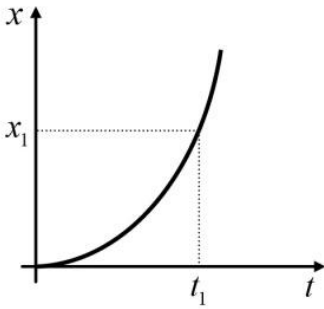


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

1) Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα. Η γραφική παράσταση της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι παραβολή και παριστάνεται στο διάγραμμα.



A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ:

α. αυξάνεται, β. μειώνεται, γ. δε μεταβάλλεται.

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

A.

Σωστή η επιλογή α.

B.

Από το διάγραμμα που δίνεται συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

Η εξίσωση της μετατόπισης Δx – χρόνου t είναι :

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 .$$

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας υ – χρόνου t είναι :

$$u = \alpha \cdot t , \text{ δηλαδή η ταχύτητα αυξάνει με τον χρόνο.}$$

2) Ένα αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, πατάει το γκάζι οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή t_1 έχει διανύσει διάστημα S_1 . Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2 \cdot t_1$ έχει διανύσει διάστημα S_2 .

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τα διαστήματα S_1 και S_2 συνδέονται με τη σχέση:

α. $S_2 = S_1$, β. $S_2 = 2 \cdot S_1$, γ. $S_2 = 4 \cdot S_1$.

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

A.

Σωστή είναι η επιλογή γ.

B.

Το αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο άρα $u_0 = 0$. Το όχημα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, το διάστημα που διανύει είναι :

$$\text{για } t = t_1, (\Delta t = t_1 - t_0): S_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 .$$

$$\text{για } t = t_2, (\Delta t = t_2 - t_0): S_2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_2^2 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (2 \cdot t_1)^2 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot 4 \cdot t_1^2 \Rightarrow S_2 = 4 \cdot (\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2) \Rightarrow S_2 = 4 \cdot S_1 .$$

3) Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m / s}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ που το αυτοκίνητο περνά από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ ο οδηγός πατά περισσότερο το γκάζι με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 4 \text{ m / s}^2$.

A. Να συμπληρώσετε τις τιμές των μεγεθών που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα.

Χρονική στιγμή $t \text{ (s)}$	Ταχύτητα $v \text{ (m/s)}$
0	
2	
4	
6	

Β. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος που περικλείεται μεταξύ του οριζόντιου άξονα t και της γραμμής που παριστάνει την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6 \text{ s}$, και να εξετάσετε την τιμή ποιου φυσικού μεγέθους εκφράζει το εμβαδό που υπολογίσατε.

ΛΥΣΗ

Α.

Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα.

Η εξίσωση ταχύτητας $v - \text{χρόνου } t$, είναι :

$$v = v_0 + a \cdot t ,$$

$$\text{για } t = 0 \Rightarrow v = 10 + 4 \cdot 0 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s} .$$

$$\text{για } t = 2 \Rightarrow v = 10 + 4 \cdot 2 \Rightarrow v = 18 \text{ m/s} .$$

$$\text{για } t = 4 \Rightarrow v = 10 + 4 \cdot 4 \Rightarrow v = 26 \text{ m/s} .$$

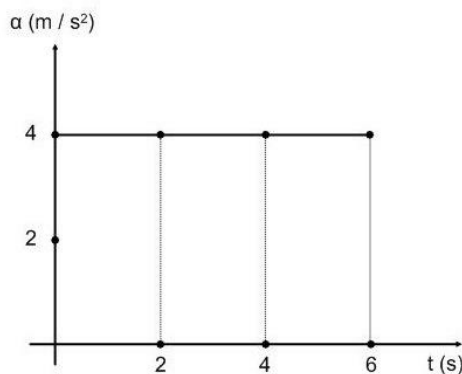
$$\text{για } t = 6 \Rightarrow v = 10 + 4 \cdot 6 \Rightarrow v = 34 \text{ m/s} .$$

Χρονική στιγμή t (s)	Ταχύτητα v (m/s)
0	10
2	18
4	26
6	34

Β.

Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου διατηρείται σταθερή.

Το διάγραμμα επιτάχυνσης $a - \text{χρόνου } t$:



Γ.

Το εμβαδό του τμήματος που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων είναι :

$\Delta v = a \cdot \Delta t$, το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του αυτοκινήτου .

γιατί η επιτάχυνση ορίζεται :

$$a = \Delta v / \Delta t \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t .$$

4) Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Ox και έχουν εξισώσεις κίνησης

$$x_A = 6 \cdot t \text{ (S.I.) και } x_B = 2 \cdot t^2 \text{ (S.I.) αντίστοιχα.}$$

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή:

$$\alpha. t = 2 \text{ s} , \quad \beta. t = 1,5 \text{ s} , \quad \gamma. t = 3 \text{ s} .$$

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Α.

Σωστή επιλογή είναι το β .

Β.

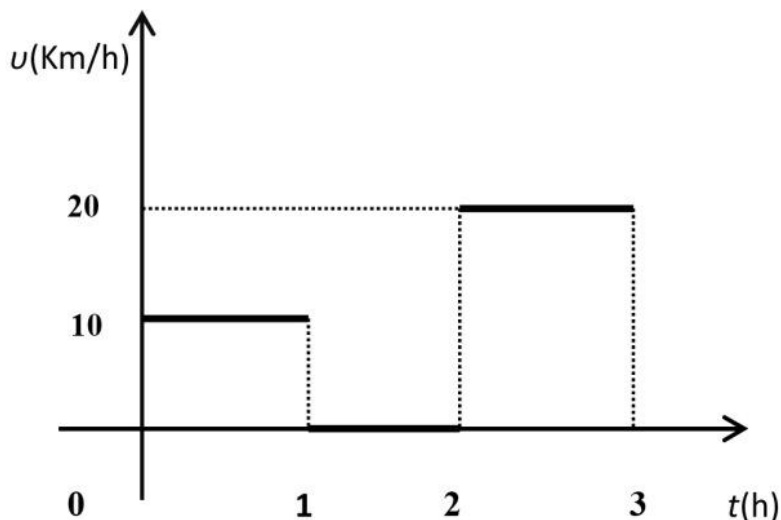
$$x_A = 6 \cdot t , \text{ που παριστάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με } v_A = 6 \text{ m/s} .$$

$$x_B = 2 \cdot t^2 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 , \text{ που παριστάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με}$$

$$a_B = 4 \text{ m/s}^2 .$$

$$v_A = v_B \Rightarrow v_A = a_B \cdot t \Rightarrow 6 = 4 \cdot t \Rightarrow t = 1,5 \text{ t} .$$

5) Στο διάγραμμα φαίνεται η το μέτρο της ταχύτητας ενός αυτοκινήτου που μετακινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο .



A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 3$ h είναι ίση με :

α. 15 Km / h , β. 20 Km / h , γ. 10 Km / h .

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Λύση

B₁.

A.

Σωστή επιλογή είναι η γ .

B.

Η ολική μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι το εμβαδό του διαγράμματος ταχύτητας $v - \text{χρόνου } t$:

$$\Delta x_{\text{ολ}} = \text{εμβαδό } v - t \Rightarrow \Delta x_{\text{ολ}} = (1 - 0) \cdot 10 + (3 - 2) \cdot 20 \Rightarrow \Delta x_{\text{ολ}} = 30 \text{ km .}$$

Η μέση ταχύτητα ορίζεται :

$$v_{\mu} = \Delta x_{\text{ολ}} / \Delta t_{\text{ολ}} \Rightarrow v_{\mu} = 30 / 3 \Rightarrow v_{\mu} = 10 \text{ km / h .}$$

6) Ένα αυτοκίνητο διανύει μία διαδρομή 15 km σε χρόνο 15min.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μέση ταχύτητα του είναι :

α. 15 Km / h , β. 15 Km / min , γ. 60 Km / h .

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

ΛΥΣΗ

A.

