ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΙΟΣ 2023

Απαντήσεις

Θέμα Α(25 Μονάδες)

Α1. **β (5 μονάδες)**
Α2. **α (5 μονάδες)**
Α3. **α (5 μονάδες)**
Α4. **δ (5 μονάδες)**
Α5. **Α. ΛΑΘΟΣ (1 μονάδα)**
Β. ΛΑΘΟΣ (1 μονάδα)
Γ. ΣΩΣΤΟ (1 μονάδα)
Δ. ΣΩΣΤΟ (1 μονάδα)
Ε. ΛΑΘΟΣ (1 μονάδα)

Θέμα Β(25 Μονάδες)

Β1. Σωστή απάντηση το (α) **(2 μονάδες)**

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι το μήκος της χορδής L και το μήκος κύματος στην περίπτωση του πρώτου στάσιμου κύματος συνδέονται με την σχέση:

$$L=2\lambda_1 \ (1)$$

(1 μονάδα)

Από την δοσμένη σχέση για τις ταχύτητες διάδοσης, αν αντικαταστήσουμε την ταχύτητα με την θεμελιώδη κυματική εξίσωση $(\upsilon=\lambda\cdot f)$ προκύπτει:

$$\upsilon_1=1{,}5\upsilon_2 \Rightarrow \lambda_1\cdot f=1{,}5\lambda_2\cdot f \Rightarrow \lambda_1\cdot \cancel{f}=1{,}5\lambda_2\cdot \cancel{f} \Rightarrow$$
$$\lambda_1=1{,}5\lambda_2 \ (2)$$

(1 μονάδα)

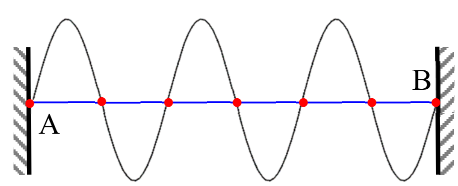
Αντικαθιστώντας την (1) στην (2) προκύπτει η σχέση του μήκους της χορδής με το μήκος κύματος στην δεύτερη περίπτωση:

$$(1)\overset{(2)}{\Rightarrow} L=2\lambda_1=2\cdot 1{,}5\lambda_2 \Rightarrow$$
$$L=3\lambda_2$$

(2 μονάδες)

Σχεδιάζοντας ένα στιγμιότυπο της χορδής στην δεύτερη περίπτωση μπορούμε να μετρήσουμε ότι υπάρχουν 7 δεσμοί (μαζί με τα άκρα).

(2 μονάδες)

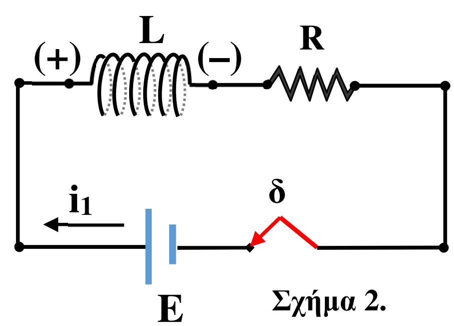


-**Εναλλακτικά** αντί για το σχήμα μπορούμε να εργαστούμε ως εξής: Γνωρίζουμε ότι στην περίπτωση στάσιμού κύματος σε χορδή με τα δύο άκρα ακλόνητα, η σχέση μεταξύ μήκους χορδής και μήκους κύματος, προκειμένου να μπορεί να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα είναι, $L=N\frac{\lambda}{2}$. Στην περίπτωση αυτή ο αριθμός των δεσμών είναι N+1. Έτσι από την σχέση $L=3\lambda_2=6\frac{\lambda_2}{2}$ προκύπτει N=6 και συνεπώς 7 δεσμοί.

B2. Σωστή απάντηση το (α) **(2 μονάδες)**

Με το κλείσιμο του διακόπτη το ρεύμα στο κύκλωμα δεν παίρνει ακαριαία την τελική του τιμή λόγω φαινομένου αυτεπαγωγής στο πηνίο. Μόλις σταθεροποιηθεί το ρεύμα θα έχει τιμή I=E/R.

(1 μονάδα)



Σχήμα 2.

