Περιστροφή στερεού σώματος

ΘΕΜΑΤΑ Α

Α.1 Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Όλα τα σημεία που περιστρέφονται έχουν:
α. την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση,
β. την ίδια γωνιακή ταχύτητα,
γ. την ίδια γραμμική, αλλά διαφορετική γωνιακή ταχύτητα.
δ. ίδια γωνιακή και ίδια γραμμική ταχύτητα.

Α.2 Δίσκος περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Δύο σημεία Α και Β απέχουν από τον άξονα περιστροφής αποστάσεις r και 2r αντιστοίχως. Τα δύο σημεία έχουν κάθε χρονική στιγμή
α. την ίδια γραμμική ταχύτητα
β. την ίδια γραμμική επιτάχυνση
γ. την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση
δ. κεντρομόλους επιταχύνσεις που συνδέονται με τη σχέση $\alpha_{κεν,Β}=2\alpha_{κεν,Α}$.

Α.3 Σφαίρα ακτίνας R=0,2m βάλλεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με αρχική οριζόντια ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_0=10m/s$. Για να κυλίεται εξ αρχής (χωρίς να ολισθαίνει) θα πρέπει να έχει και αρχική γωνιακή ταχύτητά που είναι ίση :

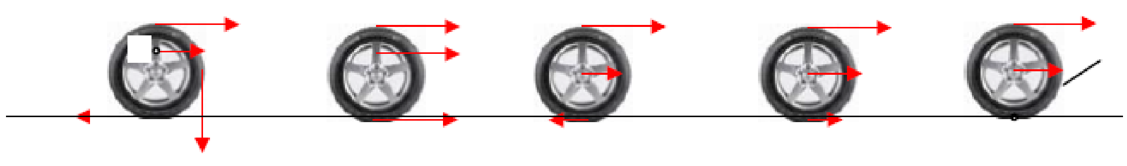
α. 100 rad/s, β.50 rad/s γ. 0 δ. 2 rad/s

Α.4 Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν υ_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση R, έχει μέτρο:

α. υ_{cm} β. $2\upsilon_{cm}$ γ. 0. δ. $\sqrt{2}\upsilon_{cm}$

Α.5 Σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Τότε
α. όλα της τα σημεία περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα
β. κανένα σημείο της σφαίρας δεν έχει στιγμιαία συνολική ταχύτητα μηδέν
γ. όλα τα σημεία της σφαίρας μεταφέρονται με την ίδια ταχύτητα
δ. το σημείο που κάθε στιγμή απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από το οριζόντιο επίπεδο έχει συνολική ταχύτητα ίση με αυτή του κέντρου μάζας.

Α.6 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας τροχός που κινείται. Σε ποια ή ποιες περιπτώσεις ο τροχός:

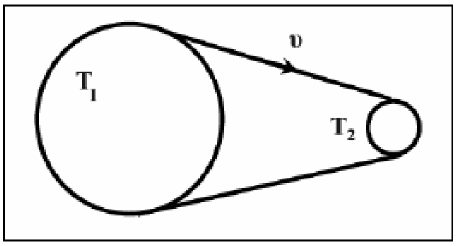


1. Κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει:
2. Μεταφέρεται χωρίς να στρέφεται :
3. Στρέφεται χωρίς να μεταφέρεται :
4. Εκτελεί σύνθετη κίνηση :

Α.7 Ομογενής τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας, υ. Στο χρονικό διάστημα που ένα σημείο της περιφέρειας του τροχού κάνει μια πλήρη περιστροφή, το κέντρο μάζας του θα έχει μετατοπιστεί κατά

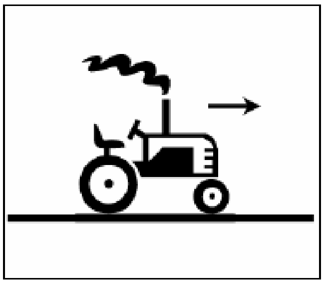
α. πR β. 2πR γ. 4πR δ. πR/2

Α.8 Οι δύο τροχοί T_1 και T_2 με ακτίνες R_1 και R_2, $R_1=4R_2$ συνδέονται με ιμάντα και στρέφονται με σταθερές γωνιακές ταχύτητες για τις οποίες ισχύει η σχέση:



α. $\frac{\omega_1}{\omega_2}=1$ β. $\frac{\omega_1}{\omega_2}=4$ γ. $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{1}{4}$ δ. $\frac{\omega_1}{\omega_2}=2$

Α.9 Το τρακτέρ κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα και οι τροχοί με ακτίνες R_1, R_2, ($R_1<R_2$) κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Αν σε χρόνο t, διαγράφουν αντίστοιχα N_1 και N_2 περιστροφές, τότε ισχύει η σχέση:

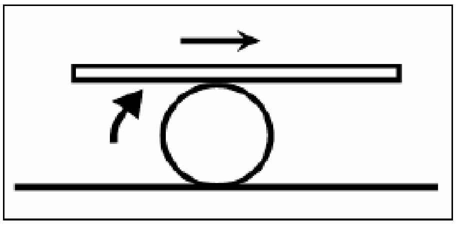


α. $\frac{N_1}{N_2}=\frac{R_2}{R_1}$ β. $\frac{N_1}{N_2}=\frac{R_1}{R_2}$ γ. $\frac{N_1}{N_2}=1$

Α.10 Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν:

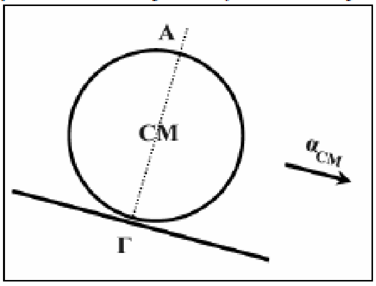
α. Αν ένα αυτοκίνητο κινείται επιβραδυνόμενα προς το Βορρά τότε το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας των τροχών του έχει κατεύθυνση προς τη Δύση και της γωνιακής επιτάχυνσης προς την Ανατολή.
β. Το κέντρο μάζας είναι ένα σημείο που μπορεί να βρίσκεται και εκτός σώματος.
γ. Ένας τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, $\alpha_{γν}$ και επιτάχυνση κέντρου μάζας, α_{cm}. Ένα τυχαίο σημείο που απέχει απόσταση r από το κέντρο μάζας έχει κάθε χρονική στιγμή επιτάχυνση, $\vec{a}=\overrightarrow{a_{cm}}+\overrightarrow{a_{γν}r}$.
δ. Ένας τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, ω. Αν το κέντρο μάζας του τροχού μετακινείται κατά Δs τότε και κάθε άλλο σημείο του τροχού στρέφεται κατά τόξο μήκους Δs.
ε. Κατά τη μεταφορική κίνηση ενός στερεού υπάρχουν σημεία που μένουν ακίνητα.

Α.11 Η οριζόντια σανίδα μήκους d εφάπτεται στο πάνω μέρος κυλίνδρου και καθώς ωθείται προς τα δεξιά παρασύρει και τον κύλινδρο σε κύλιση χωρίς όμως να ολισθαίνει ως προς αυτόν. Τότε



α. Η σανίδα μεταφέρεται με την ίδια ταχύτητα που έχει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου.
β. Αν το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει μετατοπιστεί κατά x, τότε και η σανίδα θα έχει μετατοπιστεί κατά x.
γ. Αν η σανίδα έχει μετατοπιστεί κατά x, τότε το κέντρο μάζας του κυλίνδρου θα έχει μετατοπιστεί κατά x/2.
δ. Η ταχύτητα της σανίδας και η γωνιακή ταχύτητα του τροχού έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Α.12 Ομογενής τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο με επιτάχυνση κέντρου μάζας α_{cm}. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση έχουν την ίδια διεύθυνση που ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου.



β. Η εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Α είναι $2\alpha_{cm}$
γ. Όλα τα σημεία του τροχού έχουν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση.
δ. Η συνολική επιτάχυνση κάθε σημείου είναι $\vec{a}=\overrightarrow{a_{cm}}+\overrightarrow{a_{γν}r}+\overrightarrow{a_{κεν}}$
ε. Η συνολική επιτάχυνση του σημείου Γ ισούται $\omega^2 R$, όπου ω η στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα του τροχού.

Α.13 Στερεό σώμα είναι αρχικά ακίνητο. Να αντιστοιχήσετε τις κινήσεις της αριστερής στήλης με τις συνθήκες της δεξιάς:

α. Ισορροπία	1. $\Sigma \vec{F}=0, \Sigma\tau\neq 0$
β. Μόνο μεταφορική	2. $\Sigma \vec{F}\neq 0, \Sigma\tau=0$
γ. Μόνο περιστροφική	3. $\Sigma \vec{F}\neq 0, \Sigma\tau\neq 0$
δ. Μεταφορική και περιστροφική	4. $\Sigma \vec{F}=0, \Sigma\tau=0$

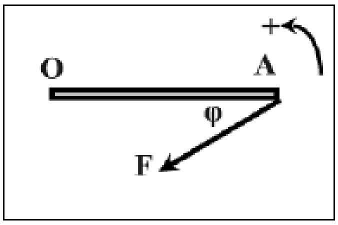
Α.14 Στερεό σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών ομοεπίπεδων δυνάμεων. Τότε
α. είναι και οι τρεις συγγραμμικές
β. πρέπει και οι τρεις να είναι παράλληλες
γ. αν δεν είναι παράλληλες θα πρέπει οι φορείς τους να διέρχονται από το ίδιο σημείο
δ. η συνισταμένη των δύο εξ αυτών είναι αντίθετη από την τρίτη δύναμη.

Α.15 Ράβδος ισορροπεί πάνω σε τραπέζι, ενώ μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το μέσον της. Στη ράβδο ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με αυτήν. Συνεπώς
α. οι δυνάμεις αποτελούν ζεύγος
β. είναι μεταξύ τους παράλληλες
γ. είναι συγγραμμικές
δ. η συνισταμένη ροπής τους είναι μηδέν.

Α.16 Ένα στερεό σώμα ισορροπεί όταν
α. η συνισταμένη δύναμη που δέχεται είναι μηδέν
β. η συνισταμένη ροπή που δέχεται είναι μηδέν
γ. δέχεται πάνω από δύο δυνάμεις
δ. η συνισταμένη ροπή και η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν

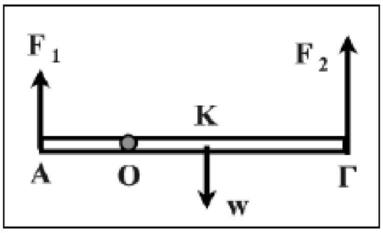
Α.17 Ένα ζεύγος δυνάμεων αποτελείται από δύο
α. δυνάμεις ίσου μέτρου.
β. ίσες δυνάμεις με παράλληλους φορείς.
γ. δυνάμεις με ίσα μέτρα, αντίθετη κατεύθυνση και παράλληλους φορείς.
δ. δυνάμεις με συνολική ροπή μηδέν.

Α.18 Η ράβδος ΟΑ, μήκους L, μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν η ράβδος και η δύναμη, F. Η ροπή της δύναμης ως προς αυτόν τον άξονα είναι:



α. 0 β. F·Lημφ γ. –F·L·ημφ δ. –F·L·συνφ

Α.19 Η ομογενής ράβδος ΑΓ, βάρους w, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο. Δύο δυνάμεις F_1, F_2 ασκούνται στα άκρα Α και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί. Ποιες από τις σχέσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;



α. $F_1(ΟΑ)= F_2(ΟΓ)$ β. $F_1+F_2-w=0$

γ. $\Sigma\tau_O=0$ δ. $F_1(ΟΑ) + w(ΟΚ)-F_2(ΟΓ)=0$

Α.34 Αν σε ένα στερεό σώμα ισχύουν ταυτόχρονα $\Sigma\vec{F}=0$ και $\Sigma\tau=0$ τότε το σώμα μπορεί
α. να βρίσκεται σε ηρεμία.
β. να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή μεταφορική κίνηση.
γ. να εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση.
δ. ισχύουν όλα τα προηγούμενα.

Α.39 Σε ένα σώμα ασκούνται δύο μόνο δυνάμεις και το σώμα κάνει μόνο μεταφορική κίνηση με σταθερή ταχύτητα του κέντρου μάζας. Τότε
α. οι δυνάμεις αποτελούν ζεύγος.
β. οι δυνάμεις είναι αντίθετες.
γ. οι φορείς των δυνάμεων διέρχονται από το κέντρο μάζας και οι δυνάμεις είναι αντίθετες.
δ. ο φορέας της συνισταμένης των δυνάμεων περνά από το κέντρο μάζας.

Α.42 Η στροφορμή ενός υλικού σημείου μάζας m που περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r με γραμμική ταχύτητα μέτρου, υ:
α. Έχει μονάδα μέτρησης το 1 $kg\cdot m^2/s$.
β. Έχει μέτρο $L=m\upsilon r^2$.
γ. Είναι μονόμετρο μέγεθος.
δ. Έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$.

Α.44 Για να μείνει σταθερή η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα πρέπει:
α. Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται να είναι μηδέν.
β. Να μην δέχεται καθόλου δυνάμεις.
γ. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δέχεται να είναι σταθερό.
δ. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δέχεται να είναι μηδέν.

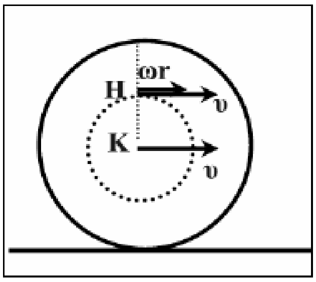
Απαντήσεις

Α1(β), Α2(δ), Α3(β), Α4(δ), Α5(γ), Α6(1-ε,2–β, 3–α, 4–γδε), Α7(β), Α8(γ), Α9(α), Α10(ΣΣΛΛΛ), Α11(γ), Α12(αβδε), Α13(α–4,β–2,γ–1,δ–4), Α14(γ), Α15(δ), Α16(δ), Α17(γ), Α18(γ), Α19(γδ),

Α34(δ), Α39(γ), Α42(α). Α44(δ),

ΘΕΜΑΤΑ Β

Β.1 Ο τροχός ακτίνας R, που φαίνεται στο σχήμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα υ. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων Η και Ζ που απέχουν από το κέντρο μάζας, Κ, αποστάσεις R/2 και βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο με αυτό, είναι:



α. $υ_Η=3υ/2$ και $υ_Ζ=υ/2$
β. $υ_Η=υ/2$ και $υ_Ζ=3υ/2$
γ. $υ_Η=υ/2$ και $υ_Ζ=υ/2$

Απάντηση:

Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και ισχύει ότι υ=ωR. Τα σημεία Η και Ζ απέχουν απόσταση r=R/2 από το κέντρο μάζας, Κ και έχουν ταυτόχρονα δύο ταχύτητες, μια μεταφορική ίση με αυτή του κέντρου μάζας, $\vec{υ}$ και μια γραμμική λόγω περιστροφής ίση με $\vec{ωr}$ όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού. Η συνισταμένη αυτών των ταχυτήτων είναι η ταχύτητα των σημείων και υπολογίζεται ως διανυσματικό άθροισμα: $\vec{υ}_Η=\vec{υ}+\vec{ωr}$ και $\vec{υ}_Ζ=\vec{υ}+\vec{ωr}$

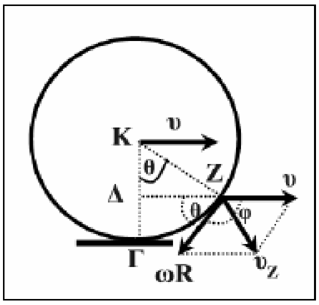
$$υ_Η=υ+ωr=υ+ω\frac{R}{2}=υ+\frac{υ}{2}=3\frac{υ}{2} \rightarrow \mathbf{υ_Η=3\frac{υ}{2}}$$

$$υ_Ζ=υ-ωr=υ-ω\frac{R}{2}=υ-\frac{υ}{2}=\frac{υ}{2} \rightarrow \mathbf{υ_Ζ=\frac{υ}{2}}$$

Άρα σωστό είναι το **(α)**.

Β.2 Ο τροχός ακτίνας R, που φαίνεται στο σχήμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα υ. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Ζ που βρίσκεται στην περιφέρεια και απέχει από το έδαφος απόσταση R/2 είναι:

α. υ β. 3υ/2 γ. 2υ δ. 0



Απάντηση:

Το σημείο Ζ απέχει από το έδαφος απόσταση R/2 , άρα (ΔΓ)=R/2 και (ΚΔ)=R/2 άρα,
$συνθ=\frac{ΚΔ}{ΚΖ}=\frac{1}{2} \rightarrow θ=60^0$.

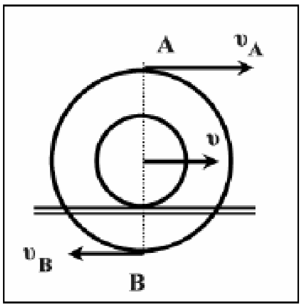
Το σημείο Ζ έχει δύο ταχύτητες μια λόγω μεταφοράς ίση με την ταχύτητα υ του κέντρου μάζας και μια ωR λόγω περιστροφής που είναι εφαπτόμενη στην περιφέρεια του τροχού. Επειδή όμως ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει ότι υ=ωR. Η συνολική ταχύτητα του Ζ θα είναι το διανυσματικό άθροισμα των δύο αυτών ταχυτήτων που σχηματίζουν γωνία, φ, όπου $φ=180^0-θ=120^0$.

$$\vec{υ}_Ζ=\vec{υ}+\vec{ωR}$$

$υ_Ζ=\sqrt{υ^2+(ωR)^2+2υ(ωR)συν120^0}=\sqrt{υ^2+υ^2+2υ^2(-0,5)} \rightarrow \mathbf{υ_Ζ=υ}$. Άρα σωστό είναι το **(α)**.

B.3 Καρούλι με εσωτερική ακτίνα R και εξωτερική 2R κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω σε μια οριζόντια ράγα με την εσωτερική του επιφάνεια να εφάπτεται στη ράγα, όπως στο σχήμα. Αν υ_A είναι το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου (A) και υ_B το μέτρο του κατώτερου σημείου B, τότε ισχύει:

α. $\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A}=0$ β. $\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A}=3$ γ. $\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A}=\frac{1}{3}$



Απάντηση:

Το καρούλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με την εσωτερική του επιφάνεια ακτίνας R να εφάπτεται της ράγας. Συνεπώς η ταχύτητα του κέντρου μάζας, υ θα ισούται με ωR. Η ταχύτητα στα σημεία A και B θα προκύψει ως διανυσματικό άθροισμα της υ και της ταχύτητας λόγω περιστροφής που είναι ω·2R. Τα μέτρα των ταχυτήτων θα είναι:

$\upsilon=\omega R$

$\upsilon_A=\upsilon+\omega\cdot 2R=\upsilon+2\upsilon=3\upsilon$

$\upsilon_B=|\upsilon-\omega\cdot 2R|=|\upsilon-2\upsilon|=\upsilon$ Άρα: $\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A}=\frac{\upsilon}{3\upsilon}\rightarrow \boldsymbol{\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A}=\frac{1}{3}}$ Σωστό είναι το **(γ).**

B.4 Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή δύο σημεία A και B της κατακόρυφης διαμέτρου που απέχουν ίσες αποστάσεις από το κέντρο έχουν ταχύτητες $\upsilon_A=10m/s$ και $\upsilon_B=4m/s$. Η ταχύτητα υ του κέντρου μάζας του τροχού είναι:

α. 6m/s β. 7m/s γ. 14m/s δ. 14m/s

Απάντηση:

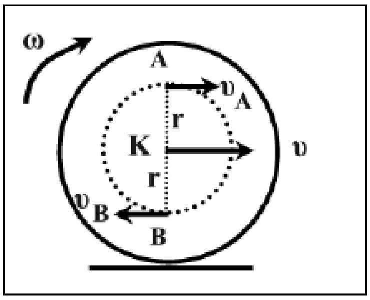
Τα σημεία A και B που απέχουν ίσες αποστάσεις r από το κέντρο μάζας K θα έχουν τις ίδιες ταχύτητες λόγω περιστροφής ωr. Ταυτόχρονα θα έχουν και ταχύτητα λόγω μεταφοράς, υ. Η συνολική ταχύτητα του κάθε σημείου θα είναι:

$\vec{\upsilon_A}=\vec{\upsilon}+\vec{\omega r}$ και $\vec{\upsilon_B}=\vec{\upsilon}+\vec{\omega r}$ και κατά μέτρο:

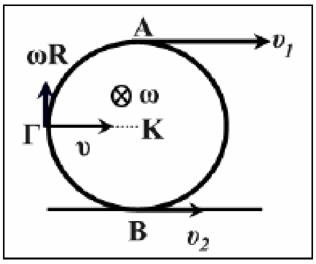
$\upsilon_A=\upsilon+(\omega r)$ (1) και $\upsilon_B=\upsilon-(\omega r)$ (2)

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (1) και (2) και έχουμε:

$\upsilon_A+\upsilon_B=2\upsilon\rightarrow\upsilon=\frac{\upsilon_A+\upsilon_B}{2}\rightarrow\boldsymbol{\upsilon=7m/s}$ Σωστό είναι το **(β)**



B.5 Για την κίνηση του κυλίνδρου που φαίνεται στο σχήμα γνωρίζουμε ότι $υ_1$=30m/s και $υ_2$=10m/s. Ως θετική θεωρείται η κατεύθυνση προς τα δεξιά.



Ι. Ο κύλινδρος

α. μεταφέρεται χωρίς να περιστρέφεται β. κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει

γ. περιστρέφεται χωρίς να μεταφέρεται δ. μεταφέρεται και περιστρέφεται

ΙΙ. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας, Κ, είναι:

α. υ=10m/s β. υ=30m/s γ. υ=25m/s δ.υ=20m/s

ΙΙΙ. Η ταχύτητα του σημείου Γ είναι: α. $10\sqrt{2}$m/s β. $10\sqrt{3}$m/s γ. $10\sqrt{5}$m/s

Απάντηση:

Ι. Αφού το σημείο Β έχει ταχύτητα $υ_2 \neq 0$ η κίνηση δεν μπορεί να κύλιση χωρίς ολίσθηση. Αφού $υ_1 \neq υ_2$ δεν μπορεί να είναι και μεταφορά. Αφού οι $υ_1$, $υ_2$ έχουν ίδια κατεύθυνση δεν μπορεί να είναι περιστροφή. Η κίνηση είναι σύνθετη αποτελούμενη από μεταφορά και περιστροφή. Άρα σωστό είναι το **(δ)**.

ΙΙ. Υποθέτουμε ότι το κέντρο μάζας κινείται με ταχύτητα, υ προς τα δεξιά και ο κύλινδρος περιστρέφεται δεξιόστροφα.

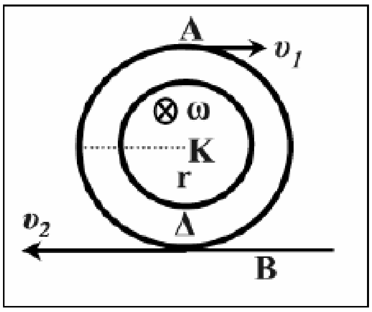
$υ_A = υ+ωR \rightarrow υ_1=υ+ωR$ (1)

(1)+(2)$\rightarrow υ_1+υ_2=2υ \rightarrow$ **υ=20m/s** σωστό είναι το **(δ)**

$υ_B=υ-ωR \rightarrow υ_2=υ-ωR$ (2)

ΙΙΙ. Από (1)–(2)$\rightarrow υ_1-υ_2=2ωR \rightarrow ωR=10$m/s $υ_Γ=\sqrt{υ^2+(ωR)^2} \rightarrow υ_Γ=10\sqrt{5}$m/s Σωστό το **(γ)**

B.6 Για την κίνηση του κυλίνδρου που φαίνεται στο σχήμα γνωρίζουμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων είναι $υ_1$=10m/s και $υ_2$=20m/s. Ως θετική θεωρείται η κατεύθυνση προς τα δεξιά.



Ι. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι:

α. υ=–5m/s β. υ=5m/s γ. υ=–15m/s

ΙΙ. Η ταχύτητα του σημείου Δ που απέχει r=R/2 από το Κ είναι:

α. 12,5m/s β. –12,5m/s γ. –10m/s

Απάντηση

Ι. Υποθέτουμε ότι ο κύλινδρος κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα υ και με δεξιόστροφη περιστροφή.

$υ_1= υ + ωR$ (1)

$υ_2=ωR-υ$ (2) Από (1)–(2)$\rightarrow υ_1-υ_2=2υ \rightarrow$ **υ= –5m/s** Σωστό είναι το **(α)**

Από (2)$\rightarrow ωR=υ_2+υ \rightarrow ωR=20$m/s–5m/s$\rightarrow ωR=15$m/s

Συνεπώς το κέντρο μάζας Κ του κυλίνδρου κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου υ=5m/s ενώ η περιστροφή είναι δεξιόστροφη. Κοινώς παίρνει ανάποδες στροφές.

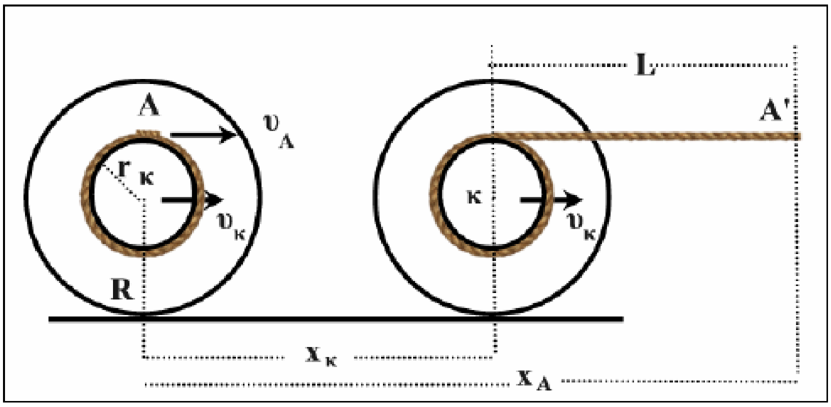
ΙΙ. Η ταχύτητα του Δ είναι: $υ_Δ=υ-ωr \rightarrow υ_Δ=υ-(ωR/2)=-5$m/s – 7,5m/s$\rightarrow$ **$υ_Δ$=–12,5m/s**

Β.7 Στο σχήμα φαίνεται τροχός ακτίνας R που έχει μια προεξοχή που σχηματίζει αυλάκι ακτίνας r<R. Στο αυλάκι είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα. Τραβάμε το άκρο Α του νήματος με σταθερή ταχύτητα, υ_A, και το νήμα ξετυλίγεται ενώ ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Μέσα στο χρονικό διάστημα που ο τροχός θα διαγράψει μια πλήρη περιστροφή, το σημείο Α έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά:

α. $2\pi R$ β. $2\pi r$ γ. $2\pi(R+r)$

Απάντηση

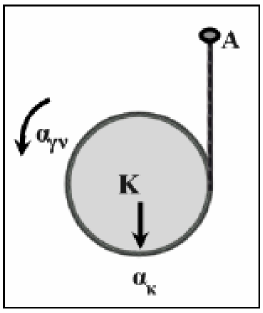
Ο τροχός μετατοπίζεται με ταχύτητα κέντρου μάζας $\vec{\upsilon_K}$ και περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω. Το σημείο Α θα έχει ταχύτητα που είναι το διανυσματικό άθροισμα της $\vec{\upsilon_K}$ και της γραμμικής ταχύτητας, λόγω περιστροφής $\vec{\omega r}$ όπου $\omega=\upsilon_\kappa/R$.



$$\upsilon_A=\upsilon_\kappa+\omega r=\upsilon_\kappa+\frac{\upsilon_\kappa}{R}r \rightarrow \upsilon_A=\upsilon_\kappa\frac{R+r}{R}$$

Το νήμα είναι τυλιγμένο στο αυλάκι ακτίνας r.Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται για στροφή του τροχού κατά Δθ είναι $L=r\cdot\Delta\theta$. Για μια πλήρη περιστροφή, γωνίας $\Delta\theta=2\pi$ rad, το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται γίνεται, $L=2\pi r$ (1)
Η μετατόπιση του κέντρου μάζας τροχού Κ, για μια πλήρη περιστροφή είναι αντίστοιχα, $x_\kappa=2\pi R$ (2)
Η μετατόπιση του άκρου του νήματος από τη θέση Α στη θέση Α′ είναι x_A και, όπως φαίνεται στο σχήμα, θα ισούται με:
$x_A=x_\kappa+L=2\pi R+2\pi r \rightarrow$ $\mathbf{x_A=2\pi(R+r)}$ Άρα σωστό είναι το **(γ)**.
* Αν το αυλάκι είχε ακτίνα R, όση και του τροχού, τότε θα ήταν, $x_A=2\pi(R+R)=4\pi R$, δηλαδή διπλάσια από τη μετατόπιση του κέντρου μάζας, Κ.

Β.8 Στο δίσκο (γιο–γιο) ακτίνας R, που φαίνεται στο σχήμα, καθώς το σχοινί ξετυλίγεται, το κέντρο μάζας του Κ, κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση α_κ ενώ ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\nu}$. Το άκρο του σχοινιού Α μπορεί να κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση α_A. Να βρεθούν οι σχέσεις του συνδέουν τα μέτρα των τριών επιταχύνσεων α_A, α_κ και $\alpha_{\gamma\nu}$ στις περιπτώσεις που ακολουθούν:



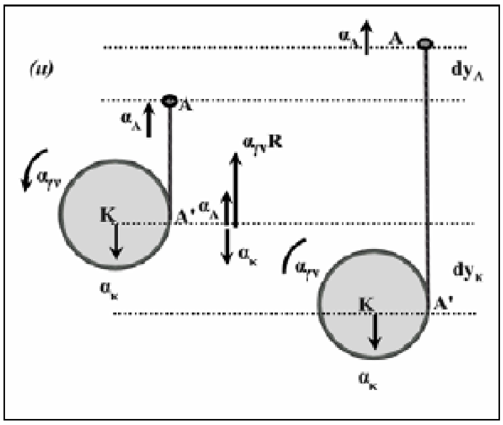
Ι. Το σημείο Α μένει ακίνητο και το κέντρο Κ πέφτει.
ΙΙ. Το σημείο Α ανεβαίνει και το κέντρο Κ πέφτει.
ΙΙΙ. Το σημείο Α και το κέντρο Κ ανεβαίνουν.

Απάντηση

Ι. Η μετατόπιση dy_κ του κέντρου μάζας σε χρόνο dt ισούται με το μήκος του νήματος, που ξετυλίγεται στον ίδιο χρόνο. Αλλά το μήκος του νήματος θα ισούται με το μήκος του τόξου που διαγράφει ένα σημείο της περιφέρειας του δίσκου, δηλαδή, $ds=Rd\theta$, όπου R η ακτίνα και dθ η γωνία στροφής.

$$dy_\kappa=Rd\theta \rightarrow \frac{dy_\kappa}{dt}=\frac{Rd\theta}{dt} \rightarrow \upsilon_\kappa=R\omega \rightarrow \frac{d\upsilon_\kappa}{dt}=\frac{d(R\omega)}{dt} \rightarrow \boldsymbol{\alpha_\kappa=R\alpha_{\gamma\nu}}$$

II. Το μήκος dl του νήματος που ξετυλίγεται τώρα θα ισούται με την μετατόπιση του κέντρου μάζας προς τα κάτω αλλά και τη μετατόπιση του άκρου Α του νήματος προς τα πάνω, dy_A, (βλέπε σχήμα, ii).



$dl = dy_\kappa + dy_A \rightarrow Rd\theta = dy_\kappa + dy_A \rightarrow \dfrac{Rd\theta}{dt} = \dfrac{dy_\kappa}{dt} + \dfrac{dy_A}{dt} \rightarrow \omega R = \upsilon_\kappa + \upsilon_A \rightarrow$

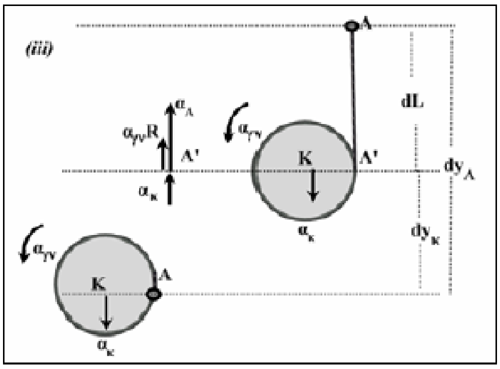
$\dfrac{d(R\omega)}{dt} = \dfrac{d\upsilon_\kappa}{dt} + \dfrac{d\upsilon_A}{dt} \rightarrow \alpha_{\gamma\nu} R = \alpha_\kappa + \alpha_A \rightarrow \boldsymbol{\alpha_A = \alpha_{\gamma\nu} R - \alpha_\kappa}$

<u>2^ος^ τρόπος:</u>

Από το σχήμα μπορούμε να δούμε ότι κάθε σημείο του σχοινιού έχει την ίδια επιτάχυνση με το άκρο Α, άρα και το σημείο που κάθε φορά εφάπτεται στο δίσκο όπως το Α′

Στο σημείο Α′ συντίθενται οι επιταχύνσεις λόγω περιστροφής $\alpha_{\gamma\nu} R$ και η επιτάχυνση λόγω μεταφοράς α_κ που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Αλλά η συνισταμένη τους είναι η α_A με φορά προς τα <u>πάνω αφού το Α ανεβαίνει</u>. Άρα από τη σύνθεση των διανυσμάτων έχουμε: $\alpha_A = \alpha_{\gamma\nu} R - \alpha_\kappa$

III. Η κατακόρυφη ανύψωση dy_A του σημείου Α ισούται με το άθροισμα του μήκους του νήματος dL=Rdθ που ξετυλίγεται και της μετατόπισης dy_K του κέντρου μάζας προς τα κάτω, (Σχ. iii).



$dy_A = Rd\theta + dy_\kappa \rightarrow \dfrac{dy_A}{dt} = \dfrac{Rd\theta}{dt} + \dfrac{dy_\kappa}{dt} \rightarrow \upsilon_A = \omega R + \upsilon_\kappa \rightarrow$

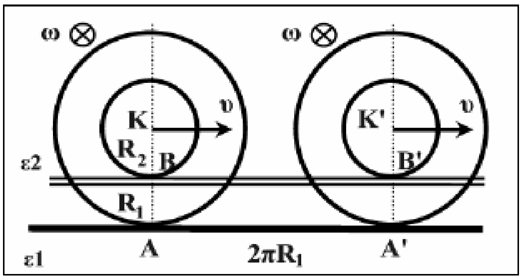
$\dfrac{d\upsilon_A}{dt} = \dfrac{d(R\omega)}{dt} + \dfrac{d\upsilon_\kappa}{dt} \rightarrow \boldsymbol{\alpha_A = \alpha_{\gamma\nu} R + \alpha_\kappa}$

<u>2^ος^ τρόπος:</u>

Από το σχήμα μπορούμε να δούμε ότι κάθε σημείο του σχοινιού έχει την ίδια επιτάχυνση με το άκρο Α, άρα και το σημείο που κάθε φορά εφάπτεται στο δίσκο όπως το Α′.Στο σημείο Α′ συντίθενται οι επιταχύνσεις λόγω περιστροφής $\alpha_{\gamma\nu} R$ και η επιτάχυνση λόγω μεταφοράς α_κ που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Αλλά η συνισταμένη τους είναι η α_A με φορά προς τα <u>πάνω αφού το Α ανεβαίνει</u>. Άρα από τη σύνθεση έχουμε: $\alpha_A = \alpha_{\gamma\nu} R + \alpha_\kappa$

Β9. Δύο ομόκεντρου κύλινδροι με ακτίνες R_1, R_2 ($R_2 < R_1$) είναι καλά συνδεδεμένοι μεταξύ τους και αποτελούν ένα ενιαίο σύστημα που κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο (ε_1). Ταυτόχρονα ο μικρότερος τροχός κυλίεται πάνω σε παράλληλο επίπεδο (ε_2), όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν ο κύλινδρος κάνει μια πλήρη περιστροφή και το σημείο Α μετατοπιστεί οριζόντια κατά $2\pi R_1$, τότε το σημείο Β θα έχει μετατοπιστεί κατά



α. $2\pi R_1$ β. $2\pi R_2$ γ. $2\pi(R_1 - R_2)$ δ. $2\pi(R_1 + R_2)$

Απάντηση

Ο τροχός ακτίνας R_1 κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο (1) και αν κάνει μια πλήρη περιστροφή (Δθ=2π rad) το κέντρο μάζας του, Κ, θα έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = R_1 \cdot \Delta\theta = 2\pi R_1$. Μαζί με το Κ θα μετατοπιστεί και κάθε σημείο του κυλίνδρου άρα και το Β, δηλαδή κατά $2\pi R_1$, άρα σωστό είναι **(α)**.

* Κάποιος θα έλεγε ότι ταυτόχρονα και ο μικρότερος τροχός κάνει μια περιστροφή συνεπώς και το B θα έπρεπε να μετατοπιστεί οριζόντια στο δικό του επίπεδο ε_2 κατά $2\pi R_2 \neq 2\pi R_1$. Άρα υπάρχει κάποιο παράδοξο. Όμως αυτό είναι λάθος γιατί ο τροχός R_1 δεν κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση, αφού το σημείο B δεν έχει ταχύτητα μηδέν.

$\upsilon=\omega R_1$ $\qquad \upsilon_A=\upsilon-\omega R_1=0$

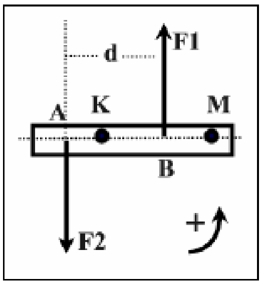
Αλλά: $\upsilon_B=\upsilon-\omega R_2 \rightarrow \upsilon_B=\omega(R_1-R_2)\neq 0$ ή $\upsilon_B=\upsilon\left(1-\dfrac{R_2}{R_1}\right)$

Το σημείο A δεν έχει ταχύτητα συνεπώς σε χρόνο μιας περιόδου, T, διαγράφει γωνία τόξου $\Delta\theta=\omega T$ και μήκος τόξου $\Delta s_A=R_1\Delta\theta=R_1\omega T=2\pi R_1$.

Το B έχει ταχύτητα υ_B προς τα δεξιά άρα μετατοπίζεται κατά $x_1=\upsilon_B T=\omega(R_1-R_2)T=2\pi(R_1-R_2)$ ενώ ταυτόχρονα διαγράφει και αντίθετο τόξο μήκους $x_2=\omega R_2 T=2\pi R_2$

Άρα: $\Delta s_B=x_1-x_2=2\pi(R_1-R_2)-2\pi R_2=2\pi R_1$. Δεν υπάρχει κανένα παράδοξο.

B.10 Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων του σχήματος που έχουν ίσα μέτρα είναι:
α. Μεγαλύτερη ως προς το σημείο K
β. Μεγαλύτερη ως προς το σημείο M.
γ. Ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.



Απάντηση

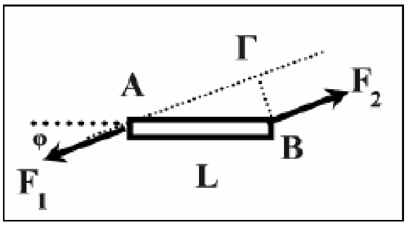
Υπολογίζω τη συνολική ροπή ως προς το K:
$\tau_K=F_1(KB)+F_2(KA)=F[(KA)+(KB)]=F(AB)=Fd \rightarrow \tau_K=Fd \quad (1)$

Υπολογίζω τη συνολική ροπή ως προς το M:
$\tau_M=F_2(MA)-F_1(MB)=F[(MA)-(MB)]=F(AB)=Fd \rightarrow \tau_M=Fd \quad (2)$

Άρα η ροπή του ζεύγους των δυνάμεων είναι το ίδιο για κάθε σημείο, Σωστό είναι το **(γ).**

B.11 Στη ράβδο AB, μήκους L ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων με $F_1=F_2=F$ και $\varphi=30^0$. Η ροπή του ζεύγους είναι:

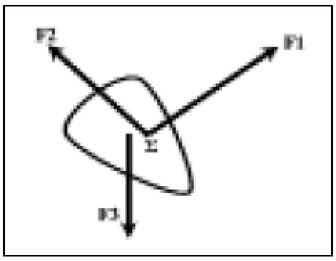
α. $F\cdot L/2$ $\qquad$ β. $FL\sqrt{3}/2$ $\qquad$ γ. $F\cdot L$



Απάντηση

Οι F_1, F_2 αποτελούν ζεύγος δυνάμεων που οι φορείς τους απέχουν απόσταση, (ΒΓ)= Lημφ.
$\tau=F\cdot d=F\cdot L\eta\mu\varphi=F\cdot L\eta\mu 30^0=F\cdot L/2 \rightarrow$ **$\tau=F\cdot L/2$** $\qquad$ Σωστό είναι το **(α)**.

B.12 Ένα στερεό σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών μη παράλληλων δυνάμεων. Να εξηγήσετε γιατί οι φορείς τους πρέπει να διέρχονται από το ίδιο σημείο.

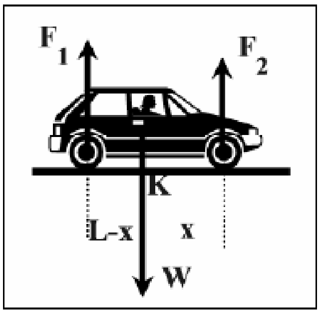


Απάντηση

Το σώμα ισορροπεί συνεπώς $\Sigma\tau=0 \rightarrow \tau_1+\tau_2+\tau_3=0$. Αν πάρουμε τις ροπές των δύο δυνάμεων ως προς το σημείο τομής τους, Σ, τότε αυτές είναι μηδενικές. Άρα πρέπει και η ροπή της τρίτης να είναι μηδέν, δηλαδή $\tau_3=0$, οπότε θα πρέπει και ο φορέας της τρίτης δύναμης να διέρχεται από το ίδιο σημείο.

Β.13 Η απόσταση μεταξύ του άξονα των πίσω τροχών και του άξονα των μπροστινών τροχών ενός αυτοκινήτου είναι 3m. Το βάρος του αυτοκινήτου κατανέμεται κατά 55% στους πίσω τροχούς και κατά 45% στους μπροστινούς. Το κέντρο βάρους του αυτοκινήτου βρίσκεται σε απόσταση x πίσω από το μπροστινό άξονα:

α. x=1,65m β. x=1,55m γ. x=1,45m



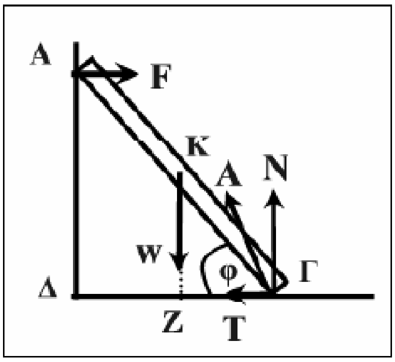
Απάντηση:

Στους τροχούς ασκούνται οι αντιδράσεις του εδάφους που σύμφωνα με τα δεδομένα είναι F_1=0,55w και F_2=0,45w, όπου w το βάρος του αυτοκινήτου που ασκείται στο κέντρο βάρους, K. Το K απέχει x από τον μπροστινό άξονα και L–x από τον πίσω. Αφού το σύστημα ισορροπεί έχουμε:

$\Sigma\tau_K=0 \rightarrow F_2x - F_1(L-x)=0 \rightarrow 0{,}45w\cdot x=0{,}55w(3-x) \rightarrow \ldots \rightarrow x=1{,}65m$ Σωστό είναι το **(α)**

Β.14 Η ομογενής δοκός μήκους ΑΓ=L ισορροπεί μεταξύ ενός λείου κατακόρυφου τοίχου και του πατώματος. Η γωνία μεταξύ της δοκού και του πατώματος είναι φ. Ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ της δοκού και του πατώματος είναι μ_σ. Η ελάχιστη τιμή της γωνίας φ για την οποία η ράβδος δεν ολισθαίνει πάνω στο πάτωμα δίνεται από τη σχέση:

α. $\varepsilon\varphi\varphi_{min}=1/\mu_\sigma$ β. $\varepsilon\varphi\varphi_{min}=1/2\mu_\sigma$ γ. $\varepsilon\varphi\varphi_{min}=\mu_\sigma$



Απάντηση:

Η ράβδος μήκους L ισορροπεί υπό την επίδραση των δυνάμεων:
Του βάρους της w, της κάθετης αντίδρασης, F του τοίχου, αφού αυτός είναι λείος, και της αντίδρασης A του εδάφους. Η A αναλύεται σε δύο συνιστώσες στην οριζόντιας αντίδραση του εδάφους που είναι η δύναμη της στατικής τριβής, T και την κάθετη αντίδραση του εδάφους, N. Αφού ισορροπεί ισχύουν οι τρεις συνθήκες ισορροπίας:

$$\Sigma\tau_\Gamma = \rightarrow w(Z\Gamma) - F(A\Delta)=0 \rightarrow F=w\frac{(Z\Gamma)}{(A\Delta)}=w\frac{\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi}{L\eta\mu\varphi} \rightarrow F=\frac{w}{2\varepsilon\varphi\varphi} \quad (1)$$

$$\Sigma F_x=0 \rightarrow F-T=0 \rightarrow F=T \quad (2) \qquad \text{Από (1),(2)} \rightarrow T=\frac{w}{2\varepsilon\varphi\varphi} \quad (4)$$

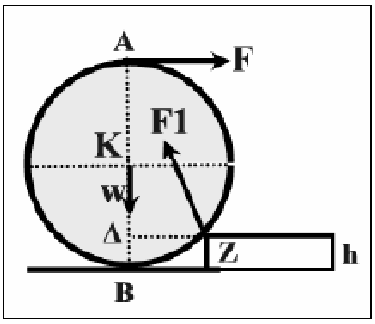
$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N-w=0 \rightarrow N=w \quad (3)$$

Για να μην ολισθαίνει θα πρέπει $T<\mu_\sigma N \rightarrow \mu_\sigma>\frac{T}{N} \xrightarrow{(3)(4)} \mu_\sigma>\frac{\frac{w}{2\varepsilon\varphi\varphi}}{w} \rightarrow \mu_\sigma>\frac{1}{2\varepsilon\varphi\varphi} \rightarrow \varepsilon\varphi\varphi>\frac{1}{2\mu_\sigma} \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\varphi_{min}=\frac{1}{2\mu_\sigma}}$

Άρα σωστό είναι το **(β).**

Β.15 Κυλινδρικό ομογενές βαρέλι ακτίνας R και βάρους w βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και στηρίζεται σ' αυτό με την κυλινδρική του επιφάνεια. Το βαρέλι ακουμπάει σε σκαλοπάτι ύψους h=R/4
Η ελάχιστη δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί στο σημείο A και σε οριζόντια κατεύθυνση ώστε το βαρέλι να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο έδαφος είναι η

α. $F_{min}=w\sqrt{7}/7$ β. $F_{min}=w$ γ. $F_{min}=w\sqrt{7}$



Απάντηση

Αν η F έχει την κατάλληλη τιμή ώστε το βαρέλι να χάσει την επαφή του με το πάτωμα η αντίδραση N του πατώματος μηδενίζεται. Για να συμβεί αυτό πρέπει $\tau_F \geq \tau_w$ ως προς το σημείο περιστροφής Z.

$\tau_F \geq \tau_w \rightarrow F(A\Delta) \geq w(\Delta Z) \rightarrow F \geq \frac{w(\Delta Z)}{A\Delta}$ (1)

$(\Delta Z) = \sqrt{R^2 - (K\Delta)^2} = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{h(2R-h)} = \frac{R}{4}\sqrt{7}$ (2)

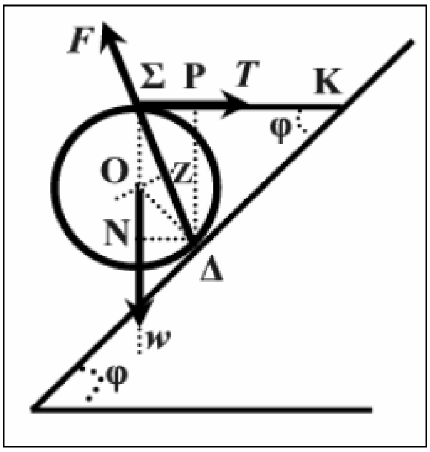
$(A\Delta) = 2R - h = 7R/4$ (3)

$(1) \rightarrow F \geq w\sqrt{7}/7 \rightarrow \mathbf{F_{min} = w\sqrt{7}/7}$ Άρα σωστό είναι το **(α)**

* Αν το βαρέλι ξεκολλήσει από το έδαφος θα υπερπηδήσει το εμπόδιο γιατί όσο ανεβαίνει θα αυξάνεται η ροπή της F και θα μειώνεται η ροπή του βάρους

Β. 16 Ο ομογενής τροχός του σχήματος έχει βάρος w και ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 60^0$ με τη βοήθεια νήματος. Να υπολογίσετε τη δύναμη F που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στον τροχό και την τάση T, του νήματος.

Απάντηση:



Ο τροχός δέχεται τρεις δυνάμεις, του βάρος w, την τάση T του νήματος και την αντίδραση F από το κεκλιμένο επίπεδο. Αφού ισορροπεί θα πρέπει και οι φορείς και των τριών δυνάμεων να διέρχονται από το ίδιο σημείο, που στο σχήμα είναι το Σ. Γράφουμε τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών για τα σημεία (Ο) και (Δ).

$\Sigma\tau_o = 0 \rightarrow T(O\Sigma) - F(OZ) = 0$ (1)

Το τετράπλευρο ΚΣΟΔ είναι εγγράψιμο σε κύκλο (δύο απέναντι γωνίες ορθές), άρα $\measuredangle \varphi + (\Sigma O\Delta) = 180^0 \rightarrow \Sigma O\Delta = 120^0 \rightarrow ZO\Delta = \varphi = 60^0$. Άρα:

$(O\Sigma) = R$ και $(OZ) = R\sigma\upsilon\nu 60^0 = R/2$

Από (1)$\cdot T \cdot R - F(R/2) = 0 \rightarrow F = 2T$ (2)

$\Sigma\tau_\Delta = 0 \rightarrow T(P\Delta) - w(N\Delta) = 0$ (3)

$\measuredangle O\Delta N = \Sigma\Delta N - \Sigma\Delta O = 60^0 - 30^0 = 30^0$ Άρα: $(P\Delta) = (\Sigma N) = R + (ON) = R + R\eta\mu 30^0 = 3R/2 \rightarrow (P\Delta) = 3R/2$

$(N\Delta) = R\sigma\upsilon\nu 30^0 = R\sqrt{3}/2$

Από $(3) \rightarrow T = \frac{w(N\Delta)}{(P\Delta)} = \frac{wR\sqrt{3}/2}{3R/2} \rightarrow \mathbf{T = w\sqrt{3}/3}$ (4) Από (2) και (4) $\rightarrow$ $\mathbf{F = 2\, w\sqrt{3}/3}$

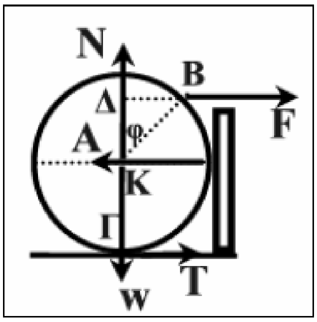
Β.17 Ο κύλινδρος του σχήματος έχει βάρος w και ισορροπεί εφαπτόμενος ενός λείου κατακόρυφου τοίχου. Στο σημείο Β ασκούμε δύναμη F=w έτσι ώστε η γωνία $B\hat{K}\Delta = \varphi = 60^0$.

Ι. Η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από τον τοίχο είναι

α. A=w β. A=3w/2 γ. A=2w

ΙΙ. Η δύναμη της τριβής που δέχεται από το πάτωμα είναι

α. T=0 β. T=w/2 γ. T=w/4



Απάντηση

I. Η δύναμη A που δέχεται ο κύλινδρος από τον τοίχο πρέπει να είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής τους αφού οι τοίχος είναι λείος. Συνεπώς διέρχεται από το κέντρο, K. Αφού ισορροπεί η συνολική ροπή που δέχεται θα είναι μηδέν ως προς οποιοδήποτε σημείο άρα και το σημείο επαφής με το πάτωμα δηλαδή το Γ.

$\Sigma\tau_{\Gamma}=0 \rightarrow F(\Delta\Gamma)-A(K\Gamma)=0 \rightarrow F(\Delta A+K\Gamma)- A\cdot(K\Gamma)=0 \rightarrow F(R+R\sigma\upsilon\nu\varphi) = A\cdot R \rightarrow F\cdot\dfrac{3R}{2} = A\cdot R \rightarrow$ **$A=3w/2$** .

Σωστό είναι το **(β)**

II. Ο κύλινδρος δεν περιστρέφεται συνεπώς θα πρέπει η συνολική ροπή ως προς το κέντρο του να είναι μηδέν. Άρα πρέπει να υπάρχει τριβή T ώστε η ροπή της να εξισορροπεί τη ροπή της F.

$\Sigma\tau_{K}=0 \rightarrow F(K\Delta)-T(\Gamma A)=0 \rightarrow FR\sigma\upsilon\nu\varphi=TR \rightarrow T=\dfrac{F}{2} \rightarrow$ **$T=w/2$** Σωστό είναι το **(β)**