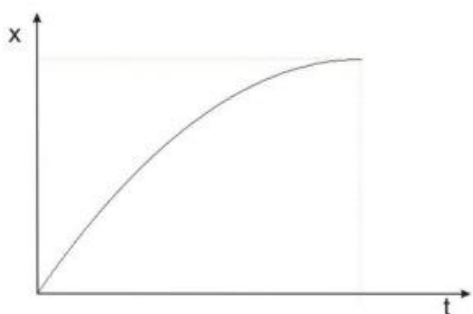
Σωστή επιλογή είναι η γ .

B.

Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου ορίζεται :

$$v = \Delta x_{\text{ολ}} / \Delta t_{\text{ολ}} \Rightarrow v = 15 \text{ Km} / 15 \text{ min} = 15 \text{ Km} / 0.25 \text{ h} = 60 \text{ Km / h .}$$

7) Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντια πίστα. Στη εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνεται ότι ο σκιέρ εκτελεί:

α. ομαλή κίνηση ,

β. επιταχυνόμενη κίνηση ,

γ. επιβραδυνόμενη κίνηση

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

B₁.

A.

Σωστή επιλογή είναι γ .

B.

Αν η κίνηση ήταν ευθύγραμμη ομαλή, η εξίσωση θέσης x – χρόνου t θα είναι :

$x = u \cdot t$, θα έπρεπε η θέση x να είναι ανάλογη του χρόνου t , κάτι που δεν συμβαίνει από το διάγραμμα .

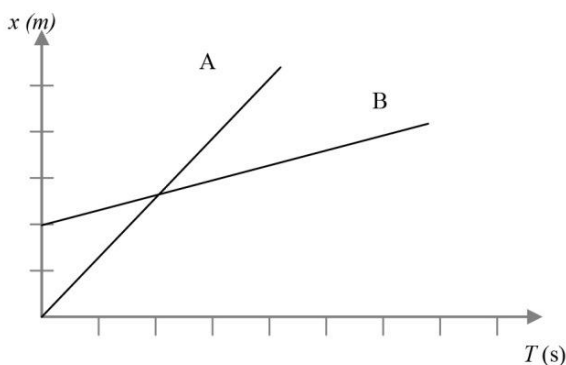
Αν η κίνηση ήταν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη , η εξίσωση θέσης x – χρόνου t θα είναι :

$x = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, η καμπύλη έπρεπε να παρουσιάζει κοίλα προς τα πάνω (φανταστείτε ένα μπολ που κάθετα στη βάση του)

Άρα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη , και εξίσωση θέσης x – χρόνου t θα είναι :

$x = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, η καμπύλη παρουσιάζει κοίλα προς τα κάτω (φανταστείτε ένα αναποδογυρισμένο μπολ) .

8) Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου που περιγράφουν την κίνηση δύο αυτοκινήτων A και B αντίστοιχα.



A. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση

α. Το A κινείται με σταθερή ταχύτητα, μεγαλύτερη του B.

β. Το B κινείται με σταθερή ταχύτητα, μεγαλύτερη του A.

γ. Και τα δύο οχήματα επιταχύνονται, με σταθερές τιμές επιτάχυνσης.

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

ΛΥΣΗ

A.

Σωστή επιλογή είναι η α .

B.

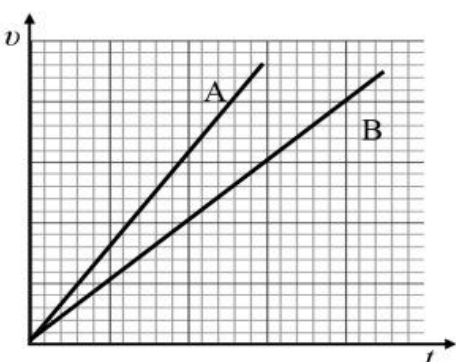
Από το διάγραμμα θέσης x – χρόνου t που δίνεται, βλέπουμε ότι και το κινητό A και το κινητό B εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, δεδομένου ότι η θέση x και ο χρόνος t είναι μεγέθη ανάλογα .

Η κλίση στο διάγραμμα θέσης x – χρόνου t στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μας δίνει την ταχύτητα .

Η κλίση της ευθείας στο A είναι μεγαλύτερη της κλίσης της ευθείας στο B, άρα η ταχύτητα του κινητού A είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του κινητού B .

9) Δύο μαθητές, ο Αντώνης (A) και ο Βασίλης (B) συναγωνίζονται με τα ποδήλατά τους ποιος από τους δύο μπορεί να φτάσει πρώτος να κινείται με ταχύτητα ίση με 25 km / h .

Για τον λόγο αυτό σταματούν στο ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου οριζόντιου δρόμου και αρχίζουν τη χρονική στιγμή $t = 0$ να κινούνται παράλληλα. Στο διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για τους δύο μαθητές.



A. Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Ο μαθητής που θα καταφέρει πρώτος να “φτάσει” τα 25 km / h, είναι:

α. ο Αντώνης ,

β. ο Βασίλης ,

γ. κανένας από τους δύο, αφού θα φτάσουν ταυτόχρονα να κινούνται με 25 km / h .

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

B₁.

A.

Σωστή είναι η επιλογή α .

B.

Η επιτάχυνση α είναι η κλίση στο διάγραμμα ταχύτητας υ – χρόνου t :

$$\alpha = \epsilon\phi\theta .$$

Η επιτάχυνση του A είναι η α_A και η επιτάχυνση του B είναι η α_B .

Από το διάγραμμα $\theta_A > \theta_B \Rightarrow \epsilon\phi\theta_A > \epsilon\phi\theta_B \Rightarrow \alpha_A > \alpha_B$.

Η σχέση ταχύτητας υ – χρόνου t στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα (όπως βλέπουμε από το διάγραμμα) :

$$u = \alpha \cdot t .$$

Οι ταχύτητες των ποδηλατών A και B είναι :

$$u_A = \alpha_A \cdot t_A \Rightarrow t_A = u_A / \alpha_A .$$

$$u_B = \alpha_B \cdot t_B \Rightarrow t_B = u_B / \alpha_B .$$

Αφού η ταχύτητα του A και του B θα είναι η ίδια (= 25 km / h) και $\alpha_A > \alpha_B$, τότε :

$$t_A < t_B ,$$

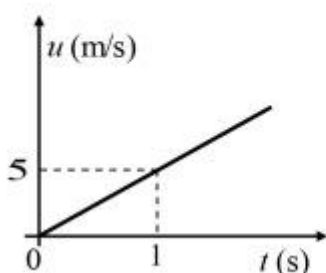
άρα ο μαθητής – ποδηλάτης A θα φτάσει πρώτος να κινείται με ταχύτητα 25 km / h .

10) Η θέση ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x'x, δίνεται σε κάθε χρονική στιγμή από την εξίσωση $x = 5 \cdot t$ (x σε m , t σε s).

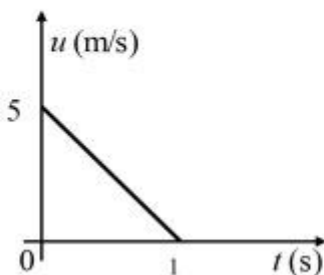
A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει σωστά την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;

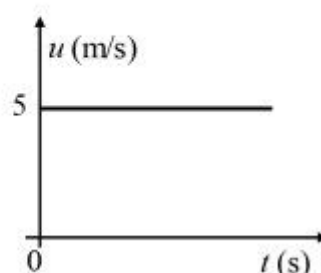
α)



β)



γ)



B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

Λύση

B₁.

A.

Σωστή είναι η επιλογή γ .

B.