Τη χρονική στιγμή t_1 που η ένταση του ρεύματος είναι ίση με $i_1=\frac{I}{4}=\frac{E}{4R}$ η πολικότητα στο πηνίο είναι όπως στο σχήμα τείνοντας να αναιρέσει την αύξηση του ρεύματος.

(1 μονάδα)

Από τον δεύτερο κανόνα του Κίρχοφ στο κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$E-|E_{αυτ}|-i_1R=0 \rightarrow E-|E_{αυτ}|-E/4=0 \rightarrow |E_{αυτ}|=3E/4$

(2 μονάδες)

Ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο ισούται με $P_L=|E_{αυτ}|\cdot i_1=\frac{3E}{4}\frac{E}{4R} \rightarrow P_L=\frac{3E^2}{16R}$

(2 μονάδες)

B3. Σωστή απάντηση το (γ) **(2 μονάδες)**

Από τις κινήσεις των φωτοηλεκτρονίων μέσα στο μαγνητικό πεδίο προκύπτει:

$R_2=2R_1 \rightarrow \frac{m\upsilon_2}{q_{e^-}\cdot B}=2\frac{m\upsilon_1}{q_{e^-}\cdot B} \Rightarrow \upsilon_2=2\upsilon_1$ **(1 μονάδα)**

Από όπου προκύπτει: $K_2=\frac{1}{2}m(2\upsilon_1)^2=4\left(\frac{1}{2}m\upsilon_1^2\right)=4K_1$ (1) **(1 μονάδα)**

Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein είναι $K_{max}=hf-\phi$.

Για συχνότητα f_1 προκύπτει $K_1=h\cdot f_1-\varphi$ (2) **(1 μονάδα)**

Η συχνότητα $f_2=f_1+0.5\cdot f_1=1{,}5f_1$ **(1 μονάδα)**

Για συχνότητα f_2 προκύπτει $K_2=h\cdot f_2-\varphi \rightarrow K_2=1{,}5h\cdot f_1-\varphi$ (3) **(1 μονάδα)**

Η (2) δίνει: $h\cdot f_1=K_1+\varphi$ και με αντικατάσταση στη σχέση (3) προκύπτει:

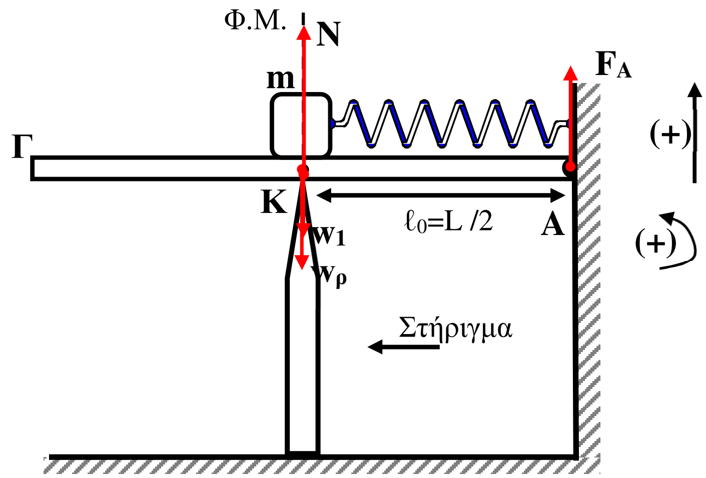
$4K_1=1{,}5(K_1+\varphi)-\varphi \rightarrow 4K_1=1{,}5K_1+1{,}5\varphi-\varphi \rightarrow 2{,}5K_1=0{,}5\varphi \rightarrow \boldsymbol{\varphi=5K}$

(2 μονάδες)

Θέμα Γ (25 Μονάδες)

Αρχικά θα σχεδιάσουμε τις δυνάμεις που δέχεται η ράβδος. Δέχεται το βάρος της, την κατακόρυφη δύναμη N_Γ από το στήριγμα, μια δύναμη από το σώμα Σ που είναι ίση με το βάρος του (αφού το σώμα ισορροπεί) και την δύναμη F_A που δέχεται από την άρθρωση. Επειδή η ράβδος δεν δέχεται καμία άλλη οριζόντια δύναμη μπορεί κάνεις να συμπεράνει ότι και η δύναμη από την άρθρωση είναι κατακόρυφη.

