

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΚΡΟΥΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

1. [B Εν. Λύκ. Μα 1999 ΘΕΤΙΚΗ] Μάζα που κινείται οριζόντια με ορμή μέτρου  $10 \text{ kg m/s}$  προσπίπτει σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται οριζόντια με ορμή ίδιου μέτρου. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι
  - α. μηδέν.
  - β.  $5 \text{ kg m/s}$ .
  - γ.  $10 \text{ kg m/s}$ .
  - δ.  $20 \text{ kg m/s}$ .
2. [B Εν. Λυκ. Σεπτ 1999 ΤΕΧ/ΚΗ] Κατά την πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων διατηρείται
  - α. η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων.
  - β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.
  - γ. η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.
  - δ. η ταχύτητα κάθε σώματος.
3. [B Εν. Λυκ. Σεπτ 1999 ΘΕΤΙΚΗ] Για να ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής σε ένα σύστημα σωμάτων, θα πρέπει:
  - α. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων να είναι μηδέν.
  - β. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων να είναι διάφορη του μηδενός.
  - γ. Οι δυνάμεις είναι συντηρητικές.
  - δ. Να υπάρχουν δυνάμεις τριβής.
4. [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων:
  - α. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.
  - β. Η ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.
  - γ. Η μάζα του συστήματος των σωμάτων μεταβάλλεται.
  - δ. Τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά ( με διαφορετικές ταχύτητες).
5. [B Εν. Λύκ. Μάι 2000] Σε κάθε μετωπική κρούση διατηρείται
  - α. η ορμή και η κινητική ενέργεια.
  - β. η ορμή.
  - γ. η κινητική ενέργεια.
  - δ. η μηχανική ενέργεια.
6. [Γ' Εσπερ. Λυκείου Σεπτ 2000] Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων:
  - α. Διατηρείται η συνολική ορμή των σωμάτων και μεταβάλλεται η συνολική κινητική τους ενέργεια.
  - β. Μεταβάλλεται η συνολική ορμή των σωμάτων και διατηρείται η συνολική κινητική τους ενέργεια.
  - γ. Διατηρείται και η συνολική ορμή των σωμάτων και η συνολική κινητική τους ενέργεια.
  - δ. Μεταβάλλεται και η συνολική ορμή των σωμάτων και η συνολική κινητική τους ενέργεια.
7. [B Εν. Λύκ. Σεπτ 2000] Κατά τη μετωπική κρούση δύο σωμάτων η ολική κινητική ενέργεια διατηρείται. Η κρούση τότε χαρακτηρίζεται ως
  - α. πλαστική.
  - β. ανελαστική.
  - γ. ελαστική.
  - δ. τελείως ανελαστική.
8. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2002] Σε κάθε κρούση ισχύει
  - α. η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
  - β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
  - γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
  - δ. όλες οι παραπάνω αρχές.
9. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή
  - α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας.
  - β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.
  - γ. η ορμή κάθε σφαίρας.
  - δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
10. [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν
  - α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
  - β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
  - γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
  - δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

11. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2005] Μια σφαίρα μάζας  $m$  κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u$  και κτυπά μια άλλη σφαίρα μάζας  $M$  η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση η μάζα  $m$  ενσωματώνεται στη μάζα  $M$ . Η ταχύτητα του συσσωματώματος των δύο σφαιρών είναι:
- α.  $\frac{Mu}{m+M}$       β.  $\frac{(m+M)u}{m}$       γ.  $\sqrt{\frac{Mu}{m+M}}$       δ.  $\frac{mu}{m+M}$
12. [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Σε μια κρούση δύο σφαιρών
- α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.  
 β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.  
 γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.  
 δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.
13. [Ημερ. Λύκειο Μά 2007] Σε μια ελαστική κρούση **δεν** διατηρείται
- α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.      β. η ορμή του συστήματος.  
 γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.      δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.
14. [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2007] Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u$ . Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $2u$ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:
- α. 0.      β.  $mu$ .      γ.  $2mu$ .      δ.  $3mu$ .
15. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν,
- α. η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.  
 β. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.  
 γ. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.  
 δ. οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος.
16. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2007] Μια αυτοκινητοβιομηχανία για να ελέγξει τους αερόσακους των νέων αυτοκινήτων χρησιμοποιεί δοκιμαστικές κούκλες μάζας 80 kg που μπορούν να συγκρουστούν με ακίνητους αερόσακους. Η ταχύτητα μιας τέτοιας κούκλας είναι 40 m/s. Μετά από 0, 2 s η κούκλα ακινητοποιείται αφού ο αερόσακος έχει ανοίξει. Η μέση δύναμη που δέχεται η κούκλα σε αυτό το χρονικό διάστημα είναι :
- α. 160 N.      β. 1600 N.      γ. 16.000 N.      δ. 160.000 N.
17. [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων
- α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.  
 β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.  
 γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.  
 δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
18. [Ημερ. Λύκειο Μά 2008] Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται
- α. ελαστική.      β. ανελαστική.      γ. πλαστική.      δ. έκκεντρη.
19. [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2008] Σε κάθε κρούση
- α. η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.  
 β. η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.  
 γ. η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.  
 δ. η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.
20. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Μια σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με άλλη ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση η σφαίρα με μάζα  $m_2$  θα έχει μέγιστη κινητική ενέργεια αν ( αγνοώντας τη βαρύτητα ) ισχύει :
- α.  $m_1 = m_2/4$       β.  $m_1 = m_2/2$       γ.  $m_1 = m_2$       δ.  $m_1 = 2m_2$
21. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Δύο σώματα μάζας  $m$ ,  $2m$  κινούνται σε κάθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες  $u$ ,  $u/2$  αντίστοιχα και συγκρούονται πλαστικά. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από την πλαστική κρούση των σωμάτων θα είναι

α.  $\frac{3u}{2}$ .

β.  $\frac{2u}{3}$ .

γ.  $\frac{\sqrt{2}u}{3}$ .

