ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2018 – ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΗΜΕΡ. - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. **β**, Α2. **α**, Α3. **γ** , Α4. **δ**, Α5. **Λ, Λ*, Σ, Λ, Σ**

* Η ερώτηση δεν είναι καλά διατυπωμένη. Αν αυτό έγινε από απροσεξία, πρέπει να γίνει δεκτό και το Σ. Ίσως, όμως, σκόπιμα να διατυπώθηκε έτσι, ώστε να παγιδευτούν με το χαρακτηρισμό Σ οι απρόσεκτοι)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση: Δίνονται $\Delta l_1 = 2\Delta l_2$ και $2(\frac{1}{2}k_1\Delta l_1^2)=\frac{1}{2}k_2\Delta l_2^2$

Με συνδυασμό τους καταλήγουμε: $2k_1 4\Delta l_2^2 = k_2\Delta l_2^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$

Β2.Α. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση: Αφού οι μάζες είναι ίσες και η κρούση κεντρική κι ελαστική, οι δύο μάζες θα ανταλλάξουν ταχύτητες, δηλαδή ή m_1 θα ακινητοποιηθεί ενώ η m_2 θα αποκτήσει την ταχύτητα, άρα και την κινητική ενέργεια, της m_1. Και αφού δεν έχουμε τριβές δεν έχουμε απώλεια ενέργειας και, επομένως, η m_2 θα ανέλθει σε ύψος ίσο με εκείνο από το οποίο ξεκίνησε η m_1, δηλαδή ίσο με R.

Β2.Β. Σωστό είναι το α.

Αιτιολόγηση. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο: $m_1 υ_1 = (m_1 + m_2)V \rightarrow V = υ_1/2$

Πριν την κρούση η m_1 είχε κινητική ενέργεια $K_1 = W_{W_1} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ_1^2 = mgR$ και άρα ταχύτητα:

$υ_1 = \sqrt{2gR}$.

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα V και άρα κινητική ενέργεια

$$K_{1,2} = \frac{1}{2}2mV_1^2 = \frac{1}{2}2m\frac{υ_1^2}{4} = \frac{1}{2}2m\frac{2gR}{4}$$

Αφού δεν υπάρχουν τριβές, αυτή η κινητική ενέργεια θα μετατραπεί σε αύξηση της δυναμικής του ενέργειας κατά 2mgh.

Άρα: $\frac{1}{2}\cancel{2m}\frac{2gR}{4} = \cancel{2m}gh \Rightarrow h = \frac{R}{4}$

Παρατήρηση 1η: Το ύψος στο οποίο φτάνει ένα σώμα είναι ανεξάρτητο από τη μάζα του. Είναι ανάλογο του τετραγώνου της ταχύτητάς του. Άρα, με μισή αρχική ταχύτητα φτάνει στο ¼ του ύψους που θα έφτανε με «ολόκληρη» την ταχύτητα.

Παρατήρηση 2η:

«Τυπικά», σωστή είναι και η επιλογή του α, μέσω του αποκλεισμού των β και γ, με αιτιολόγηση ότι παραβιάζουν την Α.Δ.Ε.

Β3. Σωστό είναι το β.

Αιτιολόγηση:

Από την εξίσωση συνέχειας: $A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_2 = 6\upsilon_1$

Από την εξίσωση Bernoulli: $P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g h$

Και από τον συνδυασμό τους: $\frac{1}{2}\rho 36\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g h \Rightarrow 35\upsilon_1^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{35\upsilon_1^2}{2g}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. 1ος τρόπος

Είναι:

$$
\begin{aligned}
y_{o\lambda} &= y_1 + y_2 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}) + A\sqrt{3}\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6}) \\
&= \left(A\eta\mu\omega t\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} + A\sigma\upsilon\nu\omega t\eta\mu\frac{\pi}{3}\right) + \left(A\sqrt{3}\eta\mu\omega t\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} - A\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\omega t\eta\mu\frac{\pi}{6}\right) \\
&= \left(\frac{A}{2}\eta\mu\omega t + \cancel{\frac{A\sqrt{3}}{2}\sigma\upsilon\nu\omega t}\right) + \left(A\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2}\eta\mu\omega t - \cancel{A\frac{\sqrt{3}}{2}\sigma\upsilon\nu\omega t}\right) \\
&= 2A\eta\mu\omega t \\
&= 0{,}1\eta\mu 10\pi t \quad \left(\text{Επειδή } A = 0{,}05\text{ m και } f = N/t = 10/2\text{ s} = 5\text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi f = 10\pi\text{ rad/s}\right)
\end{aligned}
$$

2ος τρόπος:

$$A_{o\lambda} = \sqrt{A^2 + (A\sqrt{3})^2 + 2AA\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\Delta\phi} = \sqrt{A^2 + 3A^2 + 2A^2\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 90^o} = 2A$$

$$\text{και εφθ} = \frac{Αημ\frac{π}{3}+Α\sqrt{3}ημ(-\frac{π}{6})}{Ασυν\frac{π}{3}+Α\sqrt{3}συν(-\frac{π}{6})} = \frac{Α\frac{\sqrt{3}}{2} - Α\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{Α}{2}+Α\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0 \Rightarrow θ=0^o \text{ (Πρέπει -π/6<θ<π/3)}$$

Άρα y = 2Αημωt = 0,1ημωt.

Γ2. Είναι T = 1/f = 1/5 s, υ = s/t = 1,5 m/0,3 s = 5 m/s και λ = υ/f = 1 m.

Άρα, η εξίσωση του κύματος που θα διαδοθεί πάνω στη χορδή είναι:

$$y = A_{ολ}ημ2π\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{λ}\right) = 0{,}1ημ2π(5t-x)$$

Η χρονική στιγμή t_2 είναι ίση με t_1 + 5T/4 = 0,3 + 5/20 = 11/20 s, άρα η εξίσωση του στιγμιότυπου τη χρονική στιγμή t_2 είναι:

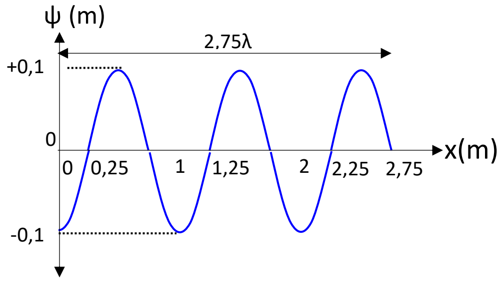
$$y = 0{,}1ημ2π(\frac{11}{4} - x)$$

Τη στιγμή t_2 το κύμα έχει φτάσει ως τη θέση $υt_2$ = 11/4 = 2,75 m και πάνω στη χορδή έχουν σχηματιστεί N = t_2/T = (11/20)/(1/5) = 2,75 κύματα.

Σχηματίζουμε τον παρακάτω πίνακα:

x(m)	y(m)
0	0,1ημ5,5π = - 0,1
λ/4 = 0,25	0,1ημ(5,5π- 0,5π) = 0
$υt_2$ = 2,75	0,1ημ(5,5π- 5,5π) = 0
N = 2,75 κύματα	

Και με τη βοήθειά του σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή t_2:



Γ3. Η ταχύτητα των διαφόρων σημείων ενός στιγμιότυπου κύματος τη στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση:

$$υ = A_{ολ}ωσυν2π(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{λ})$$

Η φάση της ταλάντωσης των σημείων της χορδής τη στιγμή t_1 είναι η παράσταση:

$$2π(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{λ})$$

Άρα η φάση του Ο τη στιγμή t_1 είναι ίση $(2π/T)t_1$ ή $ωt_1$ (αφού $x_O = 0$). Έτσι, όταν η φάση του σημείου Ο είναι 3,75π rad, η χρονική στιγμή t_1 θα είναι $t_1 = 3{,}75π/10π = 0{,}375$ s. Οπότε τη χρονική αυτή στιγμή το σημείο Ν ($x_N = 1{,}75$ m) θα έχει ταχύτητα:

$$\begin{aligned} υ &= 0{,}1 \cdot 10πσυν2π(0{,}375 \cdot 5 - \frac{1{,}75}{1}) \\ &= πσυν(3{,}75π - 3{,}50π) \\ &= πσυν(0{,}25π) \\ &= π\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Γ4. Γενικά, ένα στάσιμο κύμα που έχει κοιλία στη θέση x = 0 έχει εξίσωση

$$y = 2Aσυν\frac{2πx}{λ}ημ\frac{2πt}{T}$$

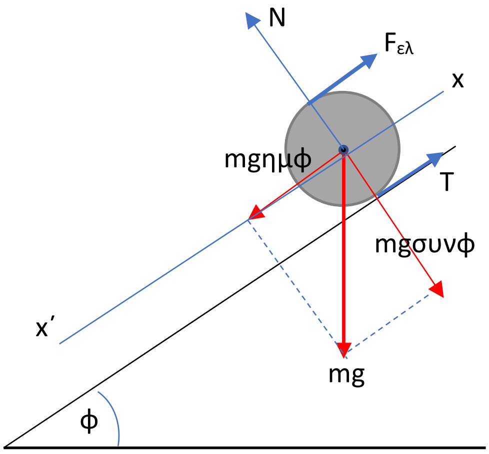
Άρα η εξίσωση του συγκεκριμένου θα είναι η $y = 0{,}2συν2πxημ10πt$.

Για τους δεσμούς y = 0, άρα $συν2πx_Δ = 0$ ή $2πx_Δ = (2k+1)π/2$., δηλαδή οι θέσεις τους καθορίζονται από τη σχέση: $x_Δ = (2k + 1)/4$., όπου k = 0,1,2, …

Για τον 5^{ο} δεσμό θα θέσουμε k = 4, οπότε: **$x_Δ$ = 2,25 m**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Στο σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ενεργούν στον κύλινδρο στην κατάσταση ισορροπίας του:

Το βάρος w, που αναλύεται στις w_x = mgσυνφ και $w_ψ$ = mgημφ, την κάθετη αντίδραση N, τη στατική τριβή T από το πλάγιο επίπεδο και την $F_{ελ}$ από το ελατήριο.

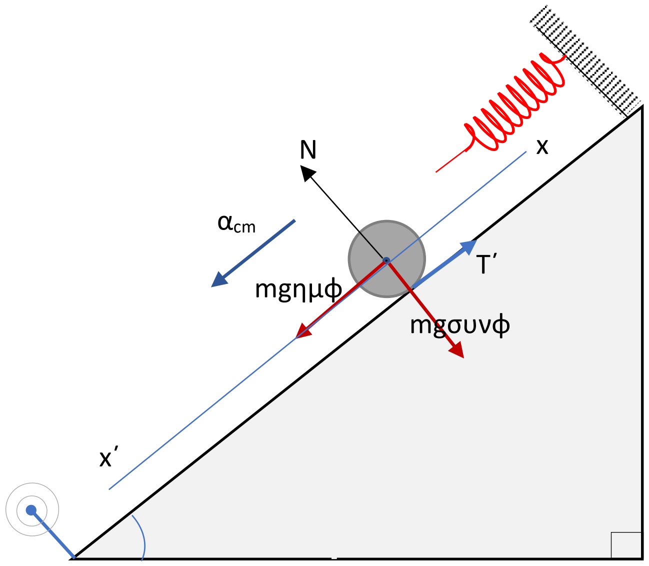
Οι δυνάμεις αυτές συνδέονται με τις σχέσεις:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} + T = mgημφ \\ \Sigma \tau_{(cm)} = 0 \Rightarrow F_{ελ}\cancel{R} = T\cancel{R} \end{array}\right\} \Rightarrow 2k\Delta l = mgημφ$$

$$\Rightarrow m = \frac{2k\Delta l}{gημφ} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 2kg}$$

Δ2. Για τον κύλινδρο (σε μια τυχαία θέση):



$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \rightarrow mg\eta\mu\varphi - T' \overset{(1)}{=} m\alpha_{cm} \qquad (3)$$

$$\Sigma\tau_{(cm)} = I_c\alpha_{\gamma\omega\nu.\kappa\upsilon\lambda} \overset{(1)}{\rightarrow} T'\cancel{R} = \frac{1}{2}mR^{\cancel{2}}\alpha_{\gamma\omega\nu.\kappa\upsilon\lambda}$$

$$\rightarrow T' = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} \qquad (4)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R$

(Η στατική τριβή έχει τώρα μια διαφορετική τιμή από την προηγούμενη της ισορροπίας, γι' αυτό και την έχουμε συμβολίσει διαφορετικά (T΄)).

Με την πρόσθεση (3) + (4): $mg\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}m\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi = \underline{4\,m/s^2}|$

Δ3. Το μέτρο της στατικής τριβής θα υπολογιστεί από τις σχέσεις (1) και (4):

$$T' = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = \underline{4\,N}|$$

Δ4. 1ος τρόπος:

$$\frac{\Delta K_{o\lambda}}{\Delta t} = \frac{\Delta W_w + \cancel{\Delta W_T}^{*}}{\Delta t} = \frac{(mg\eta\mu\varphi)\Delta x}{\Delta t} = (mg\eta\mu\varphi)\upsilon$$

(*Επειδή $\Delta x = R\Delta\varphi$, το συνολικό έργο της τριβής $-T\Delta x + TR\Delta\varphi$ είναι μηδέν)

Την ταχύτητα θα την βρούμε από τη σχέση: $\upsilon = \alpha_{cm}t = (4\ m/s^2)(1\ s) = 4\ m/s$.

Άρα: $\frac{\Delta K_{o\lambda}}{\Delta t} = (mg\eta\mu\varphi)\upsilon = (2kg)(10\,m/s^2)(0,6)(4\,m/s) = \underline{48\,J/s}|$

2^{ος} τρόπος:

$$\frac{\Delta K_{ολ}}{\Delta t}=\frac{\Delta K_{μετ}}{\Delta t}+\frac{\Delta K_{στρ}}{\Delta t}=\frac{(mgημφ-T)\Delta x}{\Delta t}+\frac{TR\Delta φ}{\Delta t}=(mgημφ)υ-\cancel{Tυ}+\cancel{TRω}=(mgημφ)υ=48\,J/s$$

Δ5. Από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 η ταχύτητα μετατόπισης του κυλίνδρου αυξάνεται από $υ_1 = α_{cm}t_1 = 4$ m/s σε $υ_2 = α_{cm}t_2 = 8$ m/s.

Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής, καθώς πλησιάζει προς την πηγή του ήχου με ταχύτητα υ, είναι ίση με $\frac{340+υ}{340}f_s$.

Θα βρούμε για ποιες τιμές της ταχύτητας υ η συχνότητα αυτή παίρνει τιμές μεταξύ 1750 Hz 1800 Hz με τη βοήθεια της διπλής ανίσωσης:

$$1750 \le \frac{340+υ}{340}f_s \le 1800$$

ή $1750 \le \frac{340+υ}{340}\cdot 1700 \le 1800 \Rightarrow 1750 \le (340+υ)\cdot 5 \le 1800 \Rightarrow 350 \le 340+υ \le 360$

$$\Rightarrow 10m/s \le υ \le 20m/s$$

Είναι φανερό ότι τις τιμές αυτές η ταχύτητα θα τις πάρει έπειτα από τη χρονική στιγμή t_2

(συγκεκριμένα από 2,5 s ως 5 s). Συνεπώς στο χρονικό διάστημα t_1 ως t_2 το λαμπάκι του ανιχνευτή δε θα ανάψει.

Τάσος Τζανόπουλος