Γ1.



(1 μονάδα)

Η ράβδος ισορροπεί. Η συνισταμένη των ροπών θα ισούται με το μηδέν ως προς οποιονδήποτε άξονα περιστροφής. Θεωρούμε άξονα περιστροφής άξονα κάθετο στη σελίδα που διέρχεται από το Α και θετική φορά την αντίθετη της φορά των δεικτών του ρολογιού:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(A)}=\vec{\mathbf{0}} \Rightarrow \vec{\tau}_{N_\Gamma}+\vec{\tau}_{w}+\vec{\tau}_{w_1}+\vec{\tau}_{F_A}=\vec{\mathbf{0}} \Rightarrow -N_\Gamma\cdot\frac{L}{2}+w\cdot\frac{L}{2}+w_1\cdot\frac{L}{2}+0=0 \Rightarrow$$

$$-N_\Gamma\cdot\cancel{\frac{L}{2}}+w\cdot\cancel{\frac{L}{2}}+w_1\cdot\cancel{\frac{L}{2}}=0 \Rightarrow N_\Gamma=w+w_1=80\ \text{N}$$

(2 μονάδες)

Η ράβδος ισορροπεί. Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ίση με μηδέν. :

$$\Sigma\vec{F}=\vec{\mathbf{0}} \Rightarrow \vec{N}_\Gamma+\vec{w}+\vec{w}_1+\vec{F}_A=\vec{\mathbf{0}} \Rightarrow N_\Gamma-w-w_1+F_A=0 \Rightarrow$$

$$F_A=w+w_1-N_\Gamma=0$$

(3 μονάδες)

Γ2.

Παρατηρούμε από το διάγραμμα ότι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι υ_{max}=5 m/s και η περίοδος της ταλάντωσης $T=\frac{\pi}{5}\ s$.

(1 μονάδα)

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι $\omega=\frac{2\pi}{T}=10\ rad/s$.

Από την σχέση υπολογισμού της μέγιστης ταχύτητας υ_m, υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης :

$$\upsilon_{max}=\omega\cdot A \Rightarrow A=\frac{\upsilon_{max}}{\omega}=0,5\ m$$

(2 μονάδες)

Για την σταθερά επαναφοράς ισχύει:

$$D=\left(m+m_\beta\right)\cdot\omega^2 \overset{D=k}{\Rightarrow} k=\left(m+m_\beta\right)\cdot\omega^2=400\ N/m$$

(3 μονάδες)

Γ3.

Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και συνεπώς η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση, είναι η μέγιστη ταχύτητα υ_{max} της ταλάντωσης: $\upsilon_{συσ.}=\upsilon_{max}$=5 m/s

(1 μονάδα)

Το σύστημα βλήμα-σώμα Σ είναι μονωμένο στον οριζόντιο άξονα κατά την διάρκεια της κρούσης $\left(\sum\vec{F}_{εξωτ.,X}=\vec{\mathbf{0}}\right)$ και συνεπώς η ορμή του συστήματος στη διεύθυνση αυτή διατηρείται σταθερή:

Εφαρμογή Αρχής Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{αρχ,X}=\vec{p}_{τελ,X} \Rightarrow \vec{p}_{βλ.X}+\cancel{\vec{p}_{Σ}}=\vec{p}_{συσ.}$$

Αντικαθιστούμε αλγεβρικές τιμές (όλα τα διανύσματα είναι στην ίδια διεύθυνση)

$$m_\beta\cdot\upsilon_1\cdot συνθ=\left(m+m_\beta\right)\cdot\upsilon_{συσ.} \Rightarrow \upsilon_1=\frac{\left(m+m_\beta\right)\cdot\upsilon_{συσ.}}{m_\beta\cdot συνθ}=25\ m/s$$

(2 μονάδες)

Αν συμβολίσουμε με Q την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση και εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε.) προκύπτει:

$$E_{αρχ.}=E_{τελ.}+Q \Rightarrow Q=K_{αρχ,συσ}-K_{τελ,συσ.} \Rightarrow$$

(1 μονάδα)