δ.  $\frac{\sqrt{3}u}{2}$ .

22. [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2009] Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών  
 α. είναι πάντα μη κεντρική. β. είναι πάντα πλαστική.  
 γ. είναι πάντα κεντρική.  
 δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.
23. [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους  
 α. κάθετες. β. παράλληλες. γ. ίσες. δ. σε τυχαίες διευθύνσεις
24. [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2010] Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε  
 α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.  
 β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.  
 γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.  
 δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.
25. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2010] Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται  
 α. η ορμή κάθε σφαίρας. β. η ορμή του συστήματος.  
 γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος. δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος.
26. [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2011] Σε μία πλαστική κρούση  
 α. δε διατηρείται η ορμή.  
 β. η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.  
 γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.  
 δ. η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.
27. [Ημ. & Εσπε Λύκεια Επαναλ. Ιούν. 2012] Σφαίρα, μάζας  $m_1$ , κινούμενη με ταχύτητα  $\vec{u}_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Οι ταχύτητες  $\vec{u}'_1$  και  $\vec{u}'_2$  των σφαιρών μετά την κρούση  
 α. έχουν πάντα την ίδια φορά β. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $90^\circ$   
 γ. έχουν πάντα αντίθετη φορά δ. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.
28. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2012] Σε μία ελαστική κρούση  
 α. η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.  
 β. η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.  
 γ. η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.  
 δ. η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.
29. [Ημερ. Λύκειο Μά 2013] Κατά την πλαστική κρούση δύο σφαιρών  
 α. διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών  
 β. διατηρείται η ορμή του συστήματος των σφαιρών  
 γ. αυξάνεται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών  
 δ. διατηρείται η μηχανική ενέργεια και η ορμή του συστήματος των σφαιρών.
30. [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2014] Σφαίρα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$  τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση  
 α. η σφαίρα  $\Sigma$  παραμένει ακίνητη.  
 β. η σφαίρα  $\Sigma_1$  συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση.  
 γ. όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας  $\Sigma_1$  μεταφέρθηκε στη σφαίρα  $\Sigma_2$ .  
 δ. ισχύει  $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$ , όπου  $\Delta\vec{p}_1$ ,  $\Delta\vec{p}_2$  οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.
31. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2014] Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων  
 α. διατηρείται μόνο η ορμή του συστήματος.  
 β. διατηρείται μόνο η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

- γ. διατηρείται και η ορμή και η μηχανική ενέργεια του συστήματος.  
 δ. δεν διατηρείται ούτε η ορμή, ούτε η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
32. [Ημερ. Λύκειο Μά 2015] Δύο σφαίρες Α και Β με ίσες μάζες, μία εκ των οποίων είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Το ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ενέργειας από τη σφαίρα που κινείται στην αρχικά ακίνητη σφαίρα είναι  
 α. 100%.                      β. 50%.                      γ. 40%.                      δ. 0%.
33. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2015] Σφαίρα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μεγαλύτερης μάζας. Η ταχύτητα της σφαίρας Α μετά την κρούση  
 α. θα είναι ίση με την ταχύτητα που είχε πριν την κρούση.  
 β. θα μηδενισθεί.  
 γ. θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική.  
 δ. θα είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτήσει η σφαίρα Β.

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

1. [Β Εν. Λυκ. Σεπτ 1999 ΤΕΧ/ΚΗ] Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα ενός συστήματος από σώματα του περιβάλλοντός του ονομάζονται .....  
 Αν η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων είναι μηδέν τότε το σύστημα ονομάζεται ..... Σε ένα τέτοιο σύστημα ισχύει η αρχή ..... της ορμής.
2. [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Κάθε σύστημα στο οποίο δεν ασκούνται ..... δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν, ονομάζεται.....
3. [Β Εν. Λύκ. Σεπτ 2000] Σώμα Σ<sub>1</sub>, το οποίο κινείται με ταχύτητα υ<sub>1</sub> συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ<sub>2</sub>. Αν υ'<sub>1</sub> και υ'<sub>2</sub> είναι οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση, να μεταφέρεται τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας, σωστά συμπληρωμένο:

$m_1 = m_2$	$v'_1 = \dots\dots\dots$ και $v'_2 = \dots\dots\dots$
$m_1 \ll m_2$	$v'_1 = \dots\dots\dots$ και $v'_2 = \dots\dots\dots$
$m_1 \gg m_2$	$v'_1 = \dots\dots\dots$ και $v'_2 = \dots\dots\dots$

4. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες ονομάζεται .....

**ΣΩΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ**

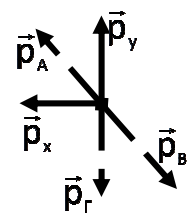
Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

1. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2003] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
2. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει  $\vec{v}' = -\vec{v}$  ( $\vec{v}$  η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση,  $\vec{v}'$  η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
3. [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Κατά τη πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει  $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$  ( $\vec{p}_{\text{πριν}}$  η ορμή του συστήματος πριν την κρούση,  $\vec{p}_{\text{μετά}}$  η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).
4. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
5. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Σώμα Α συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β που έχει την ίδια μάζα με το Α. Τότε η ταχύτητα του Α μετά την κρούση μηδενίζεται.
6. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.