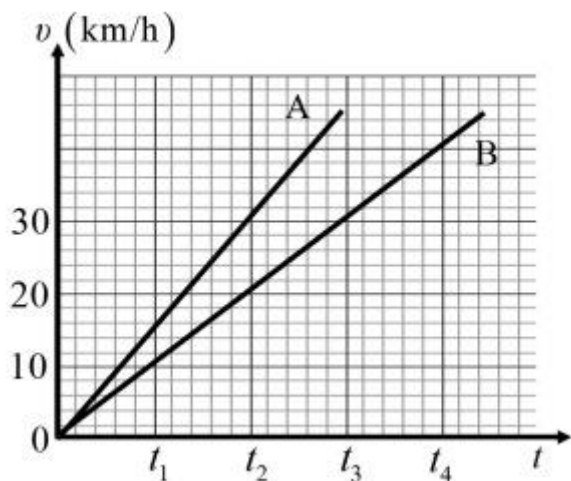
Η σχέση που μας δίνεται $x = 5 \cdot t$, μας δείχνει ότι η απομάκρυνση είναι ανάλογη του χρόνου, άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Συγκρίνουμε την σχέση που δίνεται $x = 5 \cdot t$ με την σχέση $x = x_0 + u \cdot t$ και έχουμε :

$$x_0 = 0 \text{ και } u = 5 \text{ m / s .}$$

Το σωστό διάγραμμα είναι το γ .

11) Δύο μαθητές, ο Αντώνης (A) και ο Βασίλης (B) ξεκινούν από το ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου οριζόντιου δρόμου και συναγωνίζονται με τα ποδήλατά τους, να αναπτύξουν ταχύτητα ίση με 30 km/h . Στο διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για τους δύο μαθητές.



- α. Ποιος από τους δύο μαθητές αποκτά πρώτος ταχύτητα ίση με 30 km/h και σε ποια χρονική στιγμή;
 β. Την χρονική στιγμή $t = t_2$ ποιος από τους δύο μαθητές προπορεύεται;
 γ. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Λύση

α. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα ταχύτητας $v - t$: πρώτος θα αποκτήσει ταχύτητα 30 km/h , ο μαθητής A, την χρονική στιγμή t_1 .

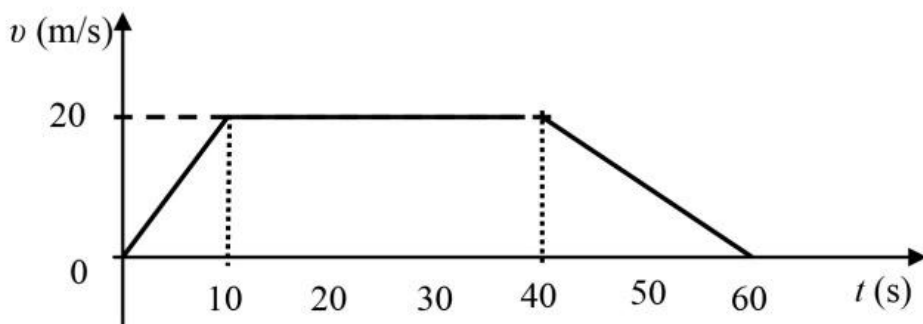
β. Ο μαθητής A θα προπορεύεται του μαθητή B.

γ. Η κλίση στο διάγραμμα $v - t$ στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μας δίνει την επιτάχυνση .
 $\alpha_A = \epsilon\phi \theta_A > \alpha_B = \epsilon\phi \theta_B$ δεδομένου ότι $\theta_A > \theta_B$.

Ο μαθητής A θα προπορεύεται του μαθητή B κάθε χρονική στιγμή, άρα και την χρονική στιγμή $t = t_2$ γιατί δεν έχουν αρχική ταχύτητα και $\alpha_A > \alpha_B$, άρα :

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t_2^2 > \Delta x_B = \frac{1}{2} \cdot \alpha_B \cdot t_2^2 .$$

12) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο μέσα στην πόλη. Η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο, που βλέπετε στην παρακάτω εικόνα, αναφέρεται στην κίνηση του αυτοκινήτου μεταξύ δύο διαδοχικών σηματοδοτών της τροχαίας (φαναριών).



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση
 Από τη μελέτη του παραπάνω διαγράμματος μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η απόσταση των φαναριών είναι:

- α. 60 m , β. 1200 m , γ. 900 m .
 B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

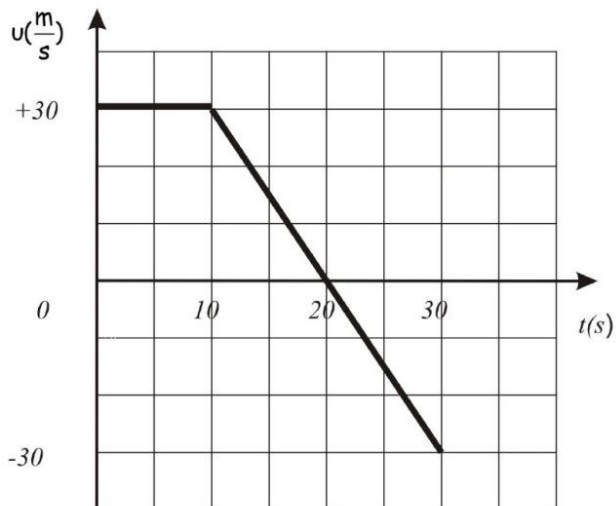
Λύση

B₁.
 A.
 Σωστή επιλογή είναι η γ .

B.
 Η συνολική μετατόπιση της κίνησης του αυτοκινήτου δίνεται από το εμβαδό του διαγράμματος ταχύτητας $v - t$:

$$\Delta x = \epsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o} \ v - t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot (60 + (40 - 10)) \cdot 20 \Rightarrow \Delta x = 900 \text{ m} .$$

13) Μικρό σώμα κινείται σε οριζόντιο δάπεδο . Στη εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα από $0\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$ είναι:

α. $+ 300\text{ m}$, β. $+ 450\text{ m}$, γ. $- 300\text{ m}$.

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

B₁.

A.

Σωστή επιλογή είναι η α .

B.

Στο διάγραμμα που δίνεται :

Από $0 \leq t \leq 10\text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ($u = \text{σταθ.}$)

Η μετατόπιση δίνεται :

$$\Delta x_1 = \text{εμβαδό (I)} = (30 - 0) \cdot (10 - 0) = 300\text{ m}.$$

Από $10 \leq t \leq 20\text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (η u μειώνεται)

$$\Delta x_2 = \text{εμβαδό (II)} = \frac{1}{2} \cdot (20 - 10) \cdot 30 = 150\text{ m} .$$

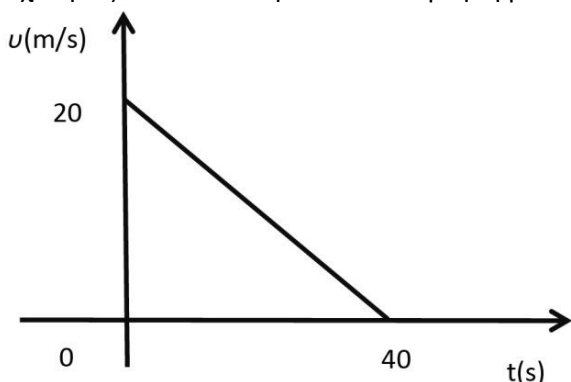
Από $20 \leq t \leq 30\text{ s}$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (η u αυξάνει) με αντίθετη φορά κίνησης

$$\Delta x_3 = \text{εμβαδό (III)} = -\frac{1}{2} \cdot (20 - 10) \cdot 30 = -150\text{ m} .$$

Η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι :

$$\Delta x_{\text{ολ}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \Rightarrow \Delta x_{\text{ολ}} = 300 + 150 - 150 \Rightarrow \Delta x_{\text{ολ}} = 300\text{ m}$$

14) Ένα αυτοκίνητο μετακινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η τιμή της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι:

α. Το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u = 20\text{ m / s}$.

β. Η μετατόπιση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 40\text{ s}$ είναι ίση με 800 m .

γ. Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 40\text{ s}$ είναι ίση με 10 m / s .

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

A.

Σωστή είναι η επιλογή γ .

B.