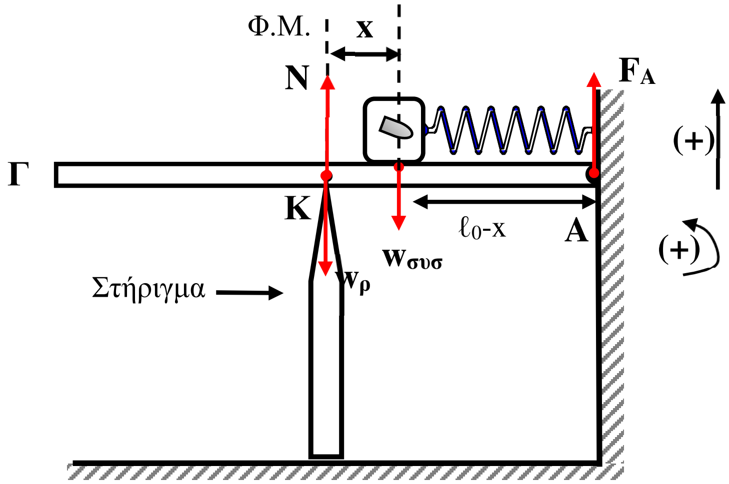
$$Q=\frac{1}{2}m_\beta\cdot\upsilon_1^2-\frac{1}{2}\left(m+m_\beta\right)\cdot\upsilon_{συσ.}^2=\frac{1}{2}1\cdot25^2-\frac{1}{2}4\cdot5^2 \Rightarrow\ Q=\frac{625}{2}-\frac{100}{2}=262,5\ J$$

(2 μονάδες)

Γ4.

Τοποθετούμε το σώμα σε μία τυχαία θέση x από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Από την ισορροπία της ράβδου:



$$\Sigma\vec{\tau}_{(A)}=\vec{\mathbf{0}}\Rightarrow\vec{\tau}_{N}+\vec{\tau}_{w}+\vec{\tau}_{w_{\sigma\upsilon\sigma.}}+\vec{\tau}_{F_A}=\vec{\mathbf{0}}\Rightarrow$$

$$-N\cdot\frac{L}{2}+w\cdot\frac{L}{2}+w_{\sigma\upsilon\sigma.}\cdot\left(\frac{L}{2}-x\right)+0=0\Rightarrow$$

$$N=\frac{w\cdot\frac{L}{2}+w_{\sigma\upsilon\sigma.}\cdot\left(\frac{L}{2}-x\right)}{L/2}\Rightarrow$$

$$N=\frac{50\cdot2+40\cdot(2-x)}{2}\Rightarrow$$

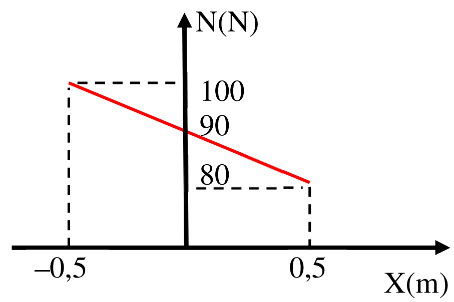
$N=90-20x$ **,** $\quad -0.5\text{m}\leq x\ 5\leq 0.5\text{m}$

(3 μονάδες)

Για x=0: N=90N

Για x=0,5m: N=80N

Για x= - 0,5m: N=100N



(4 μονάδες)

Θέμα Δ (25 Μονάδες)

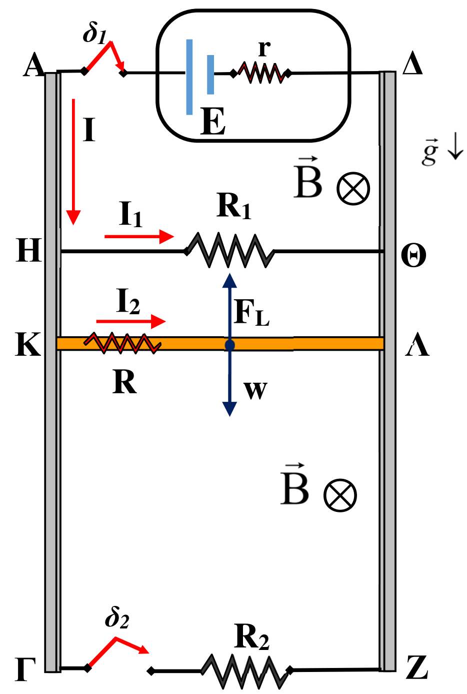
Δ1. Στο αρχικό κύκλωμα οι αντιστάτες με αντίσταση R_1 και R είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Σχεδιάζουμε τα ρεύματα που διαρρέουν το κύκλωμα και τις δυνάμεις που δέχεται ο αγωγός ΚΛ, δηλαδή το βάρος του και η δύναμη Laplace.