7. [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
8. [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
9. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.
10. [Ημερ. Λύκειο Μά 2006] Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
11. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2006] Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
12. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
13. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2008] Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
14. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
15. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Σε μία πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
16. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.
17. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2010] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
18. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2011] Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
19. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Στις μη κεντρικές κρούσεις δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το συγκρουόμενο σύστημα σωμάτων.
20. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων – στη δημιουργία συσσωματώματος.
21. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο Μά 2013] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.
22. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2013] Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.
23. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2015] Σε κάθε κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
24. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο Μά 2016 (νέο)] Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.
25. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2016 (νέο)] Σε μια κρούση αμελητέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δεν μεταβάλλεται.
26. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2016] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων, η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

**ΘΕΜΑ Β**

1. [Β Εν. Λύκ. Μάι 2000] Ραδιενεργός πυρήνας που ηρεμεί στιγμιαία στη θέση Ο διασπάται σε τρία σωματίδια. Τα δύο από αυτά έχουν ορμές  $\vec{p}_x$  και  $\vec{p}_y$  αμέσως μετά τη διάσπαση, όπως δείχνει το σχήμα. Ποιο από τα διανύσματα  $\vec{p}_A$ ,  $\vec{p}_B$ ,  $\vec{p}_r$  του σχήματος αντιστοιχεί στην ορμή του τρίτου σωματιδίου; Μονάδες 3  
 Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Μονάδες 5
2. [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Σώμα μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  έχει ορμή μέτρου  $p = 70 \text{ kg m/s}$ . Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι:  
 α. 7 m/s.                      β. 19 m/s.                      γ. 14 m/s.                      δ. 25 m/s. Μονάδες 7



3. [Εν. Λύκειο Μάι 2002] Σφαίρα μάζας  $m$  κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $u_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά την κρούση, με εφαρμογή των αρχών που διέπουν την ελαστική κρούση. **Μονάδες 8**
4. [Εν. Λύκειο Μά 2003 + Β Εν. Λύκ. Μα 1999 ΘΕΤΙΚΗ] Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, πριν από την κρούση. **Μονάδες 7**
5. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u_1$ . Το σώμα συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου  $u_2$  όπου  $u_2 < u_1$ . Η κρούση είναι  
 α. Ελαστική. **β. Ανελαστική.**  
 Ποια από τις δύο περιπτώσεις είναι η σωστή; **Μονάδες 2**  
 Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**
6. [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  των δύο σφαιρών είναι:  
 α. 1 **β.  $\frac{1}{3}$**  **γ.  $\frac{1}{2}$**  **Μονάδες 2**  
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4**
7. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σφαίρα Α μάζας  $m_A$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα Β μάζας  $m_B$ . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την Α στη Β μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν:  
 α.  $m_A = m_B$  **β.  $m_A < m_B$**  **γ.  $m_A > m_B$**  **Μονάδες 2**  
 Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4**
8. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2004] Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$  αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση είναι  
 α.  $1/2$ . **β. 2.** **γ. 1.** **Μονάδες 2**  
 Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**
9. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Σώμα μάζας  $m$ , το οποίο έχει κινητική ενέργεια  $K$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $4m$ . Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι  
 α.  $\frac{5}{4}K$ . **β.  $K$ .** **γ.  $\frac{7}{4}K$ .** **Μονάδες 2**  
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 5**
10. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2006] Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με την  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι  
 α. 50%. **β. 100%.** **γ. 75%.** **Μονάδες 2**  
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4**
11. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2006] Δύο μικρά σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν  $\Delta K_1$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  και  $\Delta K_2$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_2$  λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει  
 α.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1$ . **β.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1$ .** **γ.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}$ .** **Μονάδες 2**  
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**
12. [Ημερ. Λύκειο Μά 2007] Ένα αυτοκίνητο Α μάζας  $M$  βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας  $m$ , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η

κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το 1/3 της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

α.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$ .                      β.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$ .                      γ.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$ .

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

- 13.** [Εσπ. Λυκείου Μάι 2007] Σφαίρα μάζας  $m_1$  προσπίπτει με ταχύτητα  $u_1$  σε ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το 1/5 της αρχικής της τιμής. Για το λόγο των μαζών ισχύει

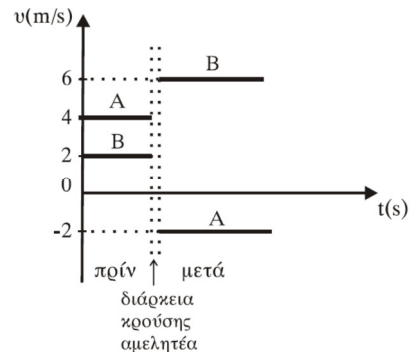
α.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$ .                      β.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$ .                      γ.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$ .

**Μονάδες 3**

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 5**

- 14.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_A$  και  $m_B$ , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο παρακάτω (διπλανό) διάγραμμα. Ο λόγος των μαζών  $m_A$  και  $m_B$  είναι:



α.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5}$ .                      β.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$ .

**Μονάδες 2**

γ.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$ .                      δ.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}$ .

**Μονάδες 7**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 15.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Δύο σώματα Α και Β, με μάζες  $3m$  και  $m$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα Β αρχική ταχύτητα  $u$  έτσι ώστε να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Α. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος Β μετά την κρούση;

α.  $-\frac{u}{2}$                       β.  $\frac{u}{2}$                       γ.  $\frac{u}{4}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 6**

- 16.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2008] Ακίνητο σώμα Σ μάζας  $M$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u = 100$  m/s σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι

$V = 2$  m/s, τότε ο λόγος των μαζών  $\frac{M}{m}$  είναι ίσος με:

α. 50                      β.  $\frac{1}{25}$                       γ. 49.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 7**

- 17.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2009] Σώμα μάζας  $m_A$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $u_A$  και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_B = 2m_A$ . Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

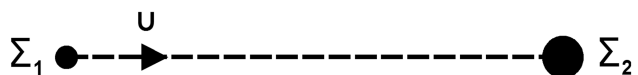
α.  $\Delta K = -\frac{m_A u_A^2}{6}$ .                      β.  $\Delta K = -\frac{m_A u_A^2}{3}$ .                      γ.  $\Delta K = -\frac{2m_A u_A^2}{3}$ .

**Μονάδες 3**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 5**

- 18.** [Εσπ. Λυκείου Μάι 2009] Μικρό σώμα Σ<sub>1</sub> μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $u$  συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα Σ<sub>2</sub> μάζας  $2m$ . Μετά την κρούση το σώμα Σ<sub>1</sub> παραμένει ακίνητο. Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των



δύο σωμάτων

- α. αυξήθηκε.                      β. παρέμεινε η ίδια.                      γ. ελαττώθηκε.