Από το διάγραμμα ταχύτητας v – χρόνου t , αντιλαμβανόμαστε εύκολα (βλέπουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται) ότι η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Η επιλογή α , είναι λάθος. Η μετατόπιση του αυτοκινήτου σε όλη την διάρκεια της κίνησης, έως ότου το αυτοκίνητο σταματήσει (την χρονική στιγμή $t = 40$ s ή $v = 0$, το αυτοκίνητο έχει ακινητοποιηθεί) μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδό του διαγράμματος (του τριγώνου) ταχύτητας v – χρόνου t :

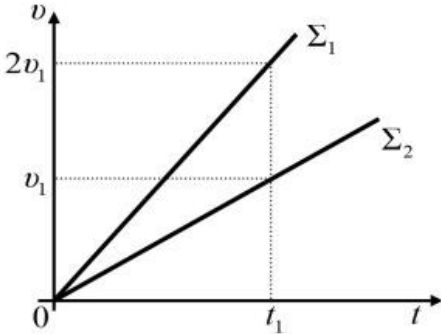
$\Delta x = \text{εμβαδό } v - t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot (40 \cdot 20) \Rightarrow \Delta x = 400$ m. Η επιλογή β , είναι λάθος.

Η μέση (αριθμητική) ταχύτητα ορίζεται:

$$v_{\mu} = S_{\text{ορ}} / \Delta t = \Delta x / \Delta t \Rightarrow v_{\mu} = 400 / 40 \Rightarrow v_{\mu} = 10 \text{ m/s}.$$

Η επιλογή γ που απέμεινε είναι και η σωστή επιλογή.

15) Στο διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, για δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 που κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, σε οριζόντιο δρόμο.



A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα Σ_1 , είναι:

- α.** ίσο με το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα Σ_2 .
- β.** διπλάσιο από το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα Σ_2 .
- γ.** ίσο με το μισό του διαστήματος που έχει διανύσει το σώμα Σ_2 .

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

A.

Σωστή επιλογή είναι η β .

B.

Η κίνηση και των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα. Αν και αναφέρεται στην εκφώνηση ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή, η αναφορά είναι περιττή γιατί η κλίση των διαγραμμάτων είναι σταθερή (η κλίση του $v - t$ διαγράμματος είναι η επιτάχυνση) και για $t = 0$ η ταχύτητα είναι μηδέν.

Η μετατόπιση δίνεται από το εμβαδό της ταχύτητας στο $v - t$ διάγραμμα.

Η μετατόπιση του Σ_1 είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot v_1) \cdot t_1 \dots (I).$$

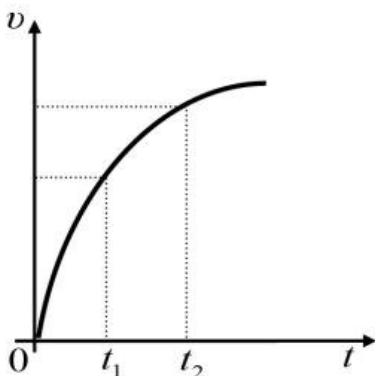
Η μετατόπιση του Σ_2 είναι:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t_1 \dots (II).$$

Διαιρώ κατά μέλη τις (I) και (II):

$$(II) / (I) \Rightarrow \Delta x_1 / \Delta x_2 = (\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_1 \cdot t_1) / (\frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t_1) \Rightarrow \Delta x_1 / \Delta x_2 = 2 \Rightarrow \Delta x_1 = 2 \cdot \Delta x_2.$$

16) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο και η ταχύτητά του μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου.



A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι:

- α. επιταχυνόμενη ,
- β. επιβραδυνόμενη ,
- γ. ομαλή .

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

A.

Σωστή επιλογή είναι η α .

B.

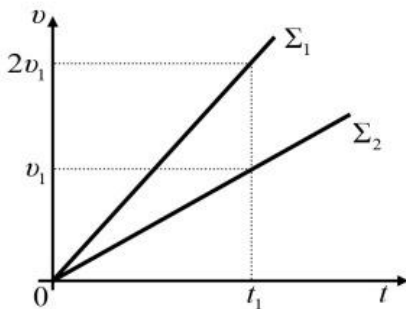
Από το διάγραμμα $v - t$ βλέπουμε ότι η ταχύτητα αυξάνει ,

ενώ η επιτάχυνση ελαττώνεται , γιατί η κλίση γίνεται όλο και μικρότερη όπως βλέπουμε από το διάγραμμα .

Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με ολοένα και μικρότερη επιτάχυνση.

Η επιτάχυνση μειώνεται με τον χρόνο , άρα είναι μεταβλητή , η κίνηση είναι απλά επιταχυνόμενη , όχι ομαλά .

17) Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούνται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διάγραμμα φαίνεται πως μεταβάλλεται για κάθε η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Τα μέτρα των επιταχύνσεων α_1 και α_2 , με τις οποίες κινούνται τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, ικανοποιούν τη σχέση:

- α. $\alpha_1 = \alpha_2$,
- β. $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$,
- γ. $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$.

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας .

ΛΥΣΗ

A.

Σωστή επιλογή είναι η β .

B.

Η επιτάχυνση του σώματος Σ_1 υπολογίζεται από την κλίση του διαγράμματος $v - t$:

$$\alpha_1 = \text{εφ } \theta_1 \Rightarrow \alpha_1 = 2 \cdot v_1 / t_1 .$$

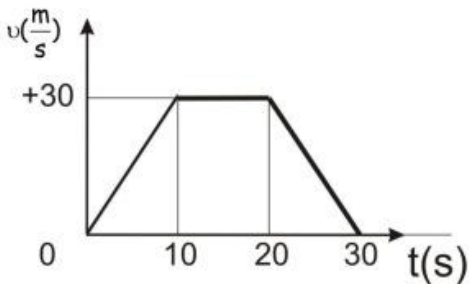
Η επιτάχυνση του σώματος Σ_2 υπολογίζεται από την κλίση του διαγράμματος $v - t$:

$$\alpha_2 = \text{εφ } \theta_2 \Rightarrow \alpha_2 = v_1 / t_1 .$$

Διαιρούμε τις παραπάνω σχέσεις κατά μέλη :

$$\alpha_1 / \alpha_2 = (2 \cdot v_1 / t_1) / (v_1 / t_1) \Rightarrow \alpha_1 / \alpha_2 = 2 \Rightarrow \alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2 .$$

18) Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και στην εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου από 0 – 30 s είναι:

- α. 300 m ,
- β. 600 m ,
- γ. 900 m .

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

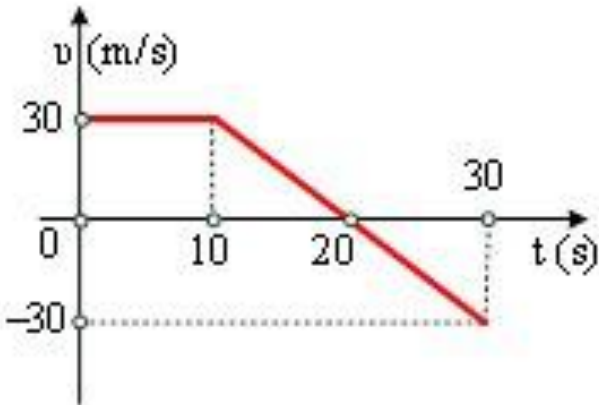
A.

Σωστή επιλογή είναι η β .

B.

Η μετατόπιση είναι ίση με το εμβαδό του διαγράμματος $v - t$,
 $\Delta x = \text{εμβαδό } v - t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot (30 + 10) \cdot 30 \Rightarrow \Delta x = 600 \text{ m}.$

19) Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το χρονικό διάστημα από 0 s – 30 s είναι:

α. +300 m , β. + 600 m , γ. - 300 m .

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

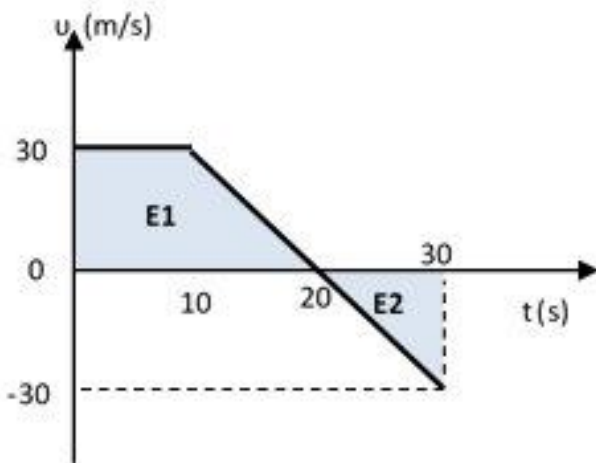
Λύση

A.

