αντικατάσταση στη σχέση (1) του πρώτου ζεύγους τιμών παίρνουμε:

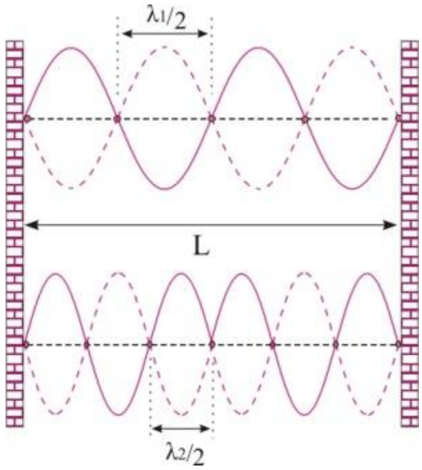
$$8\pi = 2\pi\left(\frac{1}{T} - \frac{0}{\lambda}\right) \Rightarrow T = 0,25\text{s} \text{ ή } f = 4\text{Hz}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) του δεύτερου ζεύγους τιμών παίρνουμε:

$$0 = 2\pi\left(\frac{1}{0,25} - \frac{2}{\lambda}\right) \Rightarrow \lambda = 0,5\text{m}$$

Άρα, η εξίσωση του κύματος είναι

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = A\eta\mu 2\pi(4t - 2x), \text{(S.I.)}$$



2. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Στα άκρα της χορδής, που είναι ακλόνητα, δημιουργούνται δεσμοί.

Στην 1η περίπτωση έχουμε 4 κοιλίες, οπότε για το μήκος L της χορδής ισχύει: $L = 4\frac{\lambda_1}{2}$

Στην 2η περίπτωση έχουμε 7 συνολικά δεσμούς, δηλαδή 6 κοιλίες, οπότε για το ίδιο μήκος L της χορδής ισχύει: $L = 6\dfrac{\lambda_2}{2}$.

Τα δύο μήκη κύματος συνδέονται με τη σχέση:

$$L = 4\frac{\lambda_1}{2} = 6\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow 2\lambda_1 = 3\lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{2} \qquad (1)$$

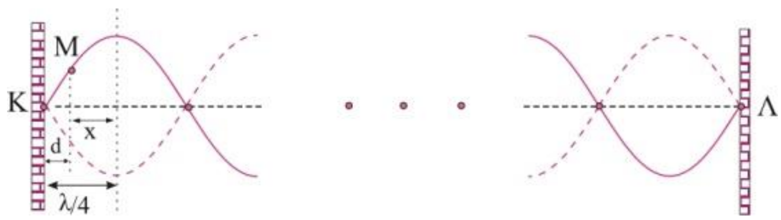
Η ταχύτητα υ των τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο είναι ίδια και για τις δύο συχνότητες αφού έχουμε την ίδια χορδή, επομένως

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Η τελευταία σχέση με τη βοήθεια της (1) δίνει: $\dfrac{f_2}{f_1} = \dfrac{3}{2}$

3. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου σε ένα στάσιμο, $|A'|$, βρίσκεται από τη σχέση: $|A'| = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi x}{\lambda}\right|$ με το x να μετρά από κοιλία. Μας έχει δοθεί απόσταση d από δεσμό. Για να την μετατρέψουμε σε απόσταση από την πλησιέστερη κοιλία θα πρέπει να αφαιρέσουμε το d από το $\dfrac{\lambda}{4}$.



$$|x| = \frac{\lambda}{4} - d = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{12} \Rightarrow |x| = \frac{\lambda}{6} \Rightarrow x = -\frac{\lambda}{6}$$

$$|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}\left(-\frac{\lambda}{6}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right| \Rightarrow |A'| = A$$

4. Σωστή απάντηση είναι η (α).
Ο παρατηρητής ακούει ταυτόχρονα δύο ήχους. Ο πρώτος ήχος συχνότητας f_1 έρχεται κατευθείαν από την πηγή ενώ ο δεύτερος συχνότητας f_2 προέρχεται από τον τοίχο μετά από ανάκλαση που υφίσταται σε αυτόν.