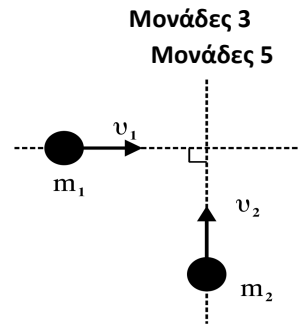
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

19. [Ημερ. Λύκειο Μά 2010] Δύο σώματα με μάζες  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και  $m_2 = 3 \text{ kg}$  κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες  $u_1 = 4 \text{ m/s}$  και  $u_2 = 2 \text{ m/s}$  (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

- α. 5 J                                      β. 10 J                                      γ. 20 J

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Μονάδες 3  
Μονάδες 6

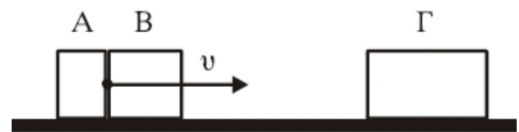
20. [Ημερ. Λύκειο Μά 2011] Δύο σώματα, το Α με μάζα  $m_1$  και το Β με μάζα  $m_2$ , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα  $u$ . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας  $4m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα  $u/3$ . Τότε θα ισχύει:

- α.  $\frac{m_1}{m_2} = 2$                               β.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$                               γ.  $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2  
Μονάδες 7



21. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Στο παρακάτω σχήμα τα δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι όμοια, το δάπεδο είναι λείο και οριζόντιο και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι λείο και ακλόνητο. Το  $\Sigma_2$  είναι αρχικά ακίνητο και το  $\Sigma_1$  κινείται προς το  $\Sigma_2$  με ταχύτητα  $\bar{u}$ . Οι κρούσεις μεταξύ των  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι κεντρικές και ελαστικές και η κρούση του  $\Sigma_2$  με το τοίχωμα είναι ελαστική. Μετά από όλες τις κρούσεις που θα μεσολαβήσουν

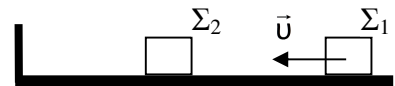
- α. το  $\Sigma_1$  κινείται με ταχύτητα  $-\bar{u}$ , ενώ το  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο.

- β. τα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούνται με ταχύτητα  $-\frac{\bar{u}}{2}$ .

- γ. το  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται, ενώ το  $\Sigma_2$  κινείται με ταχύτητα  $2\bar{u}$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Μονάδες 2  
Μονάδες 7

22. [Ημερ.& Εσπε Λύκεια Μά 2012] Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου  $u$ , παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο  $t_1$ . Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα  $\Sigma_2$  που έχει ταχύτητα μέτρου  $u$  συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία  $\phi = 60^\circ$  και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο  $t_2$ . Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση.

Τότε θα ισχύει:

- α.  $t_2 = 2t_1$                               β.  $t_2 = 4t_1$                               γ.  $t_2 = 8t_1$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Δίνονται:  $\eta_{60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sigma_{60^\circ} = \frac{1}{2}$ .

Μονάδες 9



23. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2013] Σφαίρα μάζας  $m_1$  κινείται έχοντας κινητική ενέργεια  $K_1$  και συγκρούεται πλαστικά με σφαίρα μάζας  $m_2 = 3m_1$ , η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι ίση με:

- α.  $\frac{3}{4}K_1$ .                                      β.  $\frac{1}{4}K_1$ .                                      γ.  $\frac{1}{2}K_1$ .

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8





διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι.

Οι αγκαλιασμένοι μαθητές

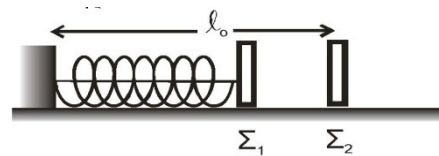
- i. θα κινηθούν προς τα αριστερά.
- ii. θα κινηθούν προς τα δεξιά.
- iii. θα παραμείνουν ακίνητοι.

- α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
- β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Γ**

1. [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$  κινείται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα  $u_1 = 100 \text{ m/s}$  και σφηνώνεται σε ένα ακίνητο κομμάτι ξύλου μάζας  $M = 1,9 \text{ kg}$ . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ξύλο – βλήμα κινείται ελεύθερα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογιστούν:
  - α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 12
  - β. Η κινητική ενέργεια του βλήματος που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση. Μονάδες 13
2. [Β Εν. Λύκ. Σεπτ 2000] Βλήμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ , το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u = 200 \text{ m/s}$  συναντά ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M = 99 \text{ kg}$ , που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντια επιφάνεια και σφηνώνεται σ' αυτό. Η κρούση βλήματος – κιβωτίου είναι πλαστική. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα αρχίζει να ολισθαίνει και τελικά σταματά σε απόσταση  $x = 0,4 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε:
  - α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 8
  - β. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση. Μονάδες 8
  - γ. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του συσσωματώματος και της οριζόντιας επιφάνειας. Μονάδες 9  
Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



3. [Ημερ. Λύκειο Μά 2006] Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $m_2 = 3 \text{ kg}$  αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στη μία άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το  $\Sigma_2$  ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $l_0$  του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε
  - α. την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6
  - β. τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 6
  - γ. την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$ , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο. Μονάδες 6
  - δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  όταν το σώμα  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά. Μονάδες 7

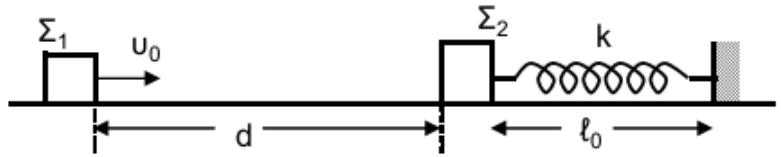
Δεχθείτε την κίνηση του σώματος  $\Sigma_1$  τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς  $k$ . Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

4. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2010] Ένα σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  κινείται με ταχύτητα  $u_1 = 10\text{m/s}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'x$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το  $\Sigma_1$ . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας  $u_1$  θετική. Να υπολογίσετε:
  - G1. την ταχύτητα του  $\Sigma_1$  μετά την κρούση. Μονάδες 6
  - G2. την ταχύτητα του  $\Sigma_2$  μετά την κρούση. Μονάδες 6
  - G3. την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους. Μονάδες 6
  - G4. την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , λόγω της κρούσης. Μονάδες 7



5. [Ημερ. Λύκειο Μά 2013] Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m_2 = 2m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω  $u_0$  η ταχύτητα που έχει το σώμα  $\Sigma_1$  τη στιγμή  $t_0 = 0$  και

ενώ βρίσκεται σε απόσταση  $d = 1 \text{ m}$  από το σώμα  $\Sigma_2$ . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου  $k$ , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος  $\ell_0$ . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αμέσως μετά την κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική,

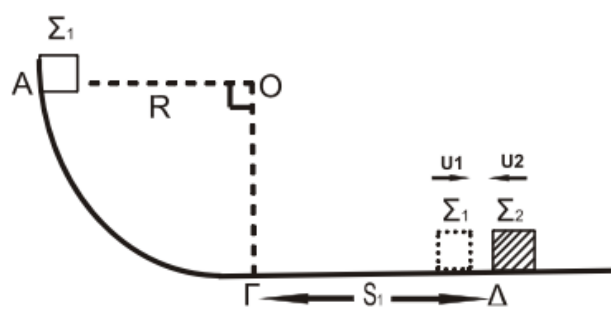


το σώμα  $\Sigma_1$  αποκτά ταχύτητα με μέτρο  $u'_1 = \sqrt{10} \text{ m/s}$  και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 0,5$  και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- G1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $u_0$  του σώματος  $\Sigma_1$ . Μονάδες 6
- G2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα  $\Sigma_1$  στο σώμα  $\Sigma_2$  κατά την κρούση. Μονάδες 6
- G3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος  $\Sigma_1$  από την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται:  $\sqrt{10} \approx 3,2$ . Μονάδες 6
- G4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι  $m_2 = 1 \text{ kg}$  και  $k = 10^5 \text{ N/m}$ . Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

6. [Ημερ. Λύκειο Μά 2016] Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  βρίσκεται στο σημείο A λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου (ΑΓ). Η ακτίνα OA είναι οριζόντια και ίση με  $R = 5 \text{ m}$ . Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Αφού διανύσει διάστημα  $s_1 = 3,6 \text{ m}$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3m_1$ , το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το  $\Sigma_1$ , με ταχύτητα μέτρου  $u_2 = 4 \text{ m/s}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

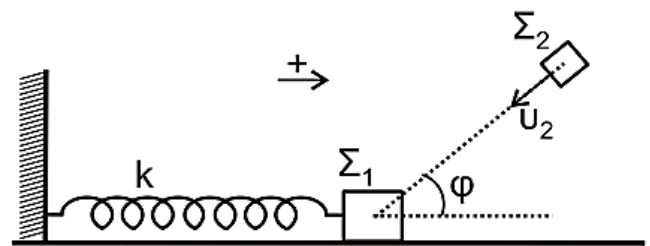


- G1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη. Μονάδες 5
- G2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 8
- G3. Δίνεται η μάζα του σώματος  $\Sigma_2$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$ . Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της. Μονάδες 5
- G4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση. Μονάδες 7

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

7. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2016 (νέο)] Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , είναι δεμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους  $A = 0,4 \text{ m}$ , σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma_1$  έχει απομάκρυνση  $x_1 = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$  κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται, λίγο πριν την κρούση,



με ταχύτητα  $u_2 = 8 \text{ m/s}$  σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\phi$  (όπου  $\sin\phi = \frac{1}{3}$ ) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλά-

ντωση.

- G1.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση (μονάδες 3) και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη κρούση (μονάδες 4). **Μονάδες 7**
- G2.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. **Μονάδες 6**
- G3.** Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. **Μονάδες 6**
- G4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση. **Μονάδες 6**
- Να θεωρήσετε ότι:
- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
  - η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

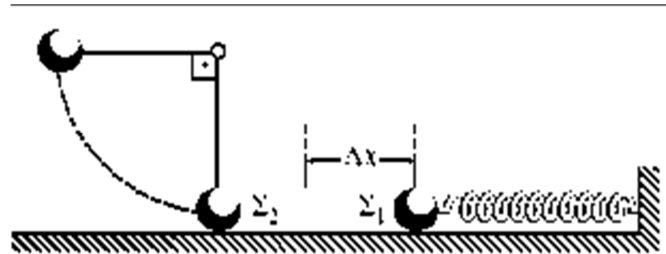
### ΘΕΜΑ Δ

- 1.** [Δέσμες 1985] Από τη κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\phi = 30^\circ$ , στερεώνεται δια μέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα επάνω σώμα μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  και αρχικής ταχύτητας  $u_0 = 5 \text{ m/s}$  που έχει τη διεύθυνση του ελατηρίου. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κρούση είναι πλαστική. Η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι  $0,9 \text{ m}$ . Αν η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά τη κρούση είναι  $0,2 \text{ m}$  να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και οι τριβές δεν λαμβάνονται υπόψη.
- 2.** [Δέσμες 1988] Ένα κομμάτι ξύλο μάζας  $M = 1,9 \text{ Kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους  $l = 0,9 \text{ m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u_0$  σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του να είναι  $\phi = 60^\circ$ . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογιστούν
- α.** Η ταχύτητα  $u_0$  του βλήματος.
- β.** το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά τη κρούση.
- 3.** [Δέσμες 1989] Από τη κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $h = 1,6 \text{ m}$  και γωνίας κλίσεως  $\phi = 30^\circ$  αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ . Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουσθεί πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2 = 4 \text{ kg}$ . Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο, το οποίο έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης επί του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$  να υπολογισθούν:
- α.** Η συσπίρωση του ελατηρίου.
- β.** Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος  $m_1$  κατά την ολίσθησή του επί του κεκλιμένου επιπέδου.
- Δίνονται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 1000 \text{ N/m}$ . Δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το σώμα  $m_1$  συναντά το οριζόντιο επίπεδο.
- 4.** [Δέσμες 1990] Δύο σφαίρες αμελητέων ακτίνων με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , όπου  $m_1 = m_2$  αφήνονται διαδοχικά να πέσουν από το ίδιο ύψος  $h_1 = 18 \text{ m}$  επί οριζοντίου επιπέδου. Οι σφαίρες κινούνται πάνω στην ίδια κατακόρυφο. Αφήνεται πρώτα η σφαίρα μάζας  $m_1$  και μετά η σφαίρα μάζας  $m_2$ . Η σφαίρα μάζας  $m_1$  προσκρούει στο οριζόντιο επίπεδο και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω. Μόλις αποχωρισθεί από το επίπεδο συγκρούεται μετωπικά με την κατερχόμενη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Να βρεθεί το ύψος  $h_2$ , στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας  $m_2$ . Να θεωρηθεί ότι, όταν οι σφαίρες συγκρούονται, έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση  $h_1$  από σημείο εκκινήσεως. Όλες οι κρούσεις είναι απολύτως ελαστικές και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