Ο αγωγός ισορροπεί συνεπώς:

$$\Sigma\vec{F}=\vec{\mathbf{0}}\Rightarrow\vec{F}_L+\vec{w}=\vec{\mathbf{0}}\Rightarrow F_L=w\Rightarrow B\cdot I_2\cdot L=mg\Rightarrow$$

$$I_2=\frac{mg}{B\cdot L}=\frac{4}{2}=2\ \text{A}$$

(1 μονάδα)



Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των Κ και Λ υπολογίζεται με τον νόμο του Ohm:

$$V_{K\Lambda} = I_2 \cdot R_2 = 6\ V$$ **(1 μονάδα)**

και το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη αντίστασης R_1

$$I_1 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_1} = 1\ A$$

(1 μονάδα)

Με τον πρώτο κανόνα Kirchhoff υπολογίζουμε το ρεύμα που διαρρέει την πηγή:

$$I = I_1 + I_2 = 3\ A$$

(1 μονάδα)

Τέλος η πολική τάση της πηγής ($V_{A\Delta}$) ισούται με την τάση $V_{K\Lambda}$: $V_{K\Lambda}$=6V. Για την Η.Ε.Δ. της πηγής έχουμε:

$$V_\pi = E - I \cdot r \Rightarrow E = V_\pi + I \cdot r = 6 + 3 = 9\ V$$

(1 μονάδα)

-Εναλλακτικά: Η ισοδύναμη αντίσταση των παραπάνω αντιστατών είναι:

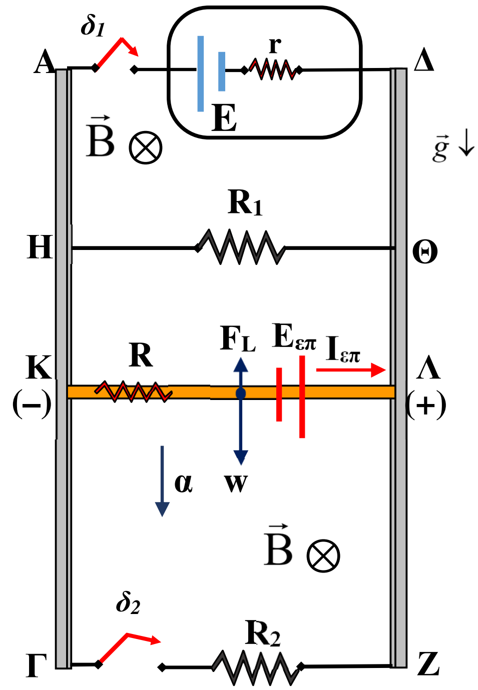
$$\frac{1}{R_{\varepsilon\xi\omega\tau.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = \frac{R_1 \cdot R}{R_1 + R} = \frac{6 \cdot 3}{6+3} = 2\ \Omega$$

και συνολικά στο κύκλωμα: $R_{o\lambda.} = R_{\varepsilon\xi\omega\tau.} + r = 2 + 1 = 3\ \Omega$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα προκύπτει:

$$I=\frac{E}{R_{ολ.}}\Rightarrow E=I\cdot R_{ολ.}=3\cdot 3=9\ V$$

Δ2.



Όταν ανοίγει ο διακόπτης $δ_1$ αρχικά μηδενίζεται η δύναμη Laplace και ο αγωγός δεχόμενος το βάρος του αρχίζει να κατέρχεται. Καθώς ο αγωγός ΚΛ κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του θα δεχτούν δύναμη Lorentz που θα προκαλέσει συσσώρευση αρνητικού φορτίου στο άκρο Κ και πλεόνασμα θετικού φορτίου στο άκρο Λ.

Έτσι αναπτύσσεται πάνω στον αγωγό μια ΗΕΔ από επαγωγή, με θετικό πόλο προς το άκρο Λ και με τιμή:

$$E_{επ}=BυL$$

Το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ υπολογίζεται από την σχέση:

$$I_{επ}=\frac{E_{επ}}{R'_{ολ}}=\frac{BυL}{R'_{ολ}}(1)$$

Και η δύναμη Laplace:

$$F_L=B\cdot I_{επ}\cdot L=B\cdot\frac{BυL}{R'_{ολ}}\cdot L\Rightarrow F_L=\frac{B^2υL^2}{R'_{ολ}}(2)$$

(1 μονάδα)

Ο αγωγός ξεκινά με μηδενική ταχύτητα και συνεπώς αρχικά θα επιταχυνθεί:

$$α=\frac{ΣF}{m}=\frac{w-F_L}{m}=\frac{mg-\frac{B^2υL^2}{R'_{ολ}}}{m}\Rightarrow\ α=g-\frac{B^2L^2}{R'_{ολ}\cdot m}υ(3)$$

Παρατηρούμε ότι η όσο μεγαλώνει η ταχύτητα τόσο μειώνεται η επιτάχυνση.

Η κίνηση του αγωγού είναι επιταχυνόμενη με επιτάχυνση το μέτρο της οποίας συνεχώς μειώνεται μέχρι που κάποια στιγμή το μέτρο της F_L θα γίνει ίσο με το μέτρο του βάρους, και κατόπιν ο αγωγός θα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Για τον υπολογισμό της οριακής ταχύτητας υπολογίζουμε την $R'_{ολ}=R+R_1=9\ Ω$.

(1 μονάδα)

Κατόπιν είτε θέτουμε στην σχέση (3) την επιτάχυνση ίση με το μηδέν είτε ισοδύναμα:

$$ΣF=0\Rightarrow w-F_L=0\Rightarrow mg=\frac{B^2υL^2}{R'_{ολ}}\Rightarrow\ υ_{ορ}=\frac{mg\cdot R'_{ολ}}{B^2L^2}(4)$$

Με αντικατάσταση προκύπτει $υ_{ορ,1}=9\ m/s$

(1 μονάδα)

Η τιμή του ρεύματος όταν ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα είναι:

$$I_{\rho\rho,1} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R'_{o\lambda}} = \frac{B\upsilon_{o\rho,1}L}{R'_{o\lambda}} = \frac{2\cdot 9\cdot 1}{9}A \rightarrow I_{o\rho,1} = = 2A\,(5)$$

$V_{K\Lambda}$ = - ($E_{\varepsilon\pi}$ - $I_{o\rho}R$) = -B·$\upsilon_{o\rho,1}$·L +$I_{o\rho,1}$R → $V_{K\Lambda}$ = -18V +2·3V→ $V_{K\Lambda}$ = - 12V

(2 μονάδες)

Δ3. Με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon L}{R'_{o\lambda}} \Rightarrow \qquad I_{\varepsilon\pi} = \frac{2}{9}\cdot\upsilon\ (\text{S.I.})\ ,\ 0 \le \upsilon \le 9\ \text{m/s}$$

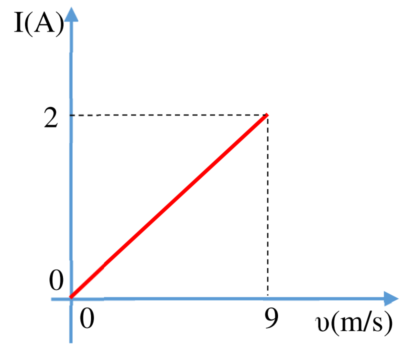
(2 μονάδες)

Η παραπάνω σχέση παριστάνει ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων:

υ=0 m/s ⇒ I=0 A

υ=9 m/s ⇒ I=2 A

(2 μονάδες)



Δ4.

Από την στιγμή που ο αγωγός έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα το ρεύμα έχει σταθερή τιμή ίση με $I_{o\rho,1}$=2A.

Από την ένταση του ρεύματος $I_{o\rho,1} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta q}{I_{o\rho,1}} \rightarrow \Delta t = 1s$

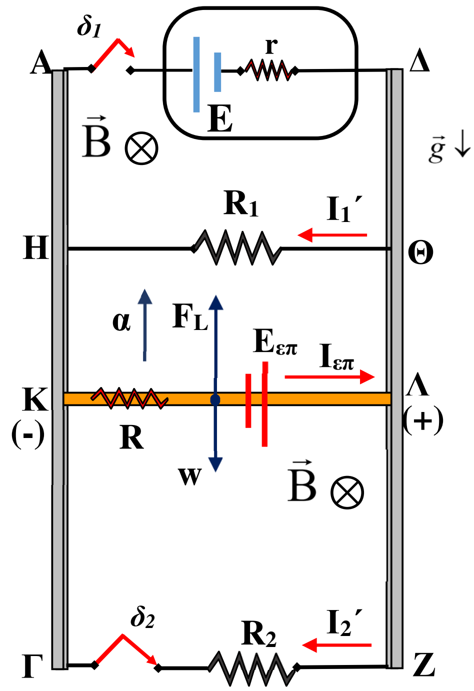
(2 μονάδες)

Για την θερμότητα στον αντιστάτη R_1 ισχύει:

$$Q_{R_1} = I^2_{\varepsilon\pi}\cdot R_1\cdot\Delta t \rightarrow Q_{R_1} = 2^2\cdot 6\cdot 1J \Rightarrow Q_{R_1} = 24J$$

(3 μονάδες)

Δ5.



Όταν κλείνει ο διακόπτης (δ2) αλλάζει εκ νέου η συνδεσμολογία του κυκλώματος. Πλέον οι αντιστάτες με αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, και η ολική αντίσταση του κυκλώματος ελαττώνεται, $R''_{ολ} < R'_{ολ}$.

Η πολικότητα του αγωγού δεν αλλάζει όπως προκύπτει με την ίδια διαδικασία του Δ2 ερωτήματος.

Λίγο πριν το κλείσιμο του διακόπτη:

$I_{ορ,1}=B\cdot υ_{ορ,1}L/R'_{ολ}=2A$

Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη: $I'= B\cdot υ_{ορ,1}L/R''_{ολ}>2A$

Επομένως $F'_L>mg$ και ο αγωγός θα επιβραδυνθεί.

$$α=\frac{ΣF}{m}=\frac{F_L-w}{m}=\frac{\frac{B^2υL^2}{R''_{ολ}}-mg}{m}\Rightarrow α=\frac{B^2L^2}{R'_{ολ}\cdot m}υ-g \quad (5)$$

Όσο το μέτρο της ταχύτητας ελαττώνεται, ελαττώνεται και το μέτρο της επιτάχυνσης, έως ότου κάποια στιγμή η επιτάχυνση μηδενιστεί και ο αγωγός να αποκτήσει εκ νέου οριακή ταχύτητα.

$$υ_{ορ,2}=\frac{mg\cdot R''_{ολ}}{B^2L^2} \quad (6)$$

(1 μονάδα)

Χρησιμοποιώντας την σχέση (6) για την νέα οριακή ταχύτητα προκύπτει ότι η οριακή ταχύτητα θα ελαττωθεί και επομένως $υ_{ορ,2}=υ_{ορ,1}/2=4{,}5m/s$. Έτσι:

$$υ_{ορ,2}=\frac{mg\cdot R''_{ολ}}{B^2L^2}\Rightarrow R''_{ολ}=\frac{υ_{ορ,2}\cdot B^2L^2}{mg}=4{,}5\ Ω$$

(2 μονάδες)

Όμως $R''_{ολ}=R_{1,2}+R \Rightarrow R_{1,2}=R''_{ολ}-R=1{,}5\ Ω$

(1 μονάδα)

Τέλος:

$$\frac{1}{R_{1,2}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow \frac{1}{R_2}=\frac{1}{R_{1,2}}-\frac{1}{R_1}\Rightarrow R_2=\frac{R_1\cdot R_{1,2}}{R_1\text{-}R_{1,2}}=\frac{6\cdot 1{,}5}{6-1{,}5}=2\ Ω$$

(2 μονάδες)