Απευθείας αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας: $f_1 = fs\dfrac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_S}$, (1) Στον τοίχο φτάνει ήχος συχνότητας $f_2' = fs\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_S}$

Ο παρατηρητής απομακρύνεται από τον τοίχο και ακούει συχνότητα

$$f_2 = f_2'\frac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} = f_S\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_S}\cdot\frac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}} \Rightarrow f_2 = f_S\frac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_S}\ ,\ (2)$$

Ο παρατηρητής ακούει διακροτήματα συχνότητας f_δ=2Hz. Επειδή $f_1>f_2$ ισχύει:

$$f_\delta = f_1 - f_2 = f_S\frac{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_S} - f_S\frac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_S} \Rightarrow f_\delta = f_S\frac{2\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_S} \Rightarrow$$

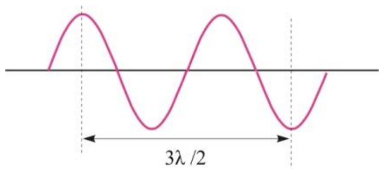
$$f_\delta = f_S\frac{2\upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}-\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{30}} \Rightarrow f_\delta = f_S\frac{2\upsilon_A\cdot 30}{29\upsilon_{\eta\chi}} \Rightarrow \upsilon_A = \frac{29\,\upsilon_{\eta\chi}\cdot 2\text{Hz}}{290\text{Hz}\cdot 2\cdot 30} \Rightarrow \upsilon_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{300}$$

ΘΕΜΑ Γ

1. Από τη εκφώνηση έχουμε: d=2A=0,4m άρα A=0,2m.

Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσής ενός μορίου που ταλαντώνεται μηδενίζεται 2 φορές σε κάθε περίοδο, δηλαδή έχει συχνότητα διπλάσια από αυτήν της ταλάντωσης. Άρα η συχνότητα της ταλάντωσης είναι f=5Hz.

Η απόσταση μεταξύ ενός όρους και της μεθεπόμενης κοιλάδας είναι $\lambda + \dfrac{\lambda}{2}$, επομένως



$\dfrac{3\lambda}{2} = 3\text{m}$ ή λ=2m.

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,2\eta\mu 2\pi\left(5t-\frac{x}{2}\right)\ ,\ (\text{SI})$$

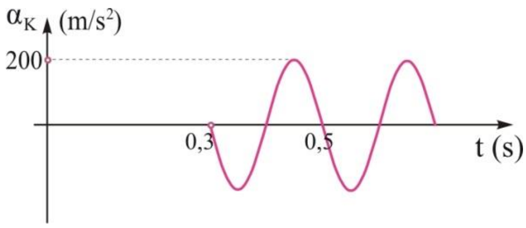
2. Το κύμα φτάνει στο σημείο Κ τη χρονική στιγμή που το σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται, δηλαδή έχει φάση ίση με μηδέν,

$2\pi\left(5t-\dfrac{3}{2}\right)=0$ ή t=0,3s. Από τη στιγμή αυτή και μετά το Κ ταλαντώνεται, σύμφωνα με την εξίσωση $y_K = 0,2\eta\mu 2\pi\left(5t-\dfrac{3}{2}\right)$ (SI)

Η εξίσωση επιτάχυνσης του σημείου Κ είναι :

$$\alpha_K = -\omega^2 A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_K}{\lambda}\right) \Rightarrow \alpha_K = -200\eta\mu 2\pi\left(5t-1,5\right)\ ,\ (\text{SI})\ \text{με}\ t\ge 0,3\text{s}$$

Η γραφική παράσταση α_κ=f(t) δίνεται στο διπλανό σχήμα.



3. Όταν το Ν βρίσκεται στο y=+A για πρώτη φορά έχει φάση π/2. Η διαφορά φάσης μεταξύ των Μ και Ν είναι

$$\varphi_M - \varphi_N = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_N}{\lambda}\right) = \frac{2\pi\left(x_N - x_M\right)}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 5m}{2m} \Rightarrow \varphi_M - \varphi_N = 5\pi$$

Άρα $\varphi_M = 5\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_M = \frac{11\pi}{2}$

4. Το μέτρο του ρυθμού της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης του σημείου Ο σε οποιαδήποτε θέση ισούται με το μέτρο του ρυθμού της μεταβολής της κινητικής του ενέργειας.

$$U + K = E_\tau \Rightarrow \frac{dU}{dt} + \frac{dK}{dt} = 0 \Rightarrow \left|\frac{dU}{dt}\right| = \left|\frac{dK}{dt}\right| = \left|\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}\right| = \left|\frac{\Sigma F\cdot dx}{dt}\right| \Rightarrow$$

$$\left|\frac{dU}{dt}\right| = \left|\Sigma F\cdot \upsilon\right| = \left|Dx\cdot\upsilon\right|, \qquad (1)$$

Όταν η σημειακή μάζα διέρχεται από τη θέση y=A/2, έχει ταχύτητα μέτρου υ, η οποία θα υπολογιστεί από την διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης μεταξύ των θέσεων y=A/2 και y=A.