5. [B Εν. Λυκ. Σεπτ 1999] Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  κινούνται, χωρίς να περιστρέφονται, πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην ίδια διεύθυνση με αντίθετη φορά και με ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  και  $u_2 = 2 \text{ m/s}$  αντίστοιχα. Οι σφαίρες συγκρούονται μετωπικά και μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  κινούμενη στην αρχική διεύθυνση και φορά έχει ταχύτητα μέτρου  $u'_1 = 4 \text{ m/s}$ .

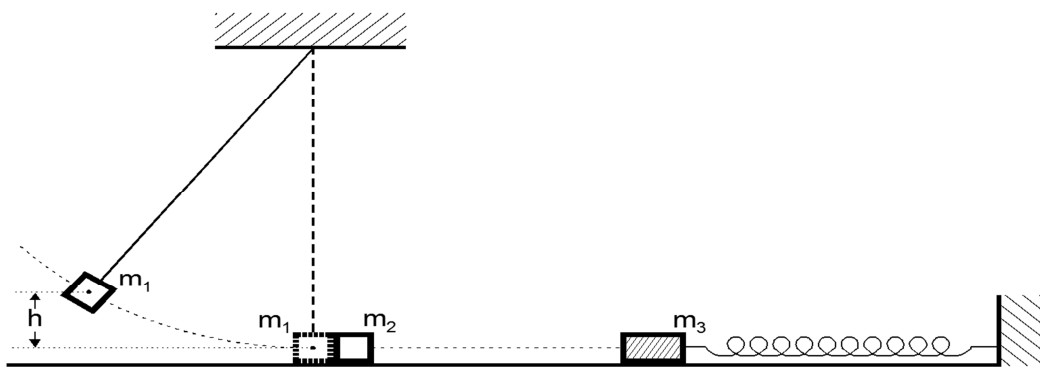
- α. Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_2$  μετά την κρούση. Μονάδες 9
- β. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών πριν την κρούση. Μονάδες 9
- γ. Να δικαιολογηθεί αν η κρούση ήταν ελαστική ή ανελαστική. Μονάδες 7

6. [B Εν. Λύκ. Μάι 2000] Το ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  είναι ακλόνητα στερεωμένο όπως δείχνει το σχήμα. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου τοποθετείται σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , χωρίς να είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο, και προκαλείται συσπίρωση του ελατηρίου κατά  $\Delta x$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  αφήνεται ελεύθερο, οπότε αυτό κινείται κατά μήκος του λείου οριζόντιου επιπέδου. Στο σημείο Γ, το σώμα  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $u_1 = 8 \text{ m/s}$  και συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , που ισορροπεί κατακόρυφα, δεμένο στην άκρη αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους  $L = 0,35 \text{ m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο σε ακλόνητο σημείο. Η κρούση των σωμάτων είναι μετωπική και ελαστική. Να υπολογιστούν



- α. η παραμόρφωση του ελατηρίου. Μονάδες 5
- β. οι ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 7
- γ. η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_2$ , όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $90^\circ$  με την κατακόρυφο. Μονάδες 6
- δ. το μέτρο της συνολικής ώθησης που δέχεται το σώμα  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση και μέχρι το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $90^\circ$ . Μονάδες 7

7. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Σώμα μάζας  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ , που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 2 \text{ m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ , όπου  $m_2 = m_1$ . Το σώμα μάζας  $m_2$ , μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας  $m_3 = 0,7 \text{ kg}$ . Το σώμα μάζας  $m_3$  είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 20 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας  $m_2$ . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος. Να υπολογίσετε:



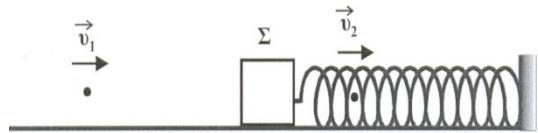
- α. το ύψος  $h$  από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας  $m_1$ . Μονάδες 5
- β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$ , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας  $m_3$ . Μονάδες 5
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση. Μονάδες 7
- δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο  $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$  από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται. Μονάδες 8

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\text{συν} \frac{\pi}{3} = 0,5$ .

8. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Σώμα μάζας  $m_1 = 3 \text{ kg}$  είναι στερεωμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 400 \text{ N/m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T$  και πλάτος  $A = 0,4 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή  $t = \frac{T}{6}$ , ένα σώμα μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$  που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας  $m_1$  και έχει ταχύτητα μέτρου  $u_2 = 8 \text{ m/s}$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό. Να υπολογίσετε
- α. την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας  $m_1$ . Μονάδες 5
  - β. τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας  $m_1$  τη στιγμή της σύγκρουσης. Μονάδες 7
  - γ. την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 6
  - δ. την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση. Μονάδες 7

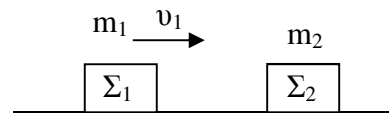
Δίνονται:  $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $\text{συν} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

9. [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M = 0,1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας  $m = 0,001 \text{ kg}$  κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u_1 = 200 \text{ m/s}$  διαπερνά ακαριαία το σώμα  $\Sigma$  και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται  $u_2 = u_1 / 2$ . Να βρεθούν:



- α. Η ταχύτητα  $v$  με την οποία θα κινηθεί το σώμα  $\Sigma$  αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος. Μονάδες 6
  - β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου. Μονάδες 6
  - γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma$ . Μονάδες 6
  - δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση. Μονάδες 7
- Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου  $k = 1000 \text{ N/m}$ .

10. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και ταχύτητα  $u_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'x$  χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



- α. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'x$ . Μονάδες 5
- β. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων. Μονάδες 5
- γ. Να υπολογίσετε το λόγο  $K_2/K_1$  όπου  $K_2$  η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και  $K_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση. Μονάδες 8
- δ. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος  $K_2/K_1$  μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας  $m_1$  εκκινείτο με ταχύτητα διπλάσια της  $u_1$ . Μονάδες 7

11. [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Έστω σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $M = 1 \text{ kg}$  και κωνικό βλήμα ( $\beta$ ) μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα ( $\Sigma$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια  $100 \text{ J}$ . Έστω τώρα ότι το σώμα ( $\Sigma$ ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα ( $\beta$ ). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα ( $\Sigma$ ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

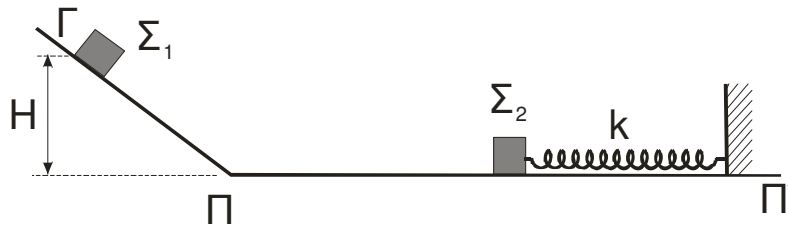


- α. Για  $K = 100 \text{ J}$  θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 7
- β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ ); Μονάδες 12
- γ. Για ποια τιμή του λόγου  $\frac{m}{M}$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K = 100 \text{ J}$  σφηνώνεται ολόκληρο στο ( $\Sigma$ );

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

12. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Το σώμα  $\Sigma_2$  του σχήματος που έχει μάζα  $m_2 = 2 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_2$  ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ' με πλάτος  $A = 0,1 \text{ m}$  και περίοδο  $T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$ .



**A.** Να υπολογίσετε:

1. Την τιμή της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου.

**Μονάδες 6**

2. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .

**Μονάδες 6**

**B.** Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος με μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση  $\Gamma$ . Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης  $\Gamma$  από το οριζόντιο επίπεδο είναι  $H = 1,8 \text{ m}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$ , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το  $\Sigma_2$  έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το  $\Sigma_1$ .

1. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση.

**Μονάδες 7**

2. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_2$  θα προλάβει το σώμα  $\Sigma_1$  και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα  $\Sigma_1$  φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

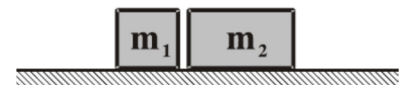
Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του  $\Sigma_2$  είναι αρκετά μεγάλη.

Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

**Μονάδες 6**

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

13. [Ημερ. Λύκειο Μά 2008] Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 15 \text{ m/s}$  κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $u_1' = 9 \text{ m/s}$ . Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**α.** Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$ .

**Μονάδες 6**

**β.** Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

**γ.** Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης.

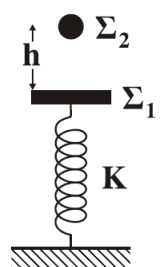
**Μονάδες 6**

**δ.** Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

**Μονάδες 7**

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu = 0,1$ .

14. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 7 \text{ kg}$  ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος  $h = 3,2 \text{ m}$  πάνω από το  $\Sigma_1$  στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , το οποίο συγκρούεται με το  $\Sigma_1$  κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε:



**α.** το μέτρο της ταχύτητας  $u_2$  του  $\Sigma_2$  οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το  $\Sigma_1$ .

**Μονάδες 6**

**β.** το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

**γ.** το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

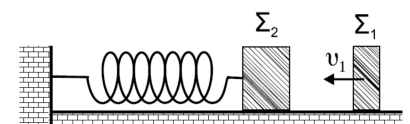
**δ.** τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

**Μονάδες 6**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Μονάδες 7**

15. [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος έχει μάζα  $1 \text{ kg}$ , κινείται με ταχύτητα  $u_1 = 8 \text{ m/s}$  σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $3 \text{ kg}$ . Το  $\Sigma_2$  είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $300 \text{ N/m}$ , που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του. Να υπολογίσετε:



**Δ1.** τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

**Δ2.** την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ<sub>2</sub>.

**Μονάδες 6**

**Δ3.** την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ<sub>2</sub>.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το Σ<sub>2</sub> επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.

**Μονάδες 7**

**16.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2012] Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , κινούμενη με ταχύτητα

$$u = \frac{4 \text{ m}}{3 \text{ s}}, \text{ συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας } m_2 = m, \text{ που είναι αρχικά}$$

ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων  $u_1$  και  $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$ , αντίστοιχα.

**Δ1.** Να βρείτε τη γωνία  $\phi$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_2$  με το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_1$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων  $u_1$  και  $u_2$ .

**Μονάδες 6**

Σώμα μάζας  $M = 3m$  ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθε-

ράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γω-

νίας  $\theta = 30^\circ$ , όπως στο σχήμα. Η σφαίρα, μάζας  $m_1$ , κινούμενη ορι-

ζόντια με την ταχύτητα  $\vec{u}_1$ , σφηνώνεται στο σώμα M.

**Δ3.** Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος

**Μονάδες 6**

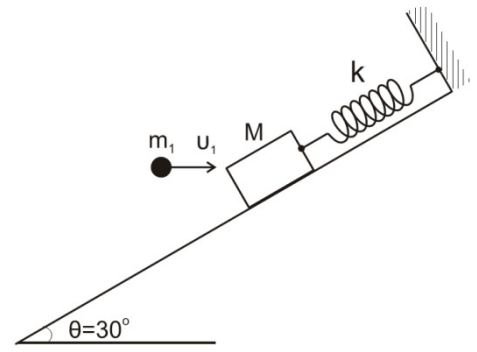
των σωμάτων  $(M, m_1)$  κατά την κρούση.

**Δ4.** Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα  $(M, m_1)$  μετά την κρούση εκ-

**Μονάδες 7**

τελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλά-

ντωσης αυτής.



Δίνονται: η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**17.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , κινούμενη με ταχύτητα

$$u = \frac{4 \text{ m}}{3 \text{ s}}, \text{ συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας } m_2 = m, \text{ που είναι αρχικά}$$

ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων  $u_1$  και  $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$ , αντίστοιχα.

**Δ1.** Να βρείτε τη γωνία  $\phi$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_2$  με το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_1$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων  $u_1$  και  $u_2$ .

**Μονάδες 6**

Σώμα μάζας  $M = 3m$  ισορροπεί δεμένο στο άκρο ε-

λατηρίου, σταθεράς  $k$ , που βρίσκεται σε οριζόντιο

επίπεδο. Το ελατήριο βρίσκεται στη θέση του φυσικού του μήκους. Η σφαίρα μάζας  $m_1$ , κινούμενη ορι-

ζόντια με ταχύτητα  $u_1$ , σφηνώνεται στο σώμα M.

**Δ3.** Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων  $(M, m_1)$  κατά την κρούση.

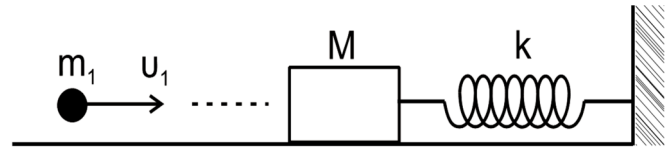
**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος  $(M, m_1)$  και οριζοντίου επιπέδου είναι  $\mu = \frac{1}{12}$  και η

μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι  $x_{\text{max}} = 0,02 \text{ m}$ , να βρεθεί η σταθερά  $k$  του ελατη-

**Μονάδες 7**

ρίου. Δίνεται: η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



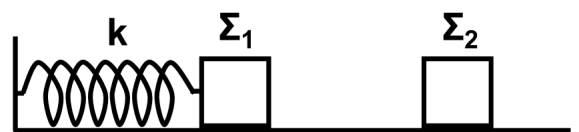
**18.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2012] Σώμα Σ<sub>1</sub> μάζας  $M = 3 \text{ kg}$ , είναι

στερεωμένο στο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου στα-

θεράς  $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται

σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα Σ<sub>1</sub> εκτελεί απλή αρμονική

ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος  $A = 0,2 \text{ m}$ . Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα



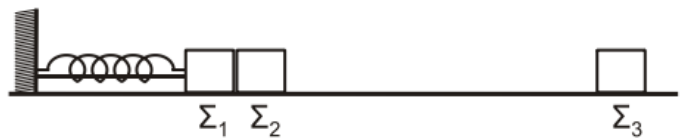


$\Sigma_1$  συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ . Η κρούση συμβαίνει στη θέση  $x = \frac{A}{2}$ , όταν το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

- Δ1.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  ελάχιστα πριν την κρούση. **Μονάδες 6**
- Δ2.** Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης. **Μονάδες 6**
- Δ3.** Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση. **Μονάδες 7**
- Δ4.** Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

**19.** [Εσπερ. Λύκειο 2016 (παλαιού τύπου)] Τα σώματα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , και  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $d = 0,4 \text{ m}$  από τη θέση φυσικού μήκους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

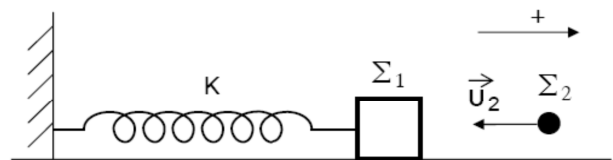
Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και το σύστημα των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινείται προς τα δεξιά. Μετά την αποκόλληση το σώμα  $\Sigma_2$  συνεχίζει να κινείται σε λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_3$ , μάζας  $m_3 = 2 \text{ kg}$ .



- Δ1.** Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία θα αποκολληθεί το σώμα  $\Sigma_2$  από το σώμα  $\Sigma_1$ , τεκμηριώνοντας την απάντησή σας. **Μονάδες 6**
- Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$ , καθώς και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα  $\Sigma_1$  αφού αποκολληθεί από το σώμα  $\Sigma_2$ . **Μονάδες 6**
- Δ3.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  μετά την κρούση. **Μονάδες 6**
- Δ4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση. **Μονάδες 7**

**20.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2016] Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σύστημα ελατήριο – σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης  $x = 0,4\eta\mu\omega t$  (SI). Τη χρονική στιγμή

$t_1 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$  το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται πλαστικά με ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u_2 = \frac{20}{3} \text{ m/s}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

- Δ1.** Να υπολογίσετε την απομάκρυνση (μονάδες 3), το μέτρο (μονάδες 3) και τη φορά της ταχύτητας (μονάδα 1) του σώματος  $\Sigma_1$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ . **Μονάδες 7**
- Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4), και να προσδιορίσετε τη φορά της (μονάδα 1). **Μονάδες 5**
- Δ3.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της νέας αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση. Θεωρήστε ως  $t = 0$  τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά αυτή που φαίνεται στο σχήμα. **Μονάδες 8**
- Δ4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$ , κατά τη διάρκεια της κρούσης. **Μονάδες 5**