Σωστή επιλογή είναι η α .

B.

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι αλγεβρικά ίση με το άθροισμα των εμβαδών του τραapeζιου (E_1) και το ορθογωνίου τριγώνου (E_2).



$$\Delta x = E_1 + E_2 = [(20 + 10) \cdot 30 / 2] + [10 \cdot (-30) / 2] = 450 - 150$$

$$\Delta x = 300 \text{ m} .$$

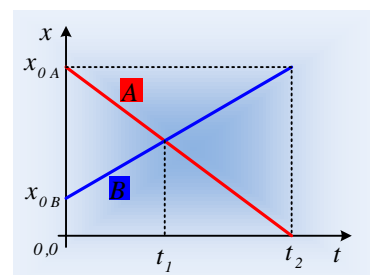
20)

Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση σε συνάρτηση με το χρόνο, δύο αυτοκινήτων, τα οποία κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο.

- Τα δυο οχήματα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση ή όχι;
 - Ποιο αυτοκίνητο κινείται με μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα;
 - Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δυο αυτοκίνητα τη στιγμή t_1 ;
- Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Τα αυτοκίνητα κινούνται με αντίθετες κατευθύνσεις. Το A κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, αφού έχει (στο χρονικό διάστημα 0- t_2) αρνητική μετατόπιση $\Delta x_A = x_2 - x_0 = 0 - x_{0A} = -x_{0A}$, ενώ αντίθετα το B κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, έχοντας θετική μετατόπιση $\Delta x_B = x_{2B} - x_{0B} = x_{0A} - x_{0B} > 0$.



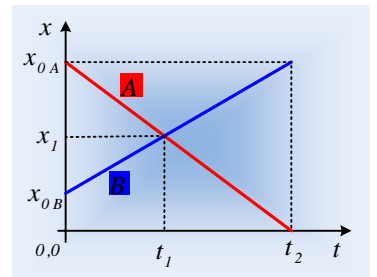
ii) Τα δυο αυτοκίνητα κινούνται με σταθερές ταχύτητες, αφού η κλίση στο διάγραμμα $x-t$ είναι σταθερή. Έτσι για τις ταχύτητες έχουμε:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = -\frac{x_{0A}}{t_2} \quad \text{και} \quad v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{x_{0A} - x_{0B}}{t_2}$$

Με βάση αυτά (αφήνοντας στην άκρη το πρόσημο (-) το οποίο μας δείχνει την κατεύθυνση της v_A προς την αρνητική κατεύθυνση), το Α όχημα έχει μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα, αφού $x_{0A} > x_{0A} - x_{0B}$.

iii) Τη στιγμή t_1 τα δύο αυτοκίνητα βρίσκονται στην ίδια θέση και προφανώς δεν απέχουν μεταξύ τους. Η διαφορετικά η απόσταση μεταξύ τους είναι:

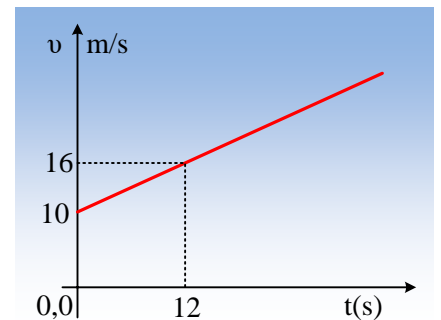
$$d = |x_A - x_B| = |x_I - x_I| = 0$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου, ο οποίος ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x , κινείται ένα αυτοκίνητο και κάποια στιγμή, την οποία παίρνουμε ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$), περνά από ένα σημείο Α στη θέση $x_0=120\text{m}$ με ταχύτητα η οποία μεταβάλλεται όπως στο σχήμα.

- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του αυτοκινήτου και η μετατόπισή του μέχρι τη στιγμή $t_1=12\text{s}$, η οποία έχει σημειωθεί στο σχήμα.
- Πόσο χρόνο πρέπει να επιταχύνεται το αυτοκίνητο, προκειμένου να αυξήσει την ταχύτητά του κατά $14,6\text{m/s}$;
- Να γράψετε την εξίσωση $v=v(t)$, που μας δίνει την ταχύτητα το αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογίσετε την ταχύτητά του τη χρονική $t_2=16,4\text{s}$.
- Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_3=36\text{s}$, χωρίς να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση κίνησης του αυτοκινήτου.

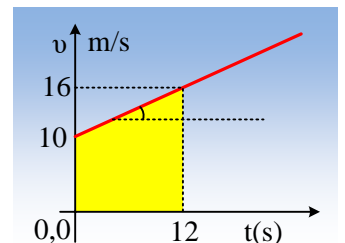


Απάντηση:

i) Στο διάγραμμα $v-t$, η κλίση μας δίνει την επιτάχυνση, ενώ το εμβαδόν του χωρίου (το τραπέζιο με κίτρινο χρώμα στο διπλανό σχήμα) είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος. Έτσι έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 10}{12 - 0} \text{ m/s}^2 = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

$$\Delta x_I = \frac{v_I + v_0}{2} t_I = \frac{16 + 10}{2} \cdot 12 \text{ m} = 156 \text{ m}$$



ii) Η κλίση στο διάγραμμα $v-t$ παραμένει σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι και η επιτάχυνση παραμένει σταθερή. Αλλά τότε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{\alpha} = \frac{14,6}{0,5} \text{ s} = 29,2 \text{ s}$$

iii) Αφού έχουμε σταθερή επιτάχυνση, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) και η εξίσωση

της ταχύτητας έχει τη μορφή:

$$v=v_0+at$$

όπου στην περίπτωση μας, η αρχική ταχύτητα έχει τιμή $v_0=10\text{m/s}$, ενώ $a=0,5\text{m/s}^2$, οπότε η παραπάνω εξίσωση, παίρνει τη μορφή:

$$v = 10 + 0,5t \quad (1) \quad (t \rightarrow \text{s και } v \rightarrow \text{m/s ή μονάδες στο S.I.)$$

Με αντικατάσταση στην παραπάνω εξίσωση $t=16,4\text{s}$ υπολογίζουμε την ταχύτητα v_2 τη χρονική στιγμή t_2 :

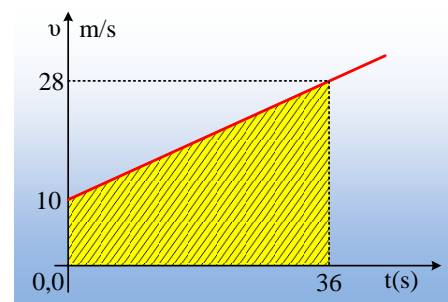
$$v_2 = (10 + 0,5 \cdot 16,4) \text{ m/s} = 18,2 \text{ m/s}$$

iv) Με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) $t = t_3 = 36\text{s}$ βρίσκουμε:

$$v_3 = (10 + 0,5 \cdot 36) \text{ m/s} = 28 \text{ m/s}$$

Ερχόμαστε τώρα στο διάγραμμα $v-t$, όπου το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τραπεζιού, του σχήματος, θα είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος από 0-36s:

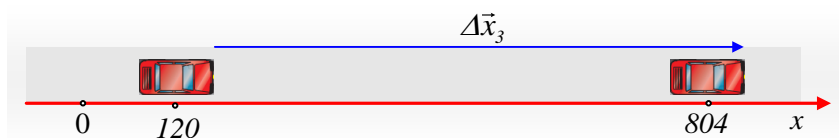
$$\Delta x_3 = \frac{v_3 + v_0}{2} t_3 = \frac{28 + 10}{2} \cdot 36 \text{ m} = 684 \text{ m}$$



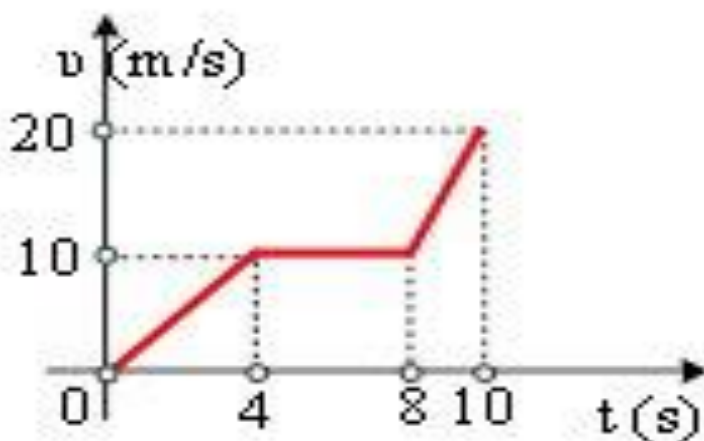
Αλλά η παραπάνω μετατόπιση γράφεται:

$$\Delta x_3 = x_3 - x_0 \rightarrow$$

$$x_3 = x_0 + \Delta x_3 = 120 \text{ m} + 684 \text{ m} = 804 \text{ m}.$$



2) Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.



Δ₁. Να υπολογίσετε τα μέτρα των επιταχύνσεων a_1 και a_2 με τις οποίες κινείται το σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα 0 s – 4 s και 8 s – 10 s αντίστοιχα.

Δ₂. Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έως και την χρονική στιγμή $t = 10$ s.

Δ₃. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος κατά το χρονικό διάστημα 0 s – 10 s.

Λύση

Δ₁.

Από την κλίση της γραφικής παράστασης $v - t$ υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

Από 0 – 4 s :

$$\alpha_1 = \Delta u / \Delta t = 10 / 4 \Rightarrow \alpha_1 = 2,5 \text{ m/s}^2 .$$

από 8 – 10 s :

$$\alpha_2 = \Delta u / \Delta t = (20 - 10) / (10 - 8) = 10 / 2 \Rightarrow \alpha_2 = 5 \text{ m/s}^2 .$$

Δ_2 .

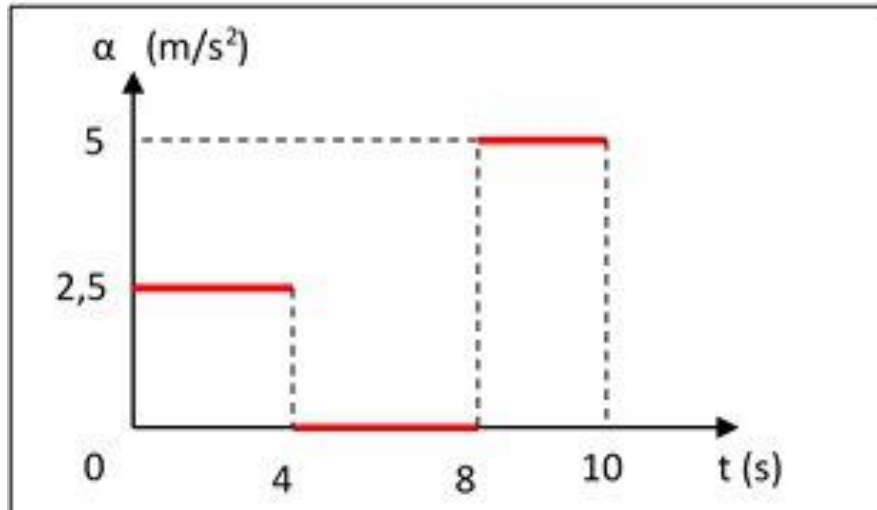
Από 4 – 8 s :

η κίνηση είναι Ευθύγραμμη Ομαλή, αφού

$$u = \text{σταθερή} = 10 \text{ m/s} , \text{ άρα } a = 0 \text{ m/s}^2 .$$

Οπότε σύμφωνα και με το ερώτημα Δ_1 ,

η γραφική παράσταση $a - t$ είναι η παρακάτω:



Δ_3 .

Υπολογίζουμε τη μετατόπιση Δx από το εμβαδόν του διαγράμματος $u - t$:

$$\Delta x = E_{\text{τριγώνου}} + E_{\text{ορθογωνίου}} + E_{\text{τραπέζιου}} = 20 + 40 + 30 = 90 \text{ m} .$$

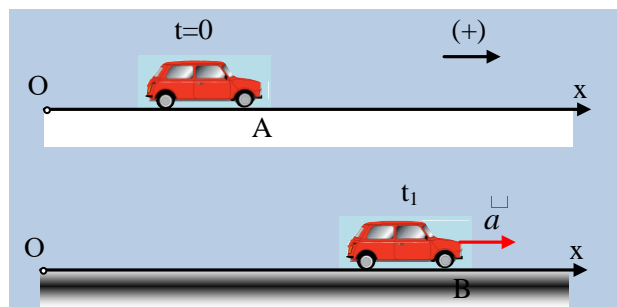
Επειδή δεν αλλάζει η φορά της κίνησης αφού συνεχώς $u > 0$ έχουμε :

$$S_{\text{ολ}} = \Delta x = 90 \text{ m} \text{ άρα}$$

$$v_{\mu} = S_{\text{ολ}} / t_{\text{ολ}} = 90 / 10 \Rightarrow$$

$$v_{\mu} = 9 \text{ m/s} .$$

3) Στο σημείο Α ενός ευθύγραμμου δρόμου ηρεμεί ένα μικρό αυτοκίνητο, απέχοντας κατά 50m, από ένα σημείο Ο, το οποίο θεωρούμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x, με θετική φορά προς τα δεξιά. Σε μια στιγμή $t=0$, το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση με κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο $a=2\text{m/s}^2$, για χρονικό διάστημα 10s, οπότε μηδενίζεται η επιτάχυνση και το αυτοκίνητο συνεχίζει οπότε μετά από λίγο περνά από το σημείο Γ, απέχοντας κατά 350m από το σημείο Ο.



i) Για τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$ να βρεθούν η μετατόπιση, η θέση και η ταχύτητα του αυτοκινήτου;

ii) Να βρεθεί η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή που έχει ταχύτητα $v_2=16\text{m/s}$.

iii) Να γίνουν τα διαγράμματα της ταχύτητας με το χρόνο, $v=v(t)$, και της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο, $x=x(t)$, μέχρι τη στιγμή που το αυτοκίνητο φτάνει στη θέση Γ.

Απάντηση:

Για την κίνηση του αυτοκινήτου, από $t=0$ έως $t=10\text{s}$, (για όσο χρόνο επιταχύνεται), το οποίο ξεκινά από την ηρεμία ($v_0=0$) τη στιγμή $t=0$, ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\text{Για την ταχύτητα: } v = at \quad (1)$$

Για την μετατόπιση: $\Delta x = \frac{1}{2} at^2$ (2)

Για την θέση: $\Delta x = x - x_0 \rightarrow x = x_0 + \Delta x \rightarrow$

$$x = x_0 + \frac{1}{2} at^2$$
 (3)

i) Αντικαθιστώντας $t=t_1=5s$ στις παραπάνω σχέσεις, όπου $x_0=x_A=50m$, παίρνουμε:

$$\Delta x = \Delta x_1 = \frac{1}{2} at_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 m = 25m$$

$$x = x_1 = x_0 + \frac{1}{2} at^2 = 50m + 25m = 75m$$

$$v = v_1 = a \cdot t_1 = 2 \cdot 5 m/s = 10 m/s.$$

ii) Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε την χρονική στιγμή t_2 , όπου $v_2=16m/s$:

$$v_2 = at_2 \rightarrow t_2 = \frac{v_2}{a} = \frac{16}{2} s = 8s$$

Και με αντικατάσταση στην (3) θα έχουμε:

$$x_2 = x_0 + \frac{1}{2} at_2^2 = 50m + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8^2 m = 114m$$

iii) Το αυτοκίνητο επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή $t_3=10s$, αποκτώντας ταχύτητα:

$$v_3 = a \cdot t_3 = 2 \cdot 10 m/s = 20 m/s$$

έχοντας φτάσει στη θέση:

$$x_3 = x_0 + \frac{1}{2} at_3^2 = 50m + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 m = 150m$$

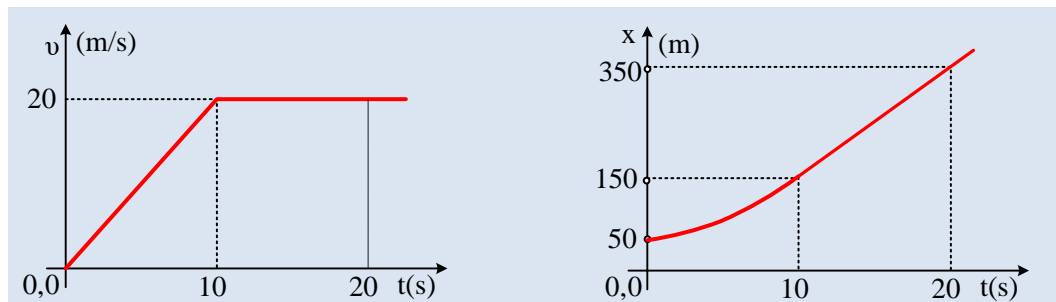
Ενώ στη συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα, μετατοπιζόμενο κατά:

$$\Delta x_{3,4} = x_4 - x_3 = 350m - 150m = 200m \rightarrow$$

$$\Delta x_{3,4} = v_3 \Delta t_{3,4} \rightarrow \Delta t_{3,4} = \frac{\Delta x_{3,4}}{v_3} = \frac{200m}{20m/s} = 10s$$

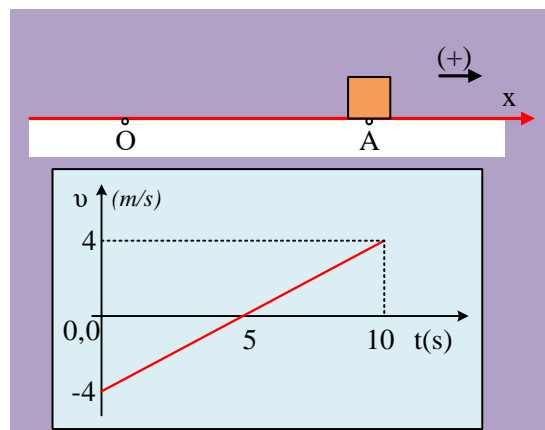
Άρα στη θέση Γ φτάνει τη χρονική στιγμή $t_4 = t_3 + \Delta t_{3,4} = 10s + 10s = 20s$.

Με βάση τις παραπάνω τιμές, σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις, όπως στο παρακάτω σχήμα:



Όπου η μορφή της $x=x(t)$ από 0-10s είναι μια παραβολή με τα κοίλα άνω (η συνάρτηση $x = x_0 + \frac{1}{2} at^2$ είναι δευτέρου βαθμού), ενώ στη συνέχεια έχουμε ευθεία γραμμή για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

4) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή $t=0$, περνά από ένα σημείο A, το οποίο απέχει 10m από την αρχή O ενός προσανατολισμένου άξονα, όπου η προς τα δεξιά κατεύθυνση ορίζεται ως θετική. Στο διάγραμμα του σχήματος, φαίνεται ο τρόπος που μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



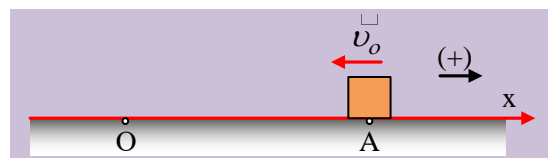
- Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t=0$ είναι προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά;
- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1=2s$ και $t_2=8s$.
- Ποια η τιμή της ταχύτητας του σώματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές;
- Για τη χρονική στιγμή $t_3=5s$, να υπολογιστούν:

α) Η επιτάχυνση, β) η ταχύτητα και γ) η μετατόπιση και η θέση του σώματος.

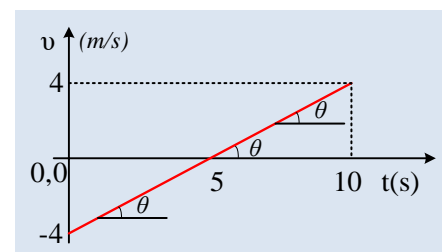
- Ποια είναι η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_4=10s$;

Απάντηση:

- Αφού η θετική φορά του άξονα είναι προς τα δεξιά και η ταχύτητα του σώματος είναι αρνητική, σημαίνει ότι το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα, δηλαδή προς τα αριστερά.



- Στο διάγραμμα $v-t$ η κλίση, είναι αριθμητικά ίση με την επιτάχυνση του σώματος. Αλλά η κλίση της ευθείας, είναι σταθερή, σε όποιο σημείο και αν την αναζητήσουμε, πράγμα που σημαίνει ότι και η επιτάχυνση παραμένει σταθερή, ίση και με την μέση επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα από 0-10s.



$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_{\text{μέση}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_0}{t_4 - t_0} = \frac{4 - (-4)}{10 - 0} \text{ m/s}^2 = \frac{8}{10} \text{ m/s}^2 = 0,8 \text{ m/s}^2$$

- Αφού η κίνηση του σώματος πραγματοποιείται με σταθερή επιτάχυνση, πρόκειται για μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, στην οποία η ταχύτητα υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$v = v_0 + \alpha t$$

Με αντικατάσταση του χρόνου, για τις παραπάνω χρονικές στιγμές, θα πάρουμε:

$$v_1 = v_0 + \alpha t_1 = -4 \text{ m/s} + 0,8 \cdot 2 \text{ m/s} = -4 \text{ m/s} + 1,6 \text{ m/s} = -2,4 \text{ m/s}$$

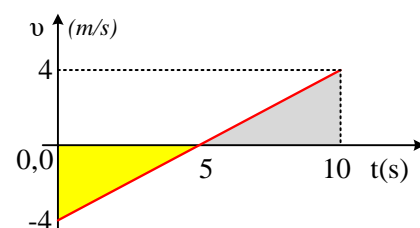
$$v_2 = v_0 + \alpha t_2 = -4 \text{ m/s} + 0,8 \cdot 8 \text{ m/s} = -4 \text{ m/s} + 6,4 \text{ m/s} = +2,4 \text{ m/s}$$

- Σύμφωνα με το ii) ερώτημα η επιτάχυνση του σώματος παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης.

α) Έτσι και τη στιγμή $t_3=5s$ έχει τιμή $\alpha_3=0,8\text{m/s}^2$.

β) Με βάση το διάγραμμα βλέπουμε ότι τη στιγμή αυτή η ταχύτητα μηδενίζεται ($v_3=0$).

- Στο διάγραμμα $v-t$, το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος. Έτσι από 0- t_3 η μετατόπιση του σώματος θα υπολογίζεται από το εμβαδόν του τριγώνου, με κίτρινο χρώμα στο διάγραμμα ($\Delta x = -E$, αφού το χωρίο είναι κάτω από τον άξονα και η μετατόπιση είναι αρνητική):



$$\Delta x_3 = -\frac{1}{2} \beta v = -\frac{1}{2} 5 \cdot 4 \text{ m} = -10 \text{ m}$$

Όμως για την μετατόπιση αυτή ισχύει:

$$\Delta x_3 = x_3 - x_0 \rightarrow x_3 = \Delta x_3 + x_0 = -10m + 10m = 0$$

Δηλαδή το σώμα σταματά την προς τα αριστερά του κίνηση, πριν κινηθεί προς τα δεξιά, στην αρχή του άξονα Ο, με $x=0$.

ν) Με βάση την λογική του παραπάνω ερωτήματος, η μετατόπιση του σώματος από 0- t_4 , θα υπολογιστεί ως άθροισμα των μετατοπίσεων από 0-5s και από 5s-10s, οπότε αρκεί να υπολογίσουμε τα εμβαδά των δύο τριγώνων με κίτρινο (το έχουμε ήδη κάνει...) και γκρι χρώμα στο διάγραμμα $v-t$. Θα έχουμε:

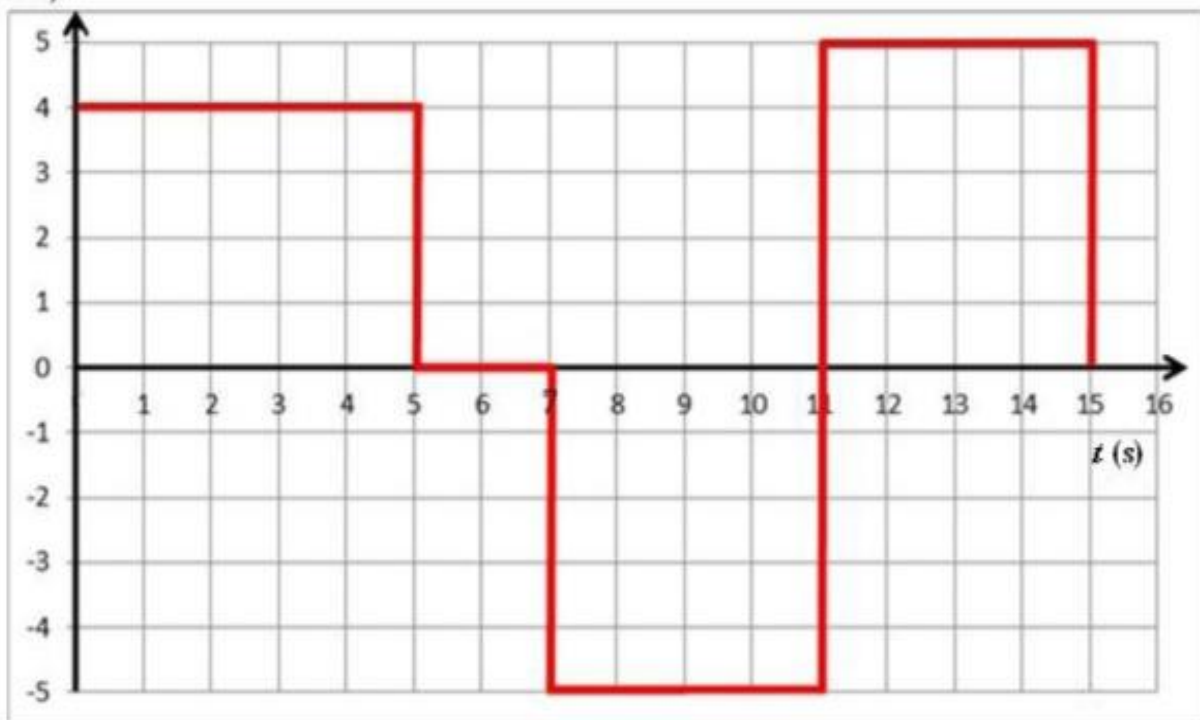
$$\Delta x_4 = \Delta x_{0 \rightarrow 5} + \Delta x_{5 \rightarrow 10} = -10m + \frac{1}{2} \beta v = -10m + \frac{1}{2} 5 \cdot 4m = 0$$

Το τελευταίο αποτέλεσμα μας λέει ότι το σώμα τη στιγμή $t_4=10s$, περνά ξανά από το σημείο Α, στη θέση $x_A=x_0=10m$, κινούμενο με θετική ταχύτητα, προς τα δεξιά.

5) Αυτοκίνητο αρχικά είναι ακίνητο σε οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της επιτάχυνσης, με την οποία κινείται το αυτοκίνητο, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ₁. Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το αυτοκίνητο.

$a \text{ (m/s}^2\text{)}$



Δ₂. Να σχεδιάσετε, σε βαθμολογημένους άξονες, τη γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ₃. Για τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του, να υπολογίσετε τη θέση του αυτοκινήτου, με σημείο αναφοράς το σημείο που βρίσκονταν το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή t_0 .

Λύση

Δ₁.

Το αυτοκίνητο από $t = 0$ έως $t = 5 \text{ s}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση .

Το αυτοκίνητο από $t = 5 \text{ s}$ έως $t = 7 \text{ s}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση .

Το αυτοκίνητο από $t = 7 \text{ s}$ έως $t = 11 \text{ s}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση .

Το αυτοκίνητο από $t = 11 \text{ s}$ έως $t = 15 \text{ s}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση .

Δ₂.

$t = 0$ έως $t = 5 \text{ s}$:

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου την $t = 5 \text{ s}$, είναι :

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow v_1 = 0 + 4 \cdot (5 - 0) \Rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s} .$$

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου από $t = 5 \text{ s}$ έως $t = 7 \text{ s}$, είναι :

$$v_2 = v_1 \Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s} , a_2 = 0 .$$

$t = 7 \text{ s}$ έως $t = 11 \text{ s}$:

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου την $t = 11 \text{ s}$, είναι :

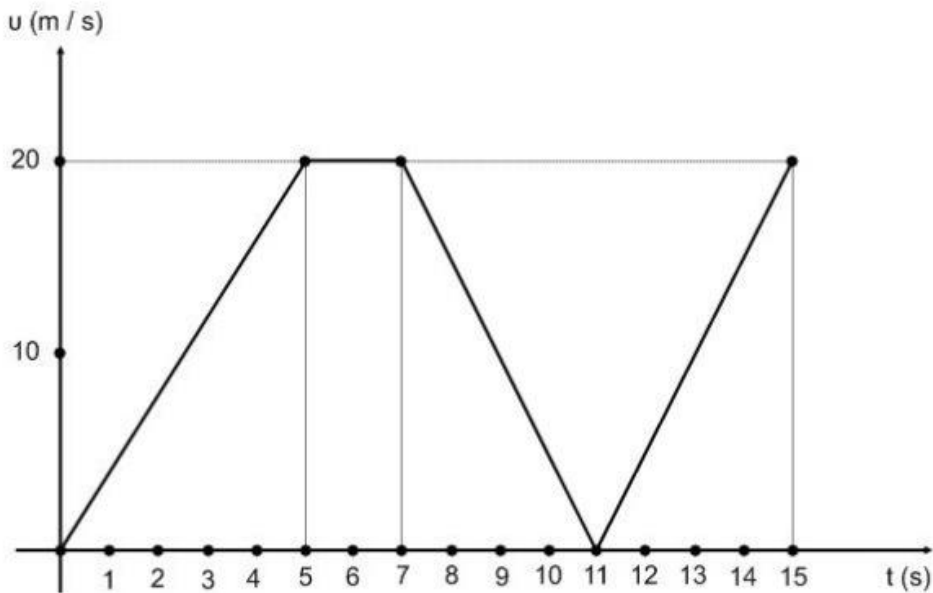
$$v_3 = v_2 - a_3 \cdot \Delta t_3 \Rightarrow v_3 = 20 - 5 \cdot (11 - 7) \Rightarrow v_3 = 0 .$$

$t = 11 \text{ s}$ έως $t = 15 \text{ s}$:

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου την $t = 15 \text{ s}$, είναι :

$$v_4 = v_3 + a_4 \cdot \Delta t_4 \Rightarrow v_4 = 0 + 5 \cdot (15 - 11) \Rightarrow v_4 = 20 \text{ m/s} .$$

Το διάγραμμα ταχύτητας v – χρόνου t :



Δ_3 .

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου μηδενίζεται την χρονική στιγμή $t = 11 \text{ s}$ όπως βλέπουμε στο διάγραμμα.

Η μετατόπιση του οχήματος από $t = 0$ έως $t = 11 \text{ s}$ μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα ταχύτητας v – χρόνου t :

$$\Delta x_{11} = \frac{1}{2} \cdot (11 + (7 - 5)) \cdot 20 \Rightarrow \Delta x_{11} = 130 \text{ m} \Rightarrow x_{11} - x_0 = 130 \Rightarrow x_{11} - 0 = 130 \Rightarrow x_{11} = 130 \text{ m} .$$