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2}$$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε

$$\left|\frac{dU}{dt}\right| = m\omega^2\frac{A}{2}\omega A\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{m\omega^3A^2\sqrt{3}}{4} = \frac{10^{-6}kg\cdot\left(10\pi\right)^3\frac{rad^3}{s^3}\cdot\left(0,2\right)^2 m^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$\left|\frac{dU}{dt}\right| = \pi\sqrt{3}\cdot 10^{-4}\,\frac{J}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

1. Από την δοσμένη εξίσωση ταλάντωσης των πηγών βρίσκουμε την περίοδο και τη συχνότητα της ταλάντωσης.

$$\omega = 5\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}} \;,\; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi}\text{s} \Rightarrow T = 0,4\text{s} \;,\; f = \frac{1}{T} = 2,5\text{Hz}$$

Τα κύματα φτάνουν στο σημείο Μ με διαφορά χρόνου Δt=0,4s=T.

$$t_1 - t_2 = 0,4\text{s} = T \Rightarrow \frac{r_1}{\upsilon} - \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{\lambda}{\upsilon} \Rightarrow r_1 - r_2 = \lambda$$

Η διαφορά των αποστάσεων του σημείου Μ από την πηγή είναι λ, επομένως στο σημείο αυτό έχουμε ενίσχυση και το πλάτος ταλάντωσής του είναι
A'_M=2A=0,2m.
Επίσης εύκολα προκύπτουν:

$$\lambda = \upsilon T = 2,5\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 0,4\text{s} \Rightarrow \lambda = 1\text{m}$$

$$r_2 = \upsilon t_2 = 3\text{m} \quad \text{και } r_1 = 4\text{m}$$

2. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του Μ δίνεται από τη σχέση

$$U = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A_M^2 \eta\mu^2\omega t$$

Όπου A_M είναι το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Μ.
Διακρίνουμε 3 φάσεις.

1η φάση: $0 \le t < 1,2\text{s}$ Το σημείο Μ παραμένει ακίνητο καθώς τη χρονική στιγμή t_2 =1,2s φτάνει το κύμα από την κοντινότερη πηγή (Π_2).

2η φάση: $1,2\text{s} \le t < 1,6\text{s}$ Το σημείο Μ ταλαντώνεται με πλάτος A_M=0,1m , σύμφωνα με τη διαταραχή που προκαλείται μόνο από την πλησιέστερη πηγή, Π_2. Η συμβολή θα αρχίσει τη χρονική στιγμή $t_1=t_2+T$=1,6s.

$$U = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\eta\mu^2\omega(t-1,2) \Rightarrow U = \frac{1}{2}10^{-6}\cdot(5\pi)^2(0,1)^2\,\eta\mu^2 5\pi(t-1,2) \;,\; (\text{S.I.})$$

$$\Rightarrow \quad U = 1,25\cdot 10^{-6}\eta\mu^2 5\pi(t-1,2) \;,\; (\text{S.I.}) \;\; \mu\varepsilon \;\; 1,2\text{s} \le t < 1,6\text{s}$$

3η φάση: $1,6\text{s} \le t$ Το σημείο Μ ταλαντώνεται με πλάτος A'_M=0,2m λόγω της ενισχυτικής συμβολής. Η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση

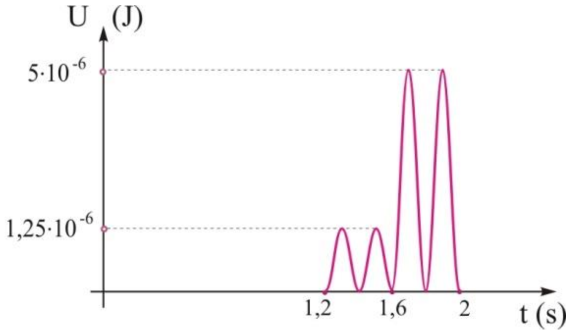
$$y = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(r_1-r_2)}{2\lambda}\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) = 0,2\cdot(-1)\cdot\eta\mu 2\pi(2,5t-3,5)(\text{S.I.}) \Rightarrow$$

$$y = -0,2\cdot\eta\mu 2\pi(2,5t-3,5)(\text{S.I}) \;\; \mu\varepsilon \;\; 1,6\text{s} \le t$$

$$U = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\cdot\left[-0,2\cdot\eta\mu 2\pi(2,5t-3,5)\right]^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2}10^{-6}\cdot(5\pi)^2(0,2)^2\,\eta\mu^2 2\pi(2,5t-3,5) \;,\; (\text{S.I.})$$

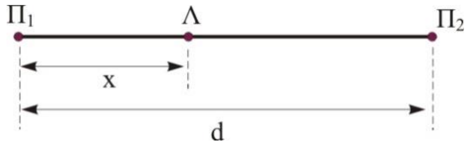
$$\Rightarrow \quad U = 5\cdot 10^{-6}\eta\mu^2 2\pi(2,5t-3,5) \;,\; (\text{S.I.}) \;\; \mu\varepsilon \;\; 1,6\text{s} \le t$$

Το διάγραμμα δυναμικής ενέργειας - χρόνου μέχρι τα 2s δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



3. Για να έχουμε απόσβεση πρέπει η διαφορά των αποστάσεων ενός σημείου από τις πηγές να είναι

$$\left(2N+1\right)\frac{\lambda}{2}$$



Έστω το σημείο Λ που απέχει x από την $Π_1$ και d-x από την $Π_2$.

$$x-(d-x)=\left(2N+1\right)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow\ 2x-d=\left(2N+1\right)\frac{\lambda}{2}\ \Rightarrow\ 2x-5m=\left(2N+1\right)0,5m\ \Rightarrow\ x=\frac{N}{2}+2,75m$$, όπου N ακέραιος.

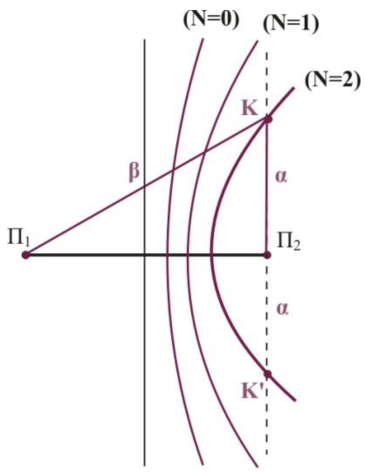
Για τη θέση του σημείου Λ θα πρέπει

$$0<x<5m\ \Rightarrow\ 0<\frac{N}{2}+2,75<5m\ \Rightarrow\ -5,5<N<+4,5\,.$$

Επομένως N=$\left\{-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\ \right\}$, δηλαδή 10 σημεία. Άρα, 10 υπερβολές απόσβεσης υπάρχουν μεταξύ των σημείων $Π_1$, $Π_2$.

4. Η τρίτη υπερβολή απόσβεσης που βρίσκεται δεξιά της μεσοκαθέτου ικανοποιεί τη συνθήκη

$r_1-r_2=\left(2N+1\right)\frac{\lambda}{2}$ με N=2 , δηλαδή $r_1-r_2=\frac{5\lambda}{2}$



Έστω το σημείο Κ που βρίσκεται πάνω στην ευθεία που είναι κάθετη στο τμήμα $Π_1Π_2$ και διέρχεται από το $Π_2$. Οι αποστάσεις του από τις πηγές είναι α και β (δες σχήμα). Για τη διαφορά των αποστάσεων από τις πηγές ισχύει

$$\beta-\alpha=\frac{5\lambda}{2}=2,5\lambda\ \Rightarrow\ \beta=2,5\lambda+\alpha\ ,\ (1)$$

Από το σχηματιζόμενο ορθογώνιο τρίγωνο $Π_1ΚΠ_2$ έχουμε

$$\beta^2=\alpha^2+(\Pi_1\Pi_2)^2\quad ,\ (2)$$

Αντικαθιστώντας την (1) στη (2) παίρνουμε

$$\left(2,5\lambda+\alpha\right)^2=\alpha^2+(\Pi_1\Pi_2)^2\ \Rightarrow\ \left(2,5+\alpha\right)^2=\alpha^2+\left(5\right)^2\ \Rightarrow$$

$$6,25+5\alpha+\alpha^2=\alpha^2+25\ \Rightarrow\ 5\alpha=18,75\ \Rightarrow\ \alpha=3,75m$$

Επομένως η απόσταση ΚΚ’ είναι 2α =7,5